Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная школа №63»

МАТЕМАТИКА: ЭЛЕКТИВНЫЙ КУРС
в 10-11 классах
Методические указания по подготовке к практическим занятиям и самостоятельному изучению дисциплины для учащихся 11 классов общеобразовательных школ (углубленный уровень)

Красноярск 2020

Издаётся по решению научно-методического совета МБОУ СОШ 63, г.Красноярск

Коренюгина Л.М.
Математика: элективный курс в 10-11 классах . Методические указания по подготовке к практическим занятиям и самостоятельному изучению дисциплины для учащихся 11 классов общеобразовательных школ (углубленный уровень)/ Л.М.Коренюгина. – Красноярск: МБОУ СОШ 63, 2020. – 56 с.;

Методические указания включают разбор примеров заданий ЕГЭ..

©МБОУ СОШ 63, 2020
©Коренюгина Л.М., 2020

Содержание

РАЗДЕЛ I СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ДЛЯ 10-11 КЛАССОВ 8
РАЗДЕЛ II ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ПО ТЕМАМ 12
Тема1: Текстовые задачи (6 ч) 12
Тема 1.1. Задачи на проценты, сплавы и смеси 12
Тема 1.2. Задачи на движение по прямой. Задачи на движение по окружности 21
Тема 1.3. Задачи на движение по воде 31
Тема 1.4. Задачи на совместную работу 34
Тема 1.5. Задачи на прогрессии. 40
Тема 2: Уравнения и их системы (7 ч) 46
Тема 2.1. Иррациональные уравнения и их системы. 46
Тема 2.2. Рациональные уравнения и их системы 47
Тема 2.3. Тригонометрические уравнения, разложение на множители, исследование ОДЗ 51
Задание 13. Решение тригонометрических уравнений 51
Тема 3: Неравенства и их системы (5 ч) 58
Тема 3.1. Рациональные неравенства 58
Тема 3.2. Неравенства, содержащие радикалы 61
Тема 3.3. Показательные неравенства и логарифмические неравенства 63
Тема 3.4. Неравенства с модулем 73
Тема 3.5. Тригонометрические неравенства 76
Тема 4: Стереометрия (5 ч) 77
Тема 4.1. Расстояние между прямыми и плоскостями .Расстояние от точки до прямой и до плоскости 77
Тема 4.2. Сечения многогранников. Метод следов 78
Тема 4.3. Угол между плоскостями. Угол между прямой и плоскостью . Угол между скрещивающимися прямыми 79
Тема 5: Финансовая математика (5 ч) 85
Тема 5.1. Задачи на оптимальный выбор 86
Тема 5.2. Банки, вклады, кредиты 122
Тема 6: Уравнения и неравенства с параметром (4 ч) 132
Тема 6.1. Уравнения с параметром 132
Тема 6.2. Перебор случаев с параметром 133
Тема 6.3. Комбинация прямых, комбинации кривых 138

Тема 7: Итоговое повторение (1 ч) 138
Раздел III КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПО КУРСУ «МАТЕМАТИКА: ЭЛЕКТИВНЫЙ КУРС» 152
Контрольная работа № 1 по теме «Текстовые задачи» 152
Контрольная работа № 2 по теме «Уравнения и их системы»... 155
Контрольная работа. Тема: Тригонометрические выражения, уравнения. 156
Контрольная работа № 3 по теме «Неравенства и их системы». 156
Контрольная работа № 4 по теме «Стереометрия» 156
Контрольная работа № 5 по теме " Финансовая математика " 156
Контрольная работа № 6 по теме " Уравнения и неравенства с параметром " 157
Итоговая контрольная работа..... 157
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ..... 158

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания по подготовке к практическим занятиям элективного курса по математике в 10-11 классах разработаны в соответствии с Федеральным Законом от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»; Указания составлены в соответствии с Примерной программой основного общего образования по математике, с учётом требований федерального компонента государственного стандарта общего образования, и основаны на авторской программе линии Ш.А. Алимова. Методические указания предназначены для работы с учащимися 10 - 11 класса с целью повышения эффективности обучения их математике, предусматривают подготовку их к государственной (итоговой) аттестации по математике за курс полной средней школы и к дальнейшему математическому образованию. Тематический план рассчитан на 34 учебных часа (1 час в неделю) в 10 классе и 34 учебных часа (1 час в неделю) в 11 классе. Содержание программы соответствует по тематическому содержанию программе по математике для 10- 11 классов общеобразовательных школ.

Элективный курс «Подготовка к ЕГЭ по математике» соответствует целям и задачам обучения в старшей школе. Основная функция данного элективного курса – дополнительная подготовка учащихся 10-11 классов к государственной итоговой аттестации.

Содержание рабочей программы элективного курса соответствует основному курсу математики для средней общей школы и федеральному компоненту государственного образовательного стандарта по математике; реализует принцип дополнения изучаемого материала на уроках алгебры и начала анализа системой упражнений, которые углубляют и расширяют школьный курс, и одновременно обеспечивает преемственность в знаниях и умениях учащихся основного курса математики 10-11 классов, что способствует расширению и углублению базового общеобразовательного курса алгебры и начала анализа и курса геометрии.

Рассматриваемые темы соответствуют перечню контролируемых вопросов в контрольно-измерительных материалах на ЕГЭ.

Место курса в учебном плане:

Рабочая программа элективного курса рассчитана на два года обучения: 1 час в неделю в 10 классе (34 ч в год) и 1 час в неделю в 11 классе (34 ч в год)

Цели и задачи курса

Цели курса:

- Коррекция и углубление конкретных математических знаний, необходимых для прохождения государственной (итоговой) аттестации за

курс средней полной школы в форме и по материалам ЕГЭ, для изучения смежных дисциплин, для продолжения образования;

- обеспечение индивидуального и систематического сопровождения учащихся при подготовке к выпускным экзаменам по математике;
- Интеллектуальное развитие учащихся, формирование качеств мышления, характерных для математической деятельности и необходимых для продуктивной жизни в обществе.

Задачи курса:

- Систематическое повторение учебного материала по основным темам курса алгебры и начал анализа и геометрии;
- Оказание практической коррекционной помощи учащимся в изучении отдельных тем предмета;
- Формирование поисково-исследовательского метода;
- Формирование понятия о математических методах при решении сложных математических задач;
- Формирование умений решать основные практические задачи, а так же проводить сложные логические рассуждения, для решения более сложных заданий различных разделов математики.
- Акцентирование внимания учащихся на единых требованиях к правилам оформления решения различных заданий;
- Осуществление тематического контроля на основе мониторинга выполнения учащимися типовых экзаменационных заданий;
- Воспитание культуры личности, отношения к математике как части общечеловеческой культуры, играющей особую роль в общественном развитии; расширение и углубление школьного курса математики;
- Расширение научного кругозора учащихся;
- Обучение старшеклассников решению учебных и жизненных проблем, способам анализа информации, получаемой в разных формах.

Планируемые результаты изучения курса

В результате изучения курса учащиеся 10-11 класса должны **уметь:**

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- решать задачи на движение, совместную работу, проценты, на оптимизацию, смеси и сплавы;
- решать уравнения, неравенства и их системы различной степени сложности;
- выполнять тождественные преобразования тригонометрических, иррациональных, степенных, показательных и логарифмических выражений;

- Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами
- Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни
- Уметь строить и исследовать простейшие математические модели
- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения;
- анализировать реальные числовые данные; осуществлять практические расчеты по формулам, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках; решать уравнения и системы комбинированного вида, в том числе с помощью ограничения значений.

РАЗДЕЛ I СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ДЛЯ 10-11 КЛАССОВ

Тематическое планирование для 10-11 классов

№п/п	Тема урока	Кол-во часов
	I часть Текстовые задачи **(6 ч)**	
1.	Задачи на проценты, сплавы и смеси	1
2.	Задачи на движение по прямой. Задачи на движение по окружности	1
3.	Задачи на движение по воде	1
4.	Задачи на совместную работу	1
5.	Задачи на прогрессии	1
6.	Контрольная работа № 1 по теме: "Текстовые задачи"	1
	II часть Уравнения и их системы **(7 ч)**	
7.	Иррациональные уравнения и их системы.	1
8.	Рациональные уравнения и их системы	1
9.	Тригонометрические уравнения, разложение на множители, исследование ОДЗ	2
10.	Логарифмические и показательные уравнения	1
11.	Комбинированные уравнения и смешанные системы	1
12.	Контрольная работа № 2 по теме "Уравнения, системы уравнений"	1
	III часть Неравенства и их системы **(5 ч)**	
13.	Рациональные неравенства	1
14.	Неравенства, содержащие радикалы	1
15.	Показательные неравенства и логарифмические неравенства	1
16.	Неравенства с модулем	1
17.	Контрольная работа № 3 по теме " Неравенства и их системы "	1
	IV часть Стереометрия **(5 ч)**	
18.	Расстояние между прямыми и плоскостями .Расстояние от точки до прямой и до плоскости	1
19.	Сечения многогранников. Метод следов	1
20.	Угол между плоскостями. Угол между прямой и плоскостью .Угол между скрещивающимися прямыми	2

21.	Контрольная работа № 4 по теме " Стереометрия "	1
	V часть Финансовая математика **(6 ч)**	
22.	Задачи на оптимальный выбор	2
23.	Банки, вклады, кредиты	3
24.	Контрольная работа № 5 по теме " Финансовая математика "	1
	VI часть Уравнения и неравенства с параметром **(4 ч)**	
25.	Уравнения с параметром	1
26.	Перебор случаев с параметром	1
27.	Комбинация прямых, комбинации кривых	1
28.	Контрольная работа № 6 по теме " Уравнения и неравенства с параметром "	1
	VII часть (1 ч)	
29.	Итоговое повторение. Итоговая контрольная работа	1
	Всего:	**34**

Учебно-тематический план

№	Тема			
		Всего часов	**Практические**	**Контрольные**
1	Текстовые задачи	6	1	1
2	Уравнения и их системы	7	1	1
3	Неравенства и их системы	5	1	1
4	Стереометрия	5	1	1
5	Финансовая математика	6	1	1
6	Уравнения и неравенства с параметром	4	1	1
7	Повторение	1		1
	ВСЕГО:	**34**	**6**	**7**

Календарно-тематическое планирование курса

(*1 час в неделю, всего 34 часа)*

№ п/п	№ урока в теме	Тема урока
		Тема1: Текстовые задачи **(6 ч)**
1	1.	Задачи на проценты, сплавы и смеси
2	2.	Задачи на движение по прямой. Задачи на движение по окружности
3	3.	Задачи на движение по воде
4	4.	Задачи на совместную работу
5	5.	Задачи на прогрессии.
6	6.	Контрольная работа № 1 по теме: "Текстовые задачи"
		Тема 2: Уравнения и их системы **(7 ч)**
7	1	Иррациональные уравнения и их системы.
8	2	Рациональные уравнения и их системы
9	3	Тригонометрические уравнения, разложение на множители, исследование ОДЗ
10	4	Тригонометрические уравнения, разложение на множители, исследование ОДЗ
11	5	Логарифмические и показательные уравнения
12	6	Комбинированные уравнения и смешанные системы.
13	7	Контрольная работа № 2 по теме "Уравнения, системы уравнений"
		Тема 3: Неравенства и их системы **(5 ч)**
14	1	Рациональные неравенства
15	2	Неравенства, содержащие радикалы
16	3	Показательные неравенства и логарифмические неравенства
17	4	Неравенства с модулем
18	5	Контрольная работа № 3 по теме " Неравенства и их системы "
		Тема 4: Стереометрия **(5 ч)**
19	1	Расстояние между прямыми и плоскостями .Расстояние от точки до прямой и до плоскости
20	2	Сечения многогранников. Метод следов
21	3	Угол между плоскостями. Угол между прямой и

		плоскостью .
22	4	Угол между скрещивающимися прямыми
23	5	Контрольная работа № 4 по теме " Стереометрия "
		Тема 5: Финансовая математика **(5 ч)**
24	1	Задачи на оптимальный выбор
25	2	Задачи на оптимальный выбор
26	3	Банки, вклады, кредиты
27	4	Банки, вклады, кредиты
28	5	Банки, вклады, кредиты
29	6	Контрольная работа № 5 по теме " Финансовая математика "
		Тема 6: Уравнения и неравенства с параметром **(4 ч)**
30	1	Уравнения с параметром
31	2	Перебор случаев с параметром
32	3	Комбинация прямых, комбинации кривых
33	4	Контрольная работа № 6 по теме " Уравнения и неравенства с параметром "
		Тема 7: Итоговое повторение **(1 ч)**
34	1	Итоговая контрольная работа

Перечень контрольных и итоговых работ

№ п/п	Наименование
1.	Контрольная работа № 1 по теме «Текстовые задачи».
2.	Контрольная работа № 2 по теме «Уравнения и их системы».
3.	Контрольная работа № 3 по теме «Неравенства и их системы».
4.	Контрольная работа № 4 по теме «Стереометрия».
5.	Контрольная работа № 5 по теме " Финансовая математика "
6.	Контрольная работа № 6 по теме " Уравнения и неравенства с параметром "
7.	Итоговая контрольная работа

Количество практических и контрольных работ

№	Тема			
		Всего часов	Практические	Контрольные
1	Текстовые задачи	6	1	1
2	Уравнения и их системы	7	1	1
3	Неравенства и их системы	5	1	1
4	Стереометрия	5	1	1

5	Финансовая математика	6	1	1
6	Уравнения и неравенства с параметром	4	1	1
7	Повторение	1		1
	ВСЕГО:	**34**	**6**	**7**

РАЗДЕЛ II ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ПО ТЕМАМ

Тема1: **Текстовые задачи** (6 ч)

Тема 1.1. ***Задачи на проценты, сплавы и смеси***

Задание 1.1 Образец решения

В понедельник акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а во вторник подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

S-первоначальная цена

x%- величина подорожания и подешевления

$$S\cdot\left(\frac{100\%+x\%}{100\%}\right)\cdot\left(\frac{100\%-x\%}{100\%}\right)=S\cdot\left(\frac{100\%-4\%}{100\%}\right)$$

$$\left(\frac{100\%+x\%}{100\%}\right)\cdot\left(\frac{100\%-x\%}{100\%}\right)=\left(\frac{100\%-4\%}{100\%}\right)$$

$$\left(\frac{100+x}{100}\right)\cdot\left(\frac{100-x}{100}\right)=\left(\frac{96}{100}\right)$$

$$\left(\frac{100^2-x^2}{100^2}\right)=\left(\frac{96}{100}\right)$$

$$100^2-x^2=\left(\frac{96}{100}\right)\cdot 100^2$$

$$10000-x^2=9600$$

$$x^2=10000-9600$$

$$x^2=400$$

$$x=20\%$$

Задание 1.2 Решите сами

В среду акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а в четверг подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 64% дешевле, чем при открытии торгов в среду. На сколько процентов подорожали акции компании в среду?

Задание 1.3. Образец решения

В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 8%, а в 2010 году на 9% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

2008 год	40000 человек
2009 год	$40000\cdot\left(\frac{100\%+8\%}{100\%}\right)=40000\cdot\left(\frac{108\%}{100\%}\right)=$ человек $=40000\cdot\frac{108}{100}=400\cdot 108=43200$
2010 год	$43200\cdot\left(\frac{100\%+9\%}{100\%}\right)=43200\cdot\left(\frac{109\%}{100\%}\right)=$ человек $=43200\cdot\frac{109}{100}=432\cdot 109=47088$

Ответ: 47088 человек

Задание 1.4 Для самостоятельного решения

В 2008 году в городском квартале проживало 60000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 2%, а в 2010 году — на 3% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

Задание 1.5 № 99565 Для самостоятельного решения

В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 8%, а в 2010 году на 9%по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

Задание 1.6 № 99566 Для самостоятельного решения

В понедельник акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а во вторник подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Задание 1.7 Образец решения

Четыре одинаковые рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять таких же рубашек дороже куртки?

Решение:

Х рублей - стоимость рубашки

У рублей - стоимость куртки

$$4 \cdot x = y \cdot \left(\frac{100\% - 8\%}{100\%} \right)$$

$$4 \cdot x = y \cdot 0{,}92$$

$$x = \frac{y \cdot 0{,}92}{4}$$

$$x = y \cdot 0{,}23$$

$$5x - (100\% + t\%)$$

$$y - 100\%$$

$$y \cdot (100\% + t\%) = 5x \cdot 100\%$$

$$y \cdot (100\% + t\%) = 5 \cdot y \cdot 0{,}23 \cdot 100\%$$

$$y \cdot (100\% + t\%) = y \cdot 115\%$$

$$(100\% + t\%) = 115\%$$

$$t\% = 115\% - 100\%$$

$$t\% = 15\%$$

Задание 1.8 № 519826 Для самостоятельного решения

Три одинаковые рубашки дешевле куртки на 10 %. На сколько процентов четыре такие же рубашки дороже куртки?

Задание 1.9 № 99567 Для самостоятельного решения

Четыре одинаковые рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять таких же рубашек дороже куртки?

Задание 1.10 № 99568 Для самостоятельного решения

Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

5. Задание 11 № 99569

Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый

год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20 000 рублей, через два года был продан за 15 842 рублей.
Решение:

$$20000\cdot\left(\frac{100\%-x\%}{100\%}\right)\cdot\left(\frac{100\%-x\%}{100\%}\right)=15842$$

$$20000\cdot\left(\frac{100\%-x\%}{100\%}\right)^2=15842$$

$$20000\cdot\frac{(100-x)^2}{100^2}=15842$$

$$20000\cdot\frac{(100-x)^2}{10000}=15842$$

$$2\cdot\frac{(100-x)^2}{1}=15842$$

$$(100-x)^2=\frac{15842}{2}$$

$$(100-x)^2=7921$$

$$(100-x)=\pm\sqrt{7921}$$

$$(100-x)=\pm 89$$

Так как число должно быть положительным, то

$$(100-x)=89$$

$$x=100-89=11\%$$

6. Задание 11 № 99570

Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 200000 рублей. Митя внес 14% уставного капитала, Антон — 42000 рублей, Гоша — 0,12 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1000000 рублей причитается Борису? Ответ дайте в рублях. Решение:
Чтобы найти часть от числа, нужно это число умножить на количество процентов и разделить на 100%

Кто	Уставной капитал в %	Уставной капитал в долях	Уставной капитал в рублях
	100%	1,00	200000

Митя	14%	$\frac{14\%}{100\%}=0,14$	$0,14\cdot 200000=28000$
Антон	$\frac{42000}{200000}\cdot 100\%=21\%$	$\frac{21\%}{100\%}=0,21$	42000
Гоша	0,12*100%=12%	0,12	$0,12\cdot 200000=24000$
Борис	$\frac{94000}{200000}\cdot 100\%=47\%$	$\frac{47\%}{100\%}=0,47$	200000-(28000+42000+24000)= 94000

Дивиденды для Бориса 0,47*1000000=470000 рублей
Ответ: 470000 рублей

7. Задание 11 № 99571
В сосуд, содержащий 5 литров 12–процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

8. Задание 11 № 99572
Смешали некоторое количество 15–процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19–процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?
Решение:

X кг		X кг		X+x=2x кг
15%	+	19%	=	y%

$$15\cdot x+19\cdot x=y\cdot 2x$$
$$34\cdot x=y\cdot 2x$$
$$\frac{34\cdot x}{2x}=y$$
$$17=y$$
Ответ: y=17%

9. Задание 11 № 99573
Смешали 4 литра 15–процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25–процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?
Конечно, вместо литров следовало бы говорить о килограммах растворов.

10. Задание 11 № 99574

Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 20 килограммов изюма, если виноград содержит 90% воды, а изюм содержит 5% воды?

Решение:

X кг		(X-20) кг		20 кг
90%	--	100%	=	5%
виноград		вода		изюм

$$90 \cdot x - 100 \cdot (x - 20) = 5 \cdot 20$$

$$90 \cdot x - 100 \cdot x + 200 = 100$$

$$-10 \cdot x = 100 - 200$$

$$-10 \cdot x = -100$$

$$x = \frac{-100}{-10} = 10$$

11. Задание 11 № 99575

Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

12. Задание 11 № 99576

Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% меди, второй — 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

X кг		X+3 кг		X+(x+3)=2x+6 кг
10%	+	40%	=	30%

$$10\cdot x+40\cdot (x+3)=30\cdot (2x+6)$$

$$10x+40x+120=60x+180$$

$$50x+120=60x+180$$

$$50x+120-60x-180=0$$

$$-10x+60=0$$

$$-10x=-60$$

$$x=\frac{-60}{-10}=6 \text{ кг}$$

$2x+3=2\cdot 6+3=12+3=15$ кг масса третьего сплава

13. Задание 11 № 99577

Смешав 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси?

X кг		У кг		10 кг		(x+y+10)кг
30%	+	60%	+	0%	=	36%

X кг		У кг		10 кг		(x+y+10)кг
30%	+	60%	+	50%	=	41%

$$\begin{cases}30\cdot x+60\cdot y+0\cdot 10=36\cdot (x+y+10)\\30\cdot x+60\cdot y+50\cdot 10=41\cdot (x+y+10)\end{cases}$$

$$\begin{cases}30\cdot x+60\cdot y+0=36\cdot (x+y+10)\\30\cdot x+60\cdot y+500=41\cdot (x+y+10)\end{cases}$$

$$\begin{cases}30\cdot x+60\cdot y=36\cdot (x+y+10)\\36\cdot (x+y+10)+500=41\cdot (x+y+10)\end{cases}$$

$$\begin{cases} 30\cdot x+60\cdot y=36\cdot(x+y+10) \\ 36\cdot(x+y+10)+500-41\cdot(x+y+10)=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 30\cdot x+60\cdot y=36\cdot(x+y+10) \\ -5\cdot(x+y+10)+500=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 30\cdot x+60\cdot y=36\cdot(x+y+10) \\ -5\cdot(x+y+10)=-500 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 30\cdot x+60\cdot y=36\cdot(x+y+10) \\ (x+y+10)=\dfrac{-500}{-5}=100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 30\cdot x+60\cdot y=36\cdot 100 \\ (x+y+10)=100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 30\cdot x+60\cdot y=3600 \\ (x+y+10)=100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 30\cdot x+60\cdot y=3600 \\ (x+y+10)=100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y=120 \\ y=100-x-10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2\cdot(90-x)=120 \\ y=90-x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+180-2x=120 \\ y=90-x \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x=-60 \\ y=90-x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=60 \\ y=90-x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=60 \\ y=90-60=30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 60 \\ y = 30 \end{cases}$$

14. Задание 11 № 99578

Имеются два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй – 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 68% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

15. Задание 11 № 323855

Клиент А. сделал вклад в банке в размере 7700 рублей. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Ровно через год на тех же условиях такой же вклад в том же банке сделал клиент Б. Еще ровно через год клиенты А. и Б. закрыли вклады и забрали все накопившиеся деньги. При этом клиент А. получил на 847 рублей больше клиента Б. Какой процент годовых начислял банк по этим вкладам?

16. Задание 11 № 526011

Имеется два сплава. Первый содержит 15% никеля, второй — 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 140 кг, содержащий 30% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Тема 1.2. ***Задачи на движение по прямой. Задачи на движение по окружности***

1. Задание 11 № 26578

Из пункта *A* в пункт *B* одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Кто/что	Скорость V	Время t	Пройденный путь S
1 автомобиль	X км/ч	$\frac{S}{x}$	S
2 автомобиль 1 половина пути	24 км/ч	$\frac{S/2}{24}$	S/2
2 автомобиль 2 половина пути	(x+16) км/ч	$\frac{S/2}{x+16}$	S/2

$$\frac{S}{x}=\frac{S/2}{24}+\frac{S/2}{x+16}$$

$$\frac{1}{x}=\frac{1/2}{24}+\frac{1/2}{x+16}$$

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{2\cdot 24}+\frac{1}{2\cdot(x+16)}$$

$$\frac{1}{x}=\frac{1\cdot(x+16)+1\cdot 24}{2\cdot 24\cdot(x+16)}$$

$$\frac{1}{x}=\frac{x+16+24}{48\cdot(x+16)}$$

$$\frac{1}{x}=\frac{x+40}{48\cdot(x+16)}$$

$$x\cdot(x+40)=1\cdot 48\cdot(x+16)$$

$$x^2+40x=48x+768$$

$$x^2 + 40x - 48x - 768 = 0$$
$$x^2 - 8x - 768 = 0$$
$$a = 1 \quad b = -8 \quad c = -768$$
$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-768) = 64 + 3072 = 3136$$
$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$
$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

2. Задание 11 № 26579

Из пункта *A* в пункт *B* одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 13 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью 78 км/ч, в результате чего прибыл в пункт B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 48 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

3. Задание 11 № 26580

Из пункта *A* в пункт *B*, расстояние между которыми 75 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что за час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт *B* на 6 часов позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

4. Задание 11 № 26581

Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города *A* в город *B*, расстояние между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно в *A* со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из *A* в *B*. Найдите скорость велосипедиста на пути из *B* в *A*. Ответ дайте в км/ч.

5. Задание 11 № 26582

Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города *A* в город *B*, расстояние между которыми равно 98 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 7 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 7 часов. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из *A* в *B*. Найдите скорость велосипедиста на пути из *A* в *B*. Ответ дайте в км/ч.

6. Задание 11 № 26583

Два велосипедиста одновременно отправились в 240-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 1 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 1 час раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

7. Задание 11 № 26584

Два велосипедиста одновременно отправились в 88–километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 3 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

8. Задание 11 № 99588

Из двух городов, расстояние между которыми равно 560 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Через сколько часов автомобили встретятся, если их скорости равны 65 км/ч и 75 км/ч?

9. Задание 11 № 99589

Из городов и , расстояние между которыми равно 330 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля и встретились через 3 часа на расстоянии 180 км от города Найдите скорость автомобиля, выехавшего из города Ответ дайте в км/ч.

10. Задание 11 № 99590

Расстояние между городами и равно 435 км. Из города в город со скоростью 60 км/ч выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города выехал со скоростью 65 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

11. Задание 11 № 99591

Расстояние между городами и равно 470 км. Из города в город выехал первый автомобиль, а через 3 часа после этого навстречу ему из города выехал со скоростью 60 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 350 км от города Ответ дайте в км/ч.

12. Задание 11 № 99592

Из городов A и B навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в B на 3 часа раньше, чем велосипедист приехал в A, а встретились они через 48 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из B в A велосипедист?

13. Задание 11 № 99593

Товарный поезд каждую минуту проезжает на 750 метров меньше, чем скорый, и на путь в 180 км тратит времени на 2 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.

14. Задание 11 № 99594

Расстояние между городами и равно 150 км. Из города в город выехал автомобиль, а через 30 минут следом за ним со скоростью 90 км/ч выехал мотоциклист, догнал автомобиль в городе и повернул обратно. Когда он вернулся в , автомобиль прибыл в

Найдите расстояние от до Ответ дайте в километрах.

15. Задание 11 № 99595

Два пешехода отправляются одновременно в одном направлении из одного и того же места на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 1,5 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 300 метрам?

16. Задание 11 № 99597

Первый велосипедист выехал из поселка по шоссе со скоростью 15 км/ч. Через час после него со скоростью 10 км/ч из того же поселка в том же направлении выехал второй велосипедист, а еще через час после этого – третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 2 часа 20 минут после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Кто/что	Скорость V	Время t	Пройденный путь S
1 велосипедист	15 км/ч	(t+2+2+20/60)	15*
2 велосипедист	10 км/ч	(t+1)	S/2
3 велосипедист	x км/ч	t	X*t

$$\begin{cases} x \cdot t = 10 \cdot (t+1) \\ x \cdot \left(t + 2\frac{20}{60} \right) = 15 \cdot \left(t + 2 + 2\frac{20}{60} \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\cdot t=10\cdot t+10 \\ x\cdot\left(t+2\frac{1}{3}\right)=15\cdot\left(t+4\frac{1}{3}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\cdot t=10\cdot t+10 \\ x\cdot\left(t+\frac{7}{3}\right)=15\cdot\left(t+\frac{13}{3}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\cdot t=10\cdot t+10 \\ x\cdot t+x\cdot\frac{7}{3}=15\cdot t+65 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\cdot t=10\cdot t+10 \\ 10\cdot t+10+x\cdot\frac{7}{3}=15\cdot t+65 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\cdot t=10\cdot t+10 \\ x\cdot\frac{7}{3}=15\cdot t+65-10\cdot t-10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\cdot t=10\cdot t+10 \\ x\cdot\frac{7}{3}=5\cdot t+55 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\cdot t=10\cdot t+10 \\ x=\frac{(5\cdot t+55)\cdot 3}{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{(5\cdot t+55)\cdot 3}{7}\cdot t=10\cdot t+10 \\ x=\frac{(15\cdot t+165)}{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15\cdot t^2+165t=70\cdot t+70 \\ x=\frac{15\cdot t+165}{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15\cdot t^2+95t-70=0 \\ x=\frac{15\cdot t+165}{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\cdot t^2+19t-14=0 \\ x=\dfrac{(5\cdot t+55)\cdot 3}{7} \end{cases}$$

$$3\cdot t^2+19t-14=0$$

17. Задание 11 № 99603

Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 74 км/ч, а вторую половину времени – со скоростью 66 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

18. Задание 11 № 99605

Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, вторую треть – со скоростью 120 км/ч, а последнюю – со скоростью 110 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

19. Задание 11 № 99606

Первые два часа автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующий час – со скоростью 100 км/ч, а затем два часа – со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

20. Задание 11 № 99607

Первые 190 км автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующие 180 км — со скоростью 90 км/ч, а затем 170 км — со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

21. Задание 11 № 99608

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 80 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 36 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение:

Кто/что	Скорость V	Время t	Пройденный путь S
Поезд	80 км/ч= =800/36 метра в секунду	36 секунд	800/36*36=800 метров

1 час=60 минут=60*60=3600 секунд

80 км/ч=80*1000 метров в час=80000 метров в час=80000/3600 метров в секунду=800/36 метра в секунду

800/36*36=800 метров длина поезда

22. Задание 11 № 99609

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 400 метрам, за 1 минуту. Найдите длину поезда в метрах.

23. Задание 11 № 99611

По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 90 км/ч и 30 км/ч. Длина товарного поезда равна 600 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошел мимо товарного поезда, равно 1 минуте. Ответ дайте в метрах.

24. Задание 11 № 99612

По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 65 км/ч и 35 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 700 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошел мимо пассажирского поезда, равно 36 секундам. Ответ дайте в метрах.

25. Задание 11 № 323849

Два человека отправляются из одного дома на прогулку до опушки леса, находящейся в 4,4 км от дома. Один идёт со скоростью 2,5 км/ч, а другой — со скоростью 3 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от дома произойдёт их встреча? Ответ дайте в километрах.

26. Задание 11 № 323850

Дорога между пунктами A и B состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 8 км. Путь из A в B занял у туриста 5 часов, из которых 1 час ушёл на спуск. Найдите скорость туриста на спуске, если она больше скорости на подъёме на 3 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

27. Задание 11 № 323853

Автомобиль выехал с постоянной скоростью 75 км/ч из города А в город В, расстояние между которыми равно 275 км. Одновременно с ним из города С в город В, расстояние между которыми равно 255 км, с постоянной скоростью выехал мотоциклист. По дороге он сделал остановку на 50 минут. В результате автомобиль и мотоцикл прибыли в город В одновременно. Найдите скорость мотоциклиста. Ответ дайте в км/ч.

28. Задание 11 № 502291

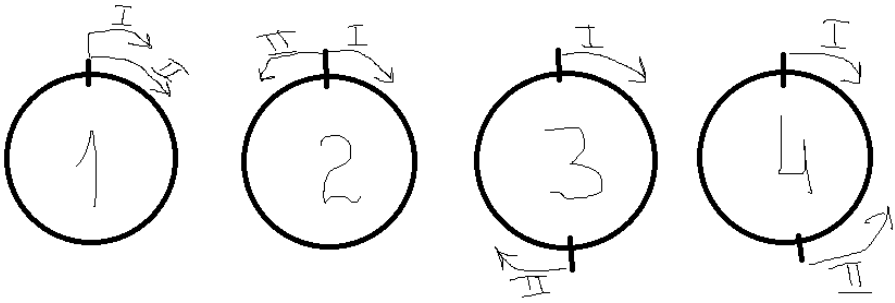
Иван и Алексей договорились встретиться в Н-ске. Они едут к Н-ску разными дорогами. Иван звонит Алексею и узнаёт, что тот находится в 168 км от Н-ска и едет с постоянной скоростью 72 км/ч. Иван в момент звонка

находится в 165 км от Н-ска и ещё должен по дороге сделать 30-минутную остановку. С какой скоростью должен ехать Иван, чтобы прибыть в Н-ск одновременно с Алексеем?

29. Задание 11 № 505124

Дорога между пунктами A и B состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 8 км. Пешеход прошёл путь из A в B за 2 часа 45 минут. Время его движения на спуске составило 1 час 15 минут. С какой скоростью пешеход шёл на спуске, если скорость его движения на подъёме меньше скорости движения на спуске на 2 км/ч? Ответ выразите в км/ч.

Задачи на движение по окружности

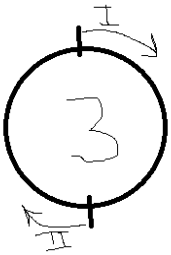


1. Задание 11 № 99596

Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 14 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 21 км/ч больше скорости другого?

Решение:

половина круга=14/2=7 км



$$(x+21)\cdot t = x\cdot t + 7$$
$$x\cdot t + 21\cdot t = x\cdot t + 7$$
$$x\cdot t + 21\cdot t - x\cdot t - 7 = 0$$
$$21\cdot t - 7 = 0$$
$$21\cdot t = 7$$
$$t = \frac{7}{21}\,часа = \frac{1}{3}\,часа = \frac{60}{3}\,минуты = 20\,минут$$

2. Задание 11 № 99598

Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

3. Задание 11 № 99599

Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист. Через 30 минут он еще не вернулся в пункт А и из пункта А следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.

4. Задание 11 № 99600

Часы со стрелками показывают 8 часов 00 минут. Через сколько минут минутная стрелка в четвертый раз поравняется с часовой?

5. Задание 11 № 323856

Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 60 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 3 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 10 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 15 минут? Ответ дайте в км/ч.

Тема 1.3. ***Задачи на движение по воде***

Задачи на движение по воде

1. Задание 11 № 26585

Моторная лодка прошла против течения реки 112 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 11 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

куда	Скорость υ	Время t	Пройденный путь A
Против течения	(11-x) км в час	$\frac{112}{11-x}$	112 километров
По течению	(11+x) км в час	$\frac{112}{11+x}$	112 километров

$$\frac{112}{11-x}-\frac{112}{11+x}=6$$

$$\frac{112\cdot(11+x)-112\cdot(11-x)}{(11-x)\cdot(11+x)}=6$$

$$\frac{1232+112\cdot x-1232+112\cdot x}{121-x^2}=6$$

$$\frac{224\cdot x}{121-x^2}=6$$

$$\frac{224\cdot x}{121-x^2}=\frac{6}{1}$$

$$(121-x^2)\cdot 6=224\cdot x\cdot 1$$

$$726-6x^2-224x=0$$

$$-6x^2-224x+726=0$$

$$3x^2+112x-363=0$$

$$a=3\quad b=112\quad c=-363$$

$$D=b^2-4ac=112^2-4\cdot 3\cdot(-363)=16900$$

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{-112+\sqrt{16900}}{2\cdot 3}=\frac{-112+130}{6}=\frac{18}{6}=3$$

$$x_2=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{-112-\sqrt{16900}}{2\cdot 3}=\frac{-112-130}{6}=\frac{-242}{6}<0$$

Ответ: $x=3$ километра в час скорость течения

2. Задание 11 № 26586

Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

3. Задание 11 № 26587

Моторная лодка в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 2 часа 30 минут, лодка отправилась назад и вернулась в пункт А в 18:00 того же дня. Определите (в км/ч) собственную скорость лодки, если известно, что скорость течения реки 1 км/ч.

4. Задание 11 № 26588

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

5. Задание 11 № 26589

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 255 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч, стоянка длится 2 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 34 часа после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

6. Задание 11 № 26590

От пристани *A* к пристани *B*, расстояние между которыми равно 420 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним, со скоростью на 1 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт В оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

7. Задание 11 № 26591

От пристани *A* к пристани *B*, расстояние между которыми равно 110 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним со скоростью на 1 км/ч большей отправился второй.

Найдите скорость второго теплохода, если в пункт *B* он прибыл одновременно с первым. Ответ дайте в км/ч.

8. Задание 11 № 26610

Баржа в 10:00 вышла из пункта в пункт , расположенный в 15 км от Пробыв в пункте 1 час 20 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт в 16:00 того же дня. Определите (в км/час) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость баржи равна км/ч.

9. Задание 11 № 27482

Пристани и расположены на озере, расстояние между ними 390 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из в На следующий день после прибытия она отправилась обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 9 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из в Найдите скорость баржи на пути из в Ответ дайте в км/ч.

10. Задание 11 № 99601

Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 25 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 30 часов после отплытия из него. Сколько километров прошел теплоход за весь рейс?

11. Задание 11 № 99602

Расстояние между пристанями и равно 120 км. Из в по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт , тотчас повернула обратно и возвратилась в К этому времени плот прошел 24 км. Найдите скорость яхты в

неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в

12. Задание 11 № 99604

Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью 20 км/ч. Обратно он летел на спортивном самолете со скоростью 480 км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

13. Задание 11 № 99610

По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй — длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго составляет 400 метров. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

14. Задание 11 № 500253

Весной катер идёт против течения реки в раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на 1 км/ч медленнее. Поэтому летом

катер идёт против течения в раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч).

Тема 1.4. ***Задачи на совместную работу***

Задачи на совместную работу

1. Задание 11 № 26592

Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает второй рабочий, если известно, что первый за час изготавливает на 1 деталь больше?

Кто/что	Производительность υ	Время t	Работа A
1 рабочий	(X +1) деталь в час	$\frac{110}{x+1}$	110 деталей
2 рабочий	X деталей в час	$\frac{110}{x}$	110 деталей

$$\frac{110}{x}-\frac{110}{x+1}=1$$
$$\frac{110\cdot(x+1)-110\cdot x}{x\cdot(x+1)}=1$$
$$\frac{110\cdot x+110\cdot 1-110\cdot x}{x\cdot(x+1)}=1$$
$$\frac{110}{x\cdot(x+1)}=\frac{1}{1}$$
$$\frac{110}{x^2+x}=\frac{1}{1}$$
$$(x^2+x)\cdot 1=110\cdot 1$$
$$x^2+x=110$$
$$x^2+x-110=0$$
$$a=1\quad b=1\quad c=-110$$
$$D=b^2-4ac=1^2-4\cdot 1\cdot(-110)=1+440=441$$
$$x_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{-1+\sqrt{441}}{2\cdot 1}=\frac{-1+21}{2}=10$$
$$x_2=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{-1-\sqrt{441}}{2\cdot 1}=\frac{-1-21}{2}=-11$$
Ответ: $x=10$

2. Задание 11 № 26593
Заказ на 156 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает первый рабочий, если известно, что он за час изготавливает на 1 деталь больше второго?

3. Задание 11 № 26594
На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

4. Задание 11 № 26595
На изготовление 99 деталей первый рабочий тратит на 2 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 110 таких же деталей. Известно, что

первый рабочий за час делает на 1 деталь больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

5. Задание 11 № 26596

Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй – за три дня?

6. Задание 11 № 26597

Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту дольше, чем вторая труба?

7. Задание 11 № 26598

Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту быстрее, чем первая труба?

8. Задание 11 № 26599

Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объемом 99 литров?

9. Задание 11 № 26600

Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 375 литров она заполняет на 10 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объемом 500 литров?

10. Задание 11 № 99613

Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

11. Задание 11 № 99614

Один мастер может выполнить заказ за 12 часов, а другой — за 6 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

12. Задание 11 № 99615

Первый насос наполняет бак за 20 минут, второй — за 30 минут, а третий — за 1 час. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

13. Задание 11 № 99616

Игорь и Паша красят забор за 9 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов, а Володя и Игорь – за 18 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

14. Задание 11 № 99617

Даша и Маша пропалывают грядку за 12 минут, а одна Маша — за 20 минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Даша?

15. Задание 11 № 99618

Две трубы наполняют бассейн за 3 часа 36 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 6 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

16. Задание 11 № 99619

Первая труба наполняет резервуар на 6 минут дольше, чем вторая. Обе трубы наполняют этот же резервуар за 4 минуты. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?

17. Задание 11 № 99620

Первый садовый насос перекачивает 5 литров воды за 2 минуты, второй насос перекачивает тот же объём воды за 3 минуты. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 25 литров воды?

18. Задание 11 № 99621

Петя и Ваня выполняют одинаковый тест. Петя отвечает за час на 8 вопросов теста, а Ваня – на 9. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил свой тест позже Вани на 20 минут. Сколько вопросов содержит тест?

19. Задание 11 № 323851

Плиточник должен уложить 175 м^2 плитки. Если он будет укладывать на 10 м^2 в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 2 дня раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

20. Задание 11 № 323852

Первый и второй насосы наполняют бассейн за 9 минут, второй и третий — за 14 минут, а первый и третий — за 18 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

21. Задание 11 № 323854

Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 16 рабочих, а во второй — 25 рабочих. Через 7 дней после начала работы в первую бригаду перешли 8 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

22. Задание 11 № 501213

Вова и Гоша решают задачи. За час Вова может решить на две задачи больше, чем Гоша (при этом оба за час решают целое количество задач). Известно, что вместе они решат 33 задачи на 1 час 15 минут быстрее, чем это сделал бы один Вова. За какое время Гоша может решить 20 задач? Ответ дайте в часах.

Кто	Скорость	Время	Сделано
Вова	X+2 задачи в час	$\frac{33}{x+2}$	33
Гоша	X задач в час		
Вова и Гоша вместе	(x+2)+x=2x+2 задач в час	$\frac{33}{2x+2}$	33 задачи

1 час 15 минут=60 минут+15 минут=75 минут=

$$=\frac{75 минут}{60 минут_в_часе}=\frac{75}{60} часа=\frac{5}{4} часа$$

$$\frac{33}{x+2}-\frac{33}{2x+2}=\frac{5}{4}$$

$$\frac{33\cdot(2x+2)-33\cdot(x+2)}{(x+2)\cdot(2x+2)}=\frac{5}{4}$$

$$\frac{66x+66-33x-66}{(x+2)\cdot(2x+2)}=\frac{5}{4}$$

$$\frac{33x}{(x+2)\cdot(2x+2)}=\frac{5}{4}$$

$$(x+2)\cdot(2x+2)\cdot 5=33x\cdot 4$$

23. Задание 11 № 509089

Два промышленных фильтра, работая одновременно, очищают цистерну воды за 30 минут. Определите, за сколько минут второй фильтр очистит цистерну воды, работая отдельно, если известно, что он сделает это на 25 минут быстрее, чем первый.

24. Задание 11 № 509118

При двух одновременно работающих принтерах расход бумаги составляет 1 пачку за 12 минут. Определите, за сколько минут израсходует пачку бумаги первый принтер, если известно, что он сделает это на 10 минут быстрее, чем второй.

Задачи на прогрессии

1. Задание 11 № 99579

Бригада маляров красит забор длиной 240 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 60 метров забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор.

Решение:

Сумма членов арифметической прогрессии находится по формуле

$$\boxed{S=\frac{a_1+a_n}{2}\cdot n}$$

$$S=\frac{первое_число+последнее_число}{2}\cdot количество_чисел$$

$$S=\frac{60}{2}\cdot n=240$$

$$30\cdot n=240$$

$$n=240:30$$

$$n=8 \text{ дней}$$

2. Задание 11 № 99580

Рабочие прокладывают тоннель длиной 500 метров, ежедневно увеличивая норму прокладки на одно и то же число метров. Известно, что за первый день рабочие проложили 3 метра тоннеля. Определите, сколько метров тоннеля проложили рабочие в последний день, если вся работа была выполнена за 10 дней.

Сумма членов арифметической прогрессии находится по формуле

$$\boxed{S_n=\frac{a_1+a_n}{2}\cdot n}$$

$$S_n=\frac{первое_число+последнее_число}{2}\cdot количество_чисел$$

$$a_1=3$$

$$S_n=500$$

$$S_n = \frac{3+a_n}{2}\cdot 10 = 500$$

$$\frac{3+a_n}{2}\cdot 10 = 500$$

$$(3+a_n)\cdot 5 = 500$$

$$(3+a_n) = 500:5$$

$$(3+a_n) = 100$$

$a_n = 100-3 = 97$ метров положили в последний день

3. Задание 11 № 99581

Васе надо решить 434 задачи. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вася решил 5 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 14 дней.

Сумма членов арифметической прогрессии находится по формуле

$$S_n = \frac{a_1+a_n}{2}\cdot n$$

$$S_n = \frac{первое_число + последнее_число}{2}\cdot количество_чисел$$

$a_1 = 5$ задач решил Вася в первый день

$S_n = 434$ задачи решил всего за 14 дней

1 день	5 задач
2 день	5+x задач
3 день	5+x+x=5+2x задач
4 день	5+2x+x=5+3x задач
5 день	5+3x+x=5+4x задач
6 день	5+4x+x=5+5x задач
	...
14 день	5+13x задач

$$S = \frac{5+(5+13x)}{2}\cdot 14 = 434$$

$$\frac{(10+13x)}{2}\cdot 14 = 434$$

$(10+13x)\cdot 7=434$

$(10+13x)=434:7$

$(10+13x)=62$

$13x=62-10$

$13x=52$

$x=52:13$

$x=4$ задачи

$a_{14}=5+13x=5+13\cdot 4=5+52=57$ задач решено в последний день

4. Задание 11 № 99582

Турист идет из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 10 километров. Определите, сколько километров прошел турист за третий день, если весь путь он прошел за 6 дней, а расстояние между городами составляет 120 километров.

Решение:

Сумма членов арифметической прогрессии находится по формуле

$$S_n=\frac{a_1+a_n}{2}\cdot n$$

$$S_n=\frac{первое_число+последнее_число}{2}\cdot количество_чисел$$

$a_1=10$ километров прошел турист в первый день

$S_n=120$ километров прошел турист за 6 дней

1 день	10 км
2 день	10+x задач
3 день	10+x+x=10+2x задач
4 день	10+2x+x=10+3x задач
5 день	10+3x+x=10+4x задач
6 день	10+4x+x=10+5x задач

$$S_n=\frac{10+(10+5x)}{2}\cdot 6=120$$

$$\frac{(20+5x)}{2}\cdot 6=120$$

$(20+5x)\cdot 3=120$

$(20+5x)=120:3$

$(20+5x)=40$

$5x=40-20$

$5x=20$

$x=20:5$

$x=4$ километра

$a_3=10+2x=10+2\cdot 4=10+8=18$ км турист прошел в третий день

5. Задание 11 № 99583

Грузовик перевозит партию щебня массой 210 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 2 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено за девятый день, если вся работа была выполнена за 14 дней.

1 день	2 тонны
2 день	2+x тонн
3 день	2+x+x=2+2x тонн
4 день	2+2x+x=2+3x тонн
5 день	2+3x+x=2+4x тонн
6 день	2+4x+x=2+5x тонн
	...
14 день	2+13x тонн

Сумма членов арифметической прогрессии находится по формуле

$$S=\frac{a_1+a_n}{2}\cdot n$$

$$S=\frac{первое_число+последнее_число}{2}\cdot количество_чисел$$

$$S=\frac{2+(2+13x)}{2}\cdot 14=210$$

$$\frac{(4+13x)}{2}\cdot 14=210$$

$(4+13x)\cdot 7=210$

$(4+13x)=210:7$

$(4+13x)=30$

$13x=30-4$

$13x=26$

$x=26:13$

$x=2$ тонны

$a_9=2+8x=2+8\cdot 2=2+16=18$ тонн перевезено за 9 день

6. Задание 11 № 99584

Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности 10 метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 150 метрам.

7. Задание 11 № 99585

Вере надо подписать 640 открыток. Ежедневно она подписывает на одно и то же количество открыток больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вера подписала 10 открыток. Определите, сколько открыток было подписано за четвертый день, если вся работа была выполнена за 16 дней.

Решение:

Сумма членов арифметической прогрессии находится по формуле

$$S_n=\frac{a_1+a_n}{2}\cdot n$$

$$S_n=\frac{первое_число+последнее_число}{2}\cdot количество_чисел$$

$a_1=10$ открыток за первый день Вера подписала

$n=16$ дней работала Вера

$S_n=640$ открыток подписано всего

1 день	10 открыток
2 день	10+x открыток
3 день	10+x+x=10+2x открыток
4 день	10+2x+x=10+3x открыток
5 день	10+3x+x=10+4x открыток
6 день	10+4x+x=10+5x открыток
	...
16 день	10+15x открыток

$$\boxed{S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n}$$

$$S_n = \frac{10 + (10 + 15x)}{2} \cdot 16 = 640$$

$$\frac{20 + 15x}{2} \cdot 16 = 640$$

$$(20 + 15x) \cdot 8 = 640$$

$$(20 + 15x) = 640 : 8$$

$$(20 + 15x) = 80$$

$$15x = 80 - 20$$

$$15x = 60$$

$$x = 4$$

8. Задание 11 № 99586

Бизнесмен Бубликов получил в 2000 году прибыль в размере 5000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 300% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Бубликов за 2003 год?

9. Задание 11 № 99587

Компания "Альфа" начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 5000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А компания «Бета» начала инвестировать средства в другую отрасль в 2003 году, имея капитал в размере 10000 долларов, и, начиная с 2004 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась?

"

Тема 2: **Уравнения и их системы** (7 ч)

Тема 2.1. ***Иррациональные уравнения и их системы.***

Образовательный портал «РЕШУ ЕГЭ» (https://math-ege.sdamgia.ru)

2.1. Задание 13 № 521850

Решите уравнение:

2.2. Задание 13 № 520994

а) Решите уравнение:

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

2.3. Задание 13 № 521846

Решите уравнение:

2.4. Задание 13 № 519658

а) Решите уравнение.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку.

2.5. Задание 13 № 521841

Решите уравнение:

2.6. Задание 13 № 521851

Решите уравнение:

2.7. Задание 13 № 521849

Решите уравнение:

2.8. Задание 13 № 521844

Решите уравнение:

2.9. Задание 13 № 507572

а) Решите уравнение

б) Найдите решения уравнения, принадлежащие отрезку

1. Задание 13 № 519423

а) Решите уравнение $\frac{(x-2)^2}{2}+\frac{18}{(x-2)^2}=7\cdot\left(\frac{x-2}{2}-\frac{3}{x-2}\right)+10$.

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку $[-2;2]$.

Решение:

$ОДЗ: x-2\neq 0$

$x\neq 2$

Замена выражений

$$t=\left(\frac{x-2}{2}-\frac{3}{x-2}\right)$$

$$t^2=\left(\frac{x-2}{2}-\frac{3}{x-2}\right)^2=\left(\frac{x-2}{2}\right)^2-2\cdot\frac{x-2}{2}\cdot\frac{3}{x-2}+\left(\frac{3}{x-2}\right)^2=$$

$$=\left(\frac{x-2}{2}\right)^2-3+\left(\frac{3}{x-2}\right)^2$$

$$t^2+3=\left(\frac{x-2}{2}\right)^2+\left(\frac{3}{x-2}\right)^2=\frac{(x-2)^2}{4}+\frac{9}{(x-2)^2}$$

$$t^2+3=\frac{(x-2)^2}{4}+\frac{9}{(x-2)^2}$$

$$\left(t^2+3\right)\cdot 2=\left(\frac{(x-2)^2}{4}+\frac{9}{(x-2)^2}\right)\cdot 2$$

$$2\cdot t^2+6=\frac{(x-2)^2}{2}+\frac{18}{(x-2)^2}$$

$$\frac{(x-2)^2}{2}+\frac{18}{(x-2)^2}=7\cdot\left(\frac{x-2}{2}-\frac{3}{x-2}\right)+10$$

$$2\cdot t^2+6=7\cdot t+10$$

$$2\cdot t^2+6-7\cdot t-10=0$$

$$2\cdot t^2-7\cdot t-4=0$$
$$a=2\quad b=-7\quad c=-4$$
$$D=b^2-4ac=(-7)^2-4\cdot 2\cdot(-4)=49+32=81$$
$$t_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{-(-7)+9}{2\cdot 2}=\frac{7+9}{4}=\frac{16}{4}=4$$
$$t_2=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{-(-7)-9}{2\cdot 2}=\frac{7-9}{4}=\frac{-2}{4}=\frac{-1}{2}$$
$$t_1=\left(\frac{x-2}{2}-\frac{3}{x-2}\right)=4$$
$$\left(\frac{x-2}{2}-\frac{3}{x-2}\right)=4$$
$$\frac{(x-2)^2-6}{2\cdot(x-2)}=4$$
$$(x-2)^2-6=4\cdot 2\cdot(x-2)$$
$$(x-2)^2-6=8\cdot(x-2)$$
$$(x-2)^2-6-8\cdot(x-2)=0$$
$$x^2-4x+4-6-8x+16=0$$
$$x^2-12x+14=0$$
$$a=1\quad b=-12\quad c=14$$
$$D=b^2-4ac=(-12)^2-4\cdot 1\cdot 14=144-56=88$$
$$x_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{-(12)+\sqrt{88}}{2\cdot 1}=\frac{12+2\sqrt{22}}{2}=6+\sqrt{22}\notin[-2;2]$$
$$x_2=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{-(12)-\sqrt{88}}{2\cdot 1}=\frac{12-2\sqrt{22}}{2}=6-\sqrt{22}\in[-2;2]$$
$$t_2=\left(\frac{x-2}{2}-\frac{3}{x-2}\right)=\frac{-1}{2}$$
$$\left(\frac{x-2}{2}-\frac{3}{x-2}\right)=\frac{-1}{2}$$

$$\frac{(x-2)^2-6}{2\cdot(x-2)}=\frac{-1}{2}$$

$$\frac{(x-2)^2-6}{2\cdot(x-2)}*2=\frac{-1}{2}*2$$

$$\frac{(x-2)^2-6}{(x-2)}=\frac{-1}{1}$$

Умножаем крест накрест

$$\left((x-2)^2-6\right)\cdot 1=-1\cdot(x-2)$$

$$(x-2)^2-6=-1\cdot(x-2)$$

$$(x-2)^2-6+1\cdot(x-2)=0$$

$$x^2-4x+4-6+x-2=0$$

$$x^2-3x-4=0$$

$$a=1\quad b=-3\quad c=-4$$

$$D=b^2-4ac=(-3)^2-4\cdot 1\cdot\left(-4\right)=9+16=25$$

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{-(-3)+\sqrt{25}}{2\cdot 1}=\frac{3+5}{2}=\frac{8}{2}=4\notin ОДЗ$$

$$x_2=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{-(-3)-\sqrt{25}}{2\cdot 1}=\frac{3-5}{2}=\frac{-2}{2}=-1\in\left[-2;2\right]$$

Ответ: $x=6-\sqrt{22};\ x=-1$

2. Задание 13 № 519424

а) Решите уравнение

$$\frac{(x+3)^2}{5}+\frac{20}{(x+3)^2}=8\cdot\left(\frac{x+3}{5}-\frac{2}{x+3}\right)+1$$

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку $\left[-6;-4\right]$.

3. Задание 13 № 519425

а) Решите уравнение.

$$\frac{(x-1)^2}{8}+\frac{8}{(x-1)^2}=7\cdot\left(\frac{x-1}{4}-\frac{2}{x-1}\right)-1$$

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку $\left[-2;3\right]$

Задание 13. Решение тригонометрических уравнений

Для нахождения решений тригонометрических уравнений и неравенств используем различные таблицы и свойства тригонометрических функций.

$\sin^2 x+\cos^2 x=1$	$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$
$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$	$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$
$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$	$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$
$\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha$	$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$
$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$	$tg(\alpha+\beta)=\frac{tg\alpha+tg\beta}{1-tg\alpha tg\beta}$
$tg2\alpha=\frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$	$tg(\alpha-\beta)=\frac{tg\alpha-tg\beta}{1+tg\alpha tg\beta}$
$\sin 3\alpha=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha$	$\sin\alpha\cdot\cos\beta=\frac{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)}{2}$
$\cos 3\alpha=4\cos^3\alpha-3\cos\alpha$	$\cos\alpha\cdot\cos\beta=\frac{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)}{2}$
$tg3\alpha=\frac{3tg\alpha-tg^3\alpha}{1-3tg^2\alpha}$	$\sin\alpha\cdot\sin\beta=\frac{\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)}{2}$
$\sin^2\alpha=\frac{1-\cos 2\alpha}{2}$	$tg\alpha\cdot tg\beta=\frac{tg\alpha+tg\beta}{ctg\alpha+ctg\beta}$
$\cos^2\alpha=\frac{1+\cos 2\alpha}{2}$	$ctg\alpha\cdot ctg\beta=\frac{ctg\alpha+ctg\beta}{tg\alpha+tg\beta}$
$1+tg^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$	$1+ctg^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$

Рисунок 1

Sin(arcsin x)=x	Arcsin(sin x)=x
Cos(arccos x)=x	arccos (cos x)=x
Tg(arctg x)=x	arctg (tgx)=x
Ctg(arcctg x)=x	Arcctg (ctg x)=x

Рисунок 2

Задание 13

а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos 2x=\sqrt{3}\cos x+1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$.

Решение:

$$2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos 2x=\sqrt{3}\cos x+1$$

$$\boxed{\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta}$$

$$2\cdot\left(\sin x\cdot\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)+\cos x\cdot\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)+\cos 2x=\sqrt{3}\cos x+1$$

$$2\cdot\left(\sin x\cdot\frac{1}{2}+\cos x\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\cos 2x=\sqrt{3}\cos x+1$$

Раскроем скобки в левой части

$$2\cdot\sin x\cdot\frac{1}{2}+2\cdot\cos x\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\cos 2x=\sqrt{3}\cos x+1$$

$$\sin x\cdot 1+\cos x\cdot\sqrt{3}+\cos 2x=\sqrt{3}\cos x+1$$

$$\sin x+\sqrt{3}\cos x+\cos 2x=\sqrt{3}\cos x+1$$

Перенесем все выражения в левую часть

$$\sin x+\sqrt{3}\cos x+\cos 2x-\sqrt{3}\cos x-1=0$$

$$\sin x+\cos 2x-1=0$$

Применим формулу косинуса двойного угла

$$\boxed{\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha}$$

$\sin x + 1 - 2\sin^2 x - 1 = 0$

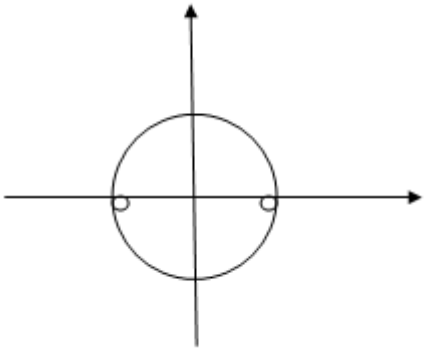
Приведем подобные выражения

$\sin x - 2\sin^2 x = 0$

$\boxed{\sin^2 x = \sin x \cdot \sin x = (\sin x)^2}$

$\sin x - 2 \cdot (\sin x)^2 = 0$

$\sin x \cdot (1 - 2 \cdot \sin x) = 0$

$\sin x = 0$	
$\sin x = 0 \Rightarrow x = (-1)^m \cdot \arcsin 0 + \pi n$ $x = (-1)^m \cdot 0 + \pi n$ $x = \pi n$	

$(1 - 2 \cdot \sin x) = 0$	
$1 - 2 \cdot \sin x = 0$ $-2 \cdot \sin x = 0 - 1$ $-2 \cdot \sin x = -1$ $\sin x = \frac{-1}{-2}$ $\sin x = \frac{1}{2}$ $x = (-1)^m \cdot \arcsin \frac{1}{2} + \pi n$ $x = (-1)^m \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n$	$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$ $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$

$-3\pi \le x \le -\frac{3\pi}{2}$

Если $x = \pi n$

$-3\pi \le \pi n \le -\frac{3\pi}{2}$

$-3 \le n \le -\frac{3}{2}$

$-3 \le n \le -1.5$

$n - целое$

$n = -3;-2$

$n = -3 \Rightarrow x = \pi n = \pi \cdot (-3) = -3\pi$

$n = -2 \Rightarrow x = \pi n = \pi \cdot (-2) = -2\pi$

Если $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$

$-3\pi \le \frac{\pi}{6} + 2\pi n \le -\frac{3\pi}{2}$

$-3 \le \frac{1}{6} + 2n \le -\frac{3}{2}$

$-3 - \frac{1}{6} \le \frac{1}{6} + 2n - \frac{1}{6} \le -\frac{3}{2} - \frac{1}{6}$

$-\frac{19}{6} \le 2n \le -\frac{10}{6}$

$-\frac{19}{12} \le n \le -\frac{10}{12}$

$-1\frac{7}{12} \le n \le -\frac{5}{6}$

$n - целое$

$n = -1$

$$n=-1 \Rightarrow x=\frac{\pi}{6}+2\pi n=\frac{\pi}{6}+2\pi\cdot(-1)=\frac{\pi}{6}-2\pi=\frac{\pi}{6}-\frac{2\pi}{1}=-\frac{11\pi}{3}$$

Если $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi n$

$$-3\pi \le \frac{5\pi}{6}+2\pi n \le -\frac{3\pi}{2}$$

$$-3 \le \frac{5}{6}+2n \le -\frac{3}{2}$$

$$-3-\frac{5}{6} \le \frac{5}{6}+2n-\frac{5}{6} \le -\frac{3}{2}-\frac{5}{6}$$

$$-\frac{23}{6} \le 2n \le -\frac{14}{6}$$

$$-\frac{23}{12} \le n \le -\frac{14}{12}$$

$$-1\frac{11}{12} \le n \le -1\frac{1}{6}$$

$n-$*целое* , нет корней

Ответ: $-3\pi;-2\pi;-\frac{11\pi}{3}$

Задание 1

$$(1+\sin x)\cdot(1-tg\frac{x}{2})=0$$

Произведение равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю.

.Первый множитель приравняем к нулю

$1+\sin x=0$

$\sin x=-1$

$x=(-1)^n \arcsin 0+\pi n$

$x=\pi n$

Второй множитель приравняем к нулю

$$(1-tg\frac{x}{2})=0$$

$$tg\frac{x}{2}=1$$

$$\frac{x}{2}=arctg1+\pi n=\frac{\pi}{4}+\pi n$$

Ответ: $x=\pi n,\ x=\frac{\pi}{4}+\pi n$

Тема 2.4. Логарифмические и показательные уравнения
Тема 2.5. Комбинированные уравнения и смешанные системы.

Тема 3: **Неравенства и их системы** (5 ч)

Тема 3.1. ***Рациональные неравенства***

Задание 15 № 507658

$$\frac{x^2-2x+1}{(x+2)^2}+\frac{x^2+2x+1}{(x-3)^2}\le\frac{(2x^2-x+5)^2}{2\cdot(x+2)^2\cdot(x-3)^2}$$

ОДЗ $\begin{cases}x+2\ne 0\\ x-3\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne -2\\ x\ne 3\end{cases}$

Разложим квадратные трехчлены на множители

$x^2-2x+1=0$

$a=1\quad b=-2\quad c=1$

$D=b^2-4ac=(-2)^2-4\cdot 1\cdot 1=4-4=0$

$x_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{-(-2)+\sqrt{0}}{2\cdot 1}=\frac{2+0}{2}=\frac{2}{2}=1$

$x_2=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{-(-2)-\sqrt{0}}{2\cdot 1}=\frac{2-0}{2}=\frac{2}{2}=1$

$\boxed{ax^2+bx+c=a\cdot(x-x_1)\cdot(x-x_2)}$

$x^2-2x+1=1\cdot(x-1)\cdot(x-1)=(x-1)^2$

$x^2+2x+1=0$

$a=1\quad b=2\quad c=1$

$D=b^2-4ac=2^2-4\cdot 1\cdot 1=4-4=0$

$x_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{-2+\sqrt{0}}{2\cdot 1}=\frac{-2+0}{2}=\frac{-2}{2}=-1$

$x_2=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{-2-\sqrt{0}}{2\cdot 1}=\frac{-2-0}{2}=\frac{-2}{2}=-1$

$\boxed{ax^2+bx+c=a\cdot(x-x_1)\cdot(x-x_2)}$

$x^2+2x+1=1\cdot(x-(-1))\cdot(x-(-1))=(x+1)\cdot(x+1)=(x+1)^2$

$2x^2 - x + 5 = 0$

$a = 2 \quad b = -1 \quad c = 5$

$D = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5 = 1 - 40 = -39 < 0$ Действительных корней нет, разложить квадратный трехчлен на множители нельзя

$$\frac{(x-1)^2}{(x+2)^2} + \frac{(x+1)^2}{(x-3)^2} \le \frac{\left(2x^2 - x + 5\right)^2}{2 \cdot (x+2)^2 \cdot (x-3)^2}$$

$$\left(\frac{(x-1)}{(x+2)}\right)^2 + \left(\frac{(x+1)}{(x-3)}\right)^2 \le \frac{1}{2}\left(\frac{\left(2x^2 - x + 5\right)}{(x+2)\cdot(x-3)}\right)^2$$

Замена (подстановка)

$$a = \frac{(x-1)}{(x+2)}$$

$$b = \frac{(x+1)}{(x-3)}$$

Найдем сумму подстановок

$$a + b = \frac{(x-1)}{(x+2)} + \frac{(x+1)}{(x-3)} = \frac{(x-1)\cdot(x-3) + (x+1)\cdot(x+2)}{(x+2)\cdot(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2 - 3x - 1x + 3 + x^2 + 2x + 1x + 2}{(x+2)\cdot(x-3)} = \frac{2x^2 - x + 5}{(x+2)\cdot(x-3)}$$

$$a + b = \frac{2x^2 - x + 5}{(x+2)\cdot(x-3)}$$

Заменим выражения в неравенстве

$$a^2 + b^2 \le \frac{1}{2}(a+b)^2$$

$$2a^2 + 2b^2 \le (a+b)^2$$

$$2a^2 + 2b^2 \le a^2 + 2ab + b^2$$

$$2a^2 + 2b^2 - a^2 - 2ab - b^2 \le 0$$

$$a^2 + b^2 - 2ab \le 0$$

$$a^2 - 2ab + b^2 \le 0$$

$$(a-b)^2 \le 0 \Rightarrow (a-b)^2 = 0$$
$$(a-b) = 0$$
$$\left(\frac{(x-1)}{(x+2)} - \frac{(x+1)}{(x-3)}\right) = 0$$
$$\frac{(x-1)\cdot(x-3) - (x+1)\cdot(x+2)}{(x+2)\cdot(x-3)} = 0$$
$$\frac{\left(x^2 - 3x - 1x + 3\right) - \left(x^2 + 2x + 1x + 2\right)}{(x+2)\cdot(x-3)} = 0$$
$$\frac{x^2 - 3x - 1x + 3 - x^2 - 2x - 1x - 2}{(x+2)\cdot(x-3)} = 0$$

$$\frac{-7x+1}{(x+2)\cdot(x-3)} = 0$$

$$-7x+1 = 0$$

$$-7x = -1$$

$$x = \frac{1}{7}$$

Ответ: $x = \frac{1}{7}$

2. **Задание 15 № 507661**

Решите неравенство $\frac{x^2-4x+4}{(x+1)^2} + \frac{x^2+6x+9}{(x-1)^2} \le \frac{\left(2x^2+x+5\right)^2}{2\cdot\left(x^2-1\right)^2}$

Аналоги к заданию № 507658: 507661 510233 Все

Тема 3.2. ***Неравенства, содержащие радикалы***

Источник: https://math-ege.sdamgia.ru/test?theme=275

Уравнения и неравенства, в которых переменная содержится под знаком корня n-ой степени, называются иррациональными

Чтобы найти решение иррациональных уравнений или неравенств, можно заменить переменную или выражение с переменной на новую переменную или возвести обе части в степень.

При возведении обеих частей уравнения в четную степень могут появиться посторонние корни.

Для того, чтобы убрать посторонние корни, нужно подставить все найденные корни в исходное уравнение и проверить, получается ли верное равенство или нет.

Для того, чтобы убрать посторонние корни, можно найти область определения и проверить, входят ли полученные корни в область определения или не входят.

Для нахождения решений неравенств используем свойства

Если это возможно, то с помощью замены приводим уравнения или неравенства к квадратным

Пример 1.

Решить неравенство

$$\sqrt{2-x}-\frac{3}{\sqrt{2-x}}\le -2$$

Найдем область определения

заменяем $t=\sqrt{2-x}$

$$t-\frac{3}{t}\le -2$$

Умножаем обе части на t

$$t^2-3\le -2t$$

$$t^2+2t-3\le 0$$

Получаем квадратное неравенство, корни которого находим через дискриминант и применяем метод интервалов.

$a=1 \quad b=2 \quad c=-3$

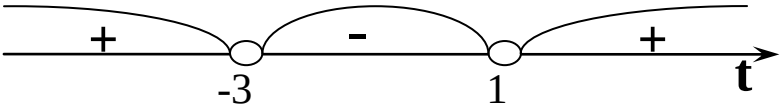
$D=b^2-4ac=2^2-4\cdot 1\cdot(-3)=4+12=16$

$t_1=\dfrac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\dfrac{-2+4}{2}=\dfrac{2}{2}=1$

$t_2=\dfrac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\dfrac{-2-4}{2}=\dfrac{-6}{2}=-3$

Получаем неравенство $(t-1)(t+3)\le 0$

Рисунок 1



Получаем множество решений неравенство $t\in(-3;1)$

Запишем решение в виде системы $\begin{cases} t\ge -3 \\ t\le 1 \end{cases}$

Подставим $t=\sqrt{2-x}$

$\begin{cases} \sqrt{2-x}\ge -3 \\ \sqrt{2-x}\le 1 \end{cases}$

Так как $\sqrt{2-x}\ge 0$ и с учетом того, что, в знаменателе дроби стоит выражение, не равное нулю, то есть $\sqrt{2-x}\ne 0$, получаем $\begin{cases} \sqrt{2-x}>0 \\ \sqrt{2-x}\le 1 \end{cases}$

Решаем эту систему

$\begin{cases} 2-x>0 \\ 2-x\le 1 \end{cases}$

$\begin{cases} 2>x \\ 1\le x \end{cases}$

Ответ: $1\le x<2$

Тема 3.3. ***Показательные неравенства и логарифмические неравенства***

Найдите область определения:

$$y=\sqrt{1-\log_3\frac{3x-5}{x+1}}$$

Под знаком корня четной степени стоит выражение неотрицательное.

$$1-\log_3\frac{3x-5}{x+1}\geq 0$$

Под знаком логарифма стоит выражение больше нуля (строго положительное).

$$\frac{3x-5}{x+1}>0$$

В знаменателе дроби стоит выражение, не равное нулю.

$$x+1\neq 0$$

Итак, область определения находим, решая систему неравенств

$$\begin{cases}1-\log_3\dfrac{3x-5}{x+1}\geq 0\\ \dfrac{3x-5}{x+1}>0\\ x+1\neq 0\end{cases}$$

Перенесем в первом неравенстве выражение с логарифмом в правую часть

$$\begin{cases}1\geq\log_3\dfrac{3x-5}{x+1}\\ \dfrac{3x-5}{x+1}>0\\ x\neq -1\end{cases}$$

Представим в первом неравенстве 1 как логарифм, используя формулу: $1=\log_a a$

$$\begin{cases} \log_3 3 \geq \log_3 \dfrac{3x-5}{x+1} \\ \dfrac{3x-5}{x+1} > 0 \end{cases}$$

Если основание логарифмов а >1, то знак остается прежним

$$\begin{cases} при \quad a > 1 \\ \log_a f(x) \geq \log_a g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow f(x) \geq g(x)$$

$$\begin{cases} 3 \geq \dfrac{3x-5}{x+1} \\ \dfrac{3x-5}{x+1} > 0 \end{cases}$$

Если $x+1 \neq 0$, то при умножении на это выражение знаки в неравенствах сохраняются, и получаем систему:

$$\begin{cases} x+1 \neq 0 \\ 3(x+1) \geq 3x-5 \\ 3x-5 > 0(x+1) \end{cases}$$

Раскроем скобки

$$\begin{cases} x \neq -1 \\ 3x+3 \geq 3x-5 \\ 3x-5 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq -1 \\ 3 \geq -5 \\ x > \dfrac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x > \dfrac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{5}{3}$$

Если $x+1 \pi 0$, то при умножении на это выражение знаки в неравенствах меняются, и получаем систему:

$$\begin{cases} x+1 \pi 0 \\ 3(x+1) \le 3x-5 \\ 3x-5 \pi 0(x+1) \end{cases}$$

Раскроем скобки

$$\begin{cases} x < -1 \\ 3x+3 \le 3x-5 \\ 3x-5 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -1 \\ 3 \le -5 \Leftrightarrow x = \varnothing \\ x < \dfrac{5}{3} \end{cases}$$

Ответ: $x > \dfrac{5}{3}$

Пример 3.

Найдите область определения: $y = \arcsin\left(\dfrac{2x-3}{x+1}\right)$

$$\begin{cases} -1 \le \dfrac{2x-3}{x+1} \le 1 \\ x+1 \ne 0 \end{cases}$$

Если $x+1 > 0$, то знаки сохраняются

$$\begin{cases} -1 \cdot (x+1) \le 2x-3 \le 1 \cdot (x+1) \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1x-1 \le 2x-3 \le x+1 \\ x > -1 \end{cases}$$

К первому неравенству системы прибавим X

$$\begin{cases} 0 \le 3x-2 \le 2x+2 \\ x > -1 \end{cases}$$

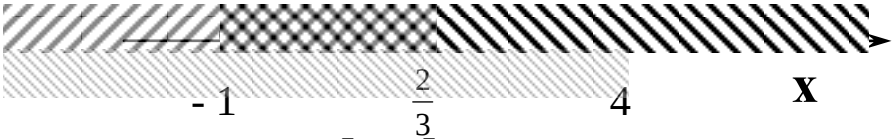
Двойное неравенство запишем в виде двух неравенств

$$\begin{cases} 0 \le 3x-2 \\ 3x-2 \le 2x+2 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \le 3x \\ x \le 4 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2}{3} \le x \\ x \le 4 \\ x > -1 \end{cases}$$

Решим систему методом интервалов



Система имеет решение $x \in \left]-1; \frac{2}{3}\right]$

Если $x+1<0$,

то знаки меняются

Умножим первое неравенство на выражение, стоящее в знаменателе

$$\begin{cases} -1\cdot(x+1) \ge 2x-3 \ge 1\cdot(x+1) \\ x < -1 \end{cases}$$

Раскроем скобки

$$\begin{cases} -1x-1 \ge 2x-3 \ge x+1 \\ x < -1 \end{cases}$$

Прибавим ко всем частям первого неравенства выражение x+1

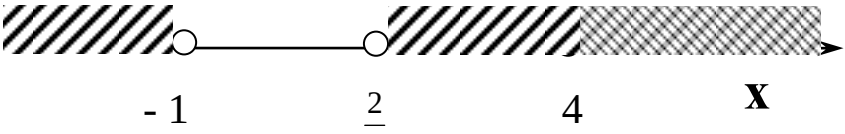
$$\begin{cases} 0 \geq 3x-2 \geq 2x+2 \\ x < -1 \end{cases}$$

Двойное неравенство запишем в виде двух неравенств

$$\begin{cases} 0 \geq 3x-2 \\ 3x-2 \geq 2x+2 \\ x < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \geq 3x \\ x \geq 4 \\ x < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2}{3} \geq x \\ x \geq 4 \\ x < -1 \end{cases}$$



Вторая система решения не имеет

Ответ: $x \in \left]-1; \frac{2}{3}\right]$

Решите неравенство:

20. Задание 15 № 508472 $\log_3^2 x+2>3\log_3 x$

Решение:

$(\log_3 x)^2+2-3\log_3 x>0$

$(\log_3 x)^2-3\log_3 x+2>0$

$ОДЗ:\begin{cases}x>0\\3>0\\3\neq 1\end{cases}$

Замена: $t=\log_3 x$

$(t)^2-3t+2>0$

$t^2-3t+2>0$

$a=1 \quad b=-3 \quad c=2$

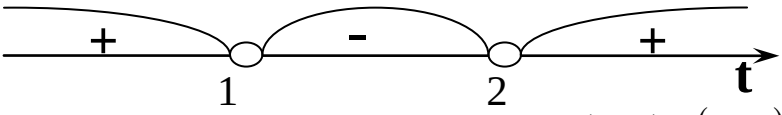
$D=b^2-4ac=(-3)^2-4\cdot 1\cdot 2=9-8=1$

$t_1=\dfrac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\dfrac{-(-3)+1}{2}=\dfrac{3+1}{2}=\dfrac{4}{2}=2$

$t_2=\dfrac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\dfrac{-(-3)-1}{2}=\dfrac{3-1}{2}=\dfrac{2}{2}=1$

Получаем неравенство $(t-2)(t-1)>0$

Рисунок 1



Получаем множество решений неравенство $t\in(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$

$t<1\Rightarrow \log_3 x<1\Rightarrow x<3^1\Rightarrow x<3$

$t>2\Rightarrow \log_3 x>2\Rightarrow x>3^2\Rightarrow x>9$

С учетом ОДЗ $x>0$

Ответ: $x\in(0;3)\cup(9;+\infty)$

21. Задание 15 № 508474

$\log_2^2 x+6>5\log_2 x$

Решение:

$\log_2^2 x+6>5\log_2 x$

$(\log_2 x)^2+6-5\log_2 x>0$

$(\log_2 x)^2-5\log_2 x+6>0$

$ОДЗ:\begin{cases}x>0\\2>0\\2\neq 1\end{cases}$

Замена: $t=\log_2 x$

$(t)^2-5t+6>0$

$t^2-5t+6>0$

$a=1 \quad b=-5 \quad c=6$

$D=b^2-4ac=(-5)^2-4\cdot 1\cdot 6=25-24=1$

$t_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{-(-5)+1}{2}=\frac{5+1}{2}=\frac{6}{2}=3$

$t_2=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{-(-5)-1}{2}=\frac{5-1}{2}=\frac{4}{2}=2$

Получаем неравенство $(t-3)(t-2)>0$

Рисунок 2

Получаем множество решений неравенства $t\in(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$

$t<2$

$\log_2 x<2$

$a=2>1_знак_остается-прежним$

$x<2^2$

$x<4$

$t > 3$

$\log_2 x > 3$

$x > 2^3$

$x > 8$

С учетом ОДЗ $x > 0$

ОТВЕТ $x \in (0;4) \cup (8;+\infty)$

26. Задание 15 № 509203

$\log_5^2(25 - x^2) - 3\log_5(25 - x^2) + 2 \geq 0$

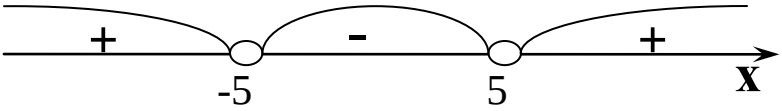
$$ОДЗ: \begin{cases} (25 - x^2) > 0 \\ 5 > 0 \\ 5 \neq 1 \end{cases}$$

$(25 - x^2) > 0$

$(5^2 - x^2) > 0$

$(5 - x) \cdot (5 + x) > 0$

Рисунок 3



Получаем множество решений неравенства ОДЗ $x \in (-\infty;-5) \cup (5;+\infty)$

$\log_5^2(25 - x^2) - 3\log_5(25 - x^2) + 2 \geq 0$

$(\log_5(25 - x^2))^2 - 3\log_5(25 - x^2) + 2 \geq 0$

Замена: $t = \log_5(25 - x^2)$

$(t)^2 - 3t + 2 > 0$

$t^2 - 3t + 2 > 0$

$a=1 \quad b=-3 \quad c=2$

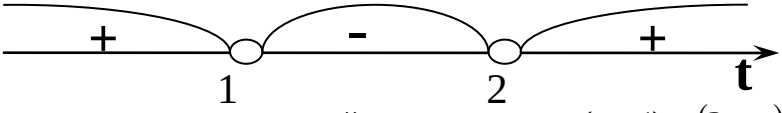
$D=b^2-4ac=(-3)^2-4\cdot 1\cdot 2=9-8=1$

$$t_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{-(-3)+1}{2}=\frac{3+1}{2}=\frac{4}{2}=2$$

$$t_2=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{-(-3)-1}{2}=\frac{3-1}{2}=\frac{2}{2}=1$$

Получаем неравенство $(t-2)(t-1)>0$

Рисунок 4



Получаем множество решений неравенство $t\in(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$

$t<1$

$\log_5\left(25-x^2\right)<1$

$\left(25-x^2\right)<5^1$

$25-x^2<5$

$25-x^2-5<0$

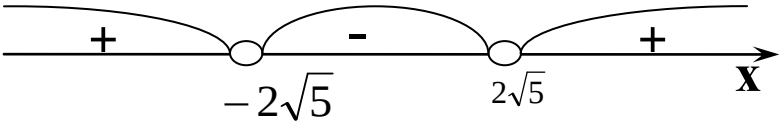
$20-x^2<0$

$\left(\sqrt{20}\right)^2-x^2<0$

$\left(\sqrt{20}-x\right)\cdot\left(\sqrt{20}+x\right)>0$

$\left(2\sqrt{5}-x\right)\cdot\left(2\sqrt{5}+x\right)>0$

Рисунок 5

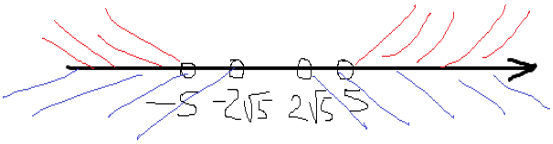


Получаем множество решений неравенства $x\in(-\infty;-2\sqrt{5})\cup\left(2\sqrt{5};+\infty\right)$

С учетом ОДЗ $x\in(-\infty;-5)\cup\left(5;+\infty\right)$

$$\begin{cases} x \in (-\infty;-2\sqrt{5}) \cup (2\sqrt{5};+\infty) \\ x \in (-\infty;-5) \cup (5;+\infty) \end{cases}$$

$2\sqrt{5} \approx 4{,}47$



$t > 2$

$\log_5 (25 - x^2) > 2$

$(25 - x^2) > 5^2$

$25 - x^2 > 25$

$25 - x^2 - 25 > 0$

$-x^2 > 0$

$x^2 < 0$ Нет корней

Ответ: $x \in (-\infty;-5) \cup (5;+\infty)$

Тема 3.4. ***Неравенства с модулем***

Для того, чтобы решать уравнения и неравенства с модулем, необходимо помнить определение модуля:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{если} \quad x \geq 0 \\ -x, & \text{если} \quad x < 0 \end{cases}$$

Модулем или абсолютной величиной данного числа называется само это число, если число неотрицательное и противоположное ему число, если число отрицательное.

Для решений уравнений с модулями применяем три способа:

Если в уравнении только одно выражение стоит под знаком модуля, то применяем непосредственно определение модуля и решаем соответственно две системы.

Если в уравнении два, три и более выражений с модулем, то чаще всего удобнее применять метод интервалов при раскрытии модулей.

Если левая и правая части уравнения заведомо неотрицательные выражения, мы можем возвести обе части уравнения в квадрат и избавиться от модуля.

Пример 1

Найдите решение неравенства $|3x+5| < 1$

Если в уравнении только одно выражение стоит под знаком модуля, то применяем непосредственно определение модуля и решаем соответственно две системы.

$$|3x+5| = \begin{cases} 3x+5, & \text{если} \quad 3x+5 \geq 0 \\ -(3x+5), & \text{если} \quad 3x+5 < 0 \end{cases}$$

Получаем две системы

1 система: $\begin{cases} 3x+5 \ge 0 \\ 3x+5 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x \ge -5 \\ 3x < 1-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x \ge -5 \\ 3x < -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \dfrac{-5}{3} \\ x < \dfrac{-4}{3} \end{cases}$

$\Leftrightarrow x \in \left[\dfrac{-5}{3}; \dfrac{-4}{3} \right)$

2 система: $\begin{cases} 3x+5 < 0 \\ -(3x+5) < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x < -5 \\ -3x-5 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x < -5 \\ -3x < 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \dfrac{-5}{3} \\ x > -2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x \in \left(-2; \dfrac{-5}{3} \right)$

Ответ: $x \in \left(-2; \dfrac{-5}{3} \right) \cup \left[\dfrac{-5}{3}; \dfrac{-4}{3} \right)$

Пример 2.

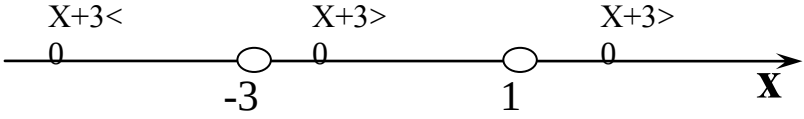
Найдите сумму корней уравнения $|x+3| = 3|x-1|$

Если в уравнении два, три и более выражений с модулем, то можно применять метод интервалов при раскрытии модулей.

Найдем сначала критические точки, при переходе через которые значение выражения под знаком модуля меняет знак на противоположный.

X+3=0 или X-1=0

X=-3 X=1



Если $x \in (-\infty; -3)$, то получаем следующее уравнение

$-(x+3)=-3(x-1)$
$-x-3=-3x+3$
$-x+3x=3+3$
$2x=6$
$x=3\notin(-\infty;-3)$
Если $x\in[-3;1)$, то получаем следующее уравнение

$(x+3)=-3(x-1)$
$x+3=-3x+3$
$x+3x=3-3$
$x=0$
$x=0\in[-3;1)$
Если $x\in[1;+\infty)$, то получаем следующее уравнение

$(x+3)=3(x-1)$
$x+3=3x-3$
$x-3x=-3-3$
$-2x=-6$
$x=3\in[1;+\infty)$
$x=0;x=3$-корни уравнения

Сумма корней уравнения $x_1+x_2=0+3=3$
Ответ: 3

Тема 3.5. ***Тригонометрические неравенства***

Задание 1

$$3-\sin(2x-\frac{\pi}{4})>2.5$$

$$-\sin(2x-\frac{\pi}{4})>2.5-3$$

$$-\sin(2x-\frac{\pi}{4})>-0.5$$

$$\sin(2x-\frac{\pi}{4})<0.5$$

$$\sin(2x-\frac{\pi}{4})<\frac{1}{2}$$

$$\frac{2\pi}{3}+2\pi n<(2x-\frac{\pi}{4})<\frac{7\pi}{3}+2\pi n$$

$$\frac{2\pi}{3}+2\pi n+\frac{\pi}{4}<2x<\frac{7\pi}{3}+2\pi n+\frac{\pi}{4}$$

$$\frac{11\pi}{12}+2\pi n<2x<\frac{31\pi}{12}+2\pi n$$

$$\frac{11\pi}{24}+\pi n<x<\frac{31\pi}{24}+\pi n$$

Тема 4.1. ***Расстояние между прямыми и плоскостями .Расстояние от точки до прямой и до плоскости***

Если сфера касается всех граней правильной треугольной призмы с ребром основания, равным 2, то ее объем равен?

В правильной треугольной призме длина бокового ребра равна 2 шар с центром в точке О касается

Шар можно вписать в прямую призму в том и только в том случае, если в основание призмы можно вписать окружность, а высота призмы равна диаметру этой окружности.

Если сфера касается всех граней правильной призмы, то высота призмы ***H = 2r***, ***r*** – радиус круга, вписанного в основание призмы. Основание правильной треугольной призмы - равносторонний треугольник, все углы которого равны 60°. Радиус окружности. вписанной в него, равен ***1/3*** его высоты ***h***.

$$h = a * sin60^o = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$r = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

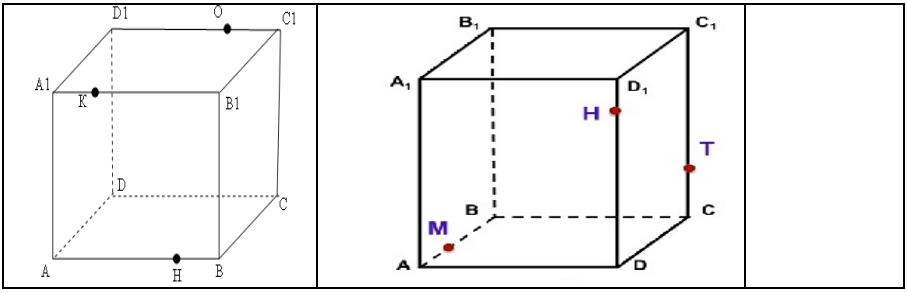
$$H = 2r = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

V=S•H

$$S = a^2\frac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$$

$$V = \frac{\sqrt{3}*2*\sqrt{3}}{3} = 2$$(ед. объема).

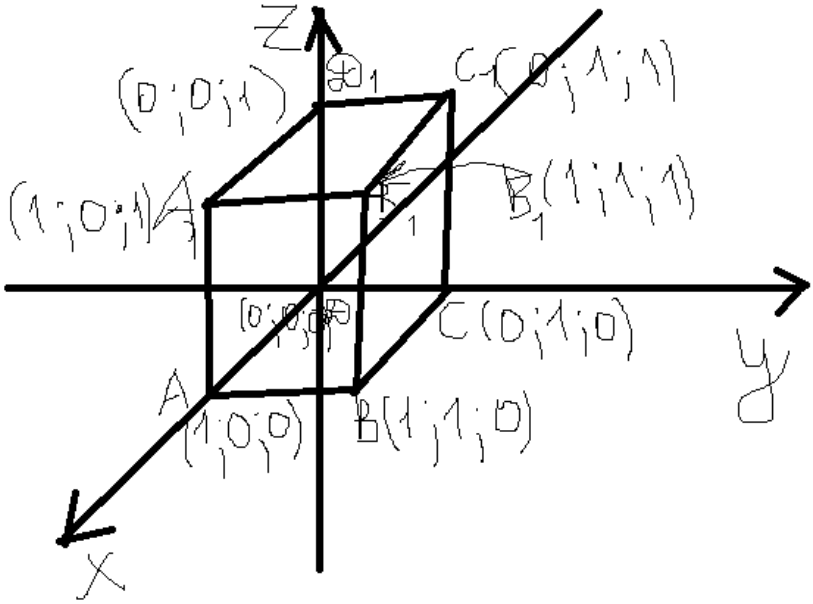
Тема 4.2. ***Сечения многогранников. Метод следов***



Тема 4.3. ***Угол между плоскостями. Угол между прямой и плоскостью . Угол между скрещивающимися прямыми***

Задания Д6 С2 № [505549]

В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите косинус угла между плоскостями AB_1D_1 и ACD_1.



плоскость AB_1D_1 A(1;0;0) B1(1;1;1) D1(0;0;1)

$$\begin{vmatrix} x-x_A & y-y_A & z-z_A \\ x_{B_1}-x_A & y_{B_1}-y_A & z_{B_1}-z_A \\ x_{D_1}-x_A & y_{D_1}-y_A & z_{D_1}-z_A \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x-1 & y-0 & z-0 \\ 1-1 & 1-0 & 1-0 \\ 0-1 & 0-0 & 1-0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x-1 & y & z \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x-1)\cdot 1\cdot 1 + y\cdot 1\cdot(-1) + z\cdot 0\cdot 0 - (-1)\cdot 1\cdot z - 0\cdot 1\cdot(x-1) - 1\cdot 0\cdot y = 0$$

$$x-1-y+0-z-0-0=0$$

$$x-y-z-1=0$$

$$1x-1y-1z-1=0$$

$$N_{AB_1D_1} = (1;-1;-1)$$

$$\left|N_{AB_1D_1}\right| = \overline{|(1;-1;-1)|} = \sqrt{1^2+(-1)^2+(-1)^2} = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}$$

плоскость ACD_1 A(1;0;0) C(0;1;0) D1(0;0;1)

$$\begin{vmatrix} x-x_A & y-y_A & z-z_A \\ x_C-x_A & y_C-y_A & z_C-z_A \\ x_{D_1}-x_A & y_{D_1}-y_A & z_{D_1}-z_A \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x-1 & y-0 & z-0 \\ 0-1 & 1-0 & 0-0 \\ 0-1 & 0-0 & 1-0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x-1 & y & z \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x-1)\cdot 1\cdot 1 + y\cdot 0\cdot(-1) + z\cdot(-1)\cdot 0 - (-1)\cdot 1\cdot z - 0\cdot 1\cdot(x-1) - 1\cdot(-1)\cdot y = 0$$

$$x-1-0+0+z-0+y=0$$

$$x+y+z-1=0$$

$$1x+1y+1z-1=0$$

$$N_{ACD_1} = (1;1;1)$$

$$\left|N_{ACD_1}\right| = \overline{|(1;1;1)|} = \sqrt{1^2+1^2+1^2} = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}$$

$$\cos \widehat{AB_1D_1\ ACD_1} = \frac{N_{AB_1D_1} \cdot N_{ACD_1}}{\left|N_{AB_1D_1}\right| \cdot \left|N_{ACD_1}\right|} = \frac{(1;-1;-1)\cdot(1;1;1)}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{1\cdot 1+(-1)\cdot 1+(-1)\cdot 1}{3} = \frac{1}{3}$$

Задания Д6 С2 № 484562

В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите косинус угла между плоскостями BA_1C_1 и BA_1D_1.

Задания Д6 С2 № 507496

В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите угол между плоскостями AB_1D_1 и ACD_1.

Задания Д6 С2 № 485981

Основание прямой четырехугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 12$, $AD = 5$. Найдите угол между плоскостью основания призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра AD перпендикулярно прямой BD_1, если расстояние между прямыми AC и B_1D_1 равно 13.

Задания Д6 С2 № 505773

Угол наклона всех боковых граней пирамиды $SABC$ одинаков и равен

Основанием пирамиды являются прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C. Найти боковую поверхность пирамиды, если

а радиус вписанной в треугольник ABC окружности равен 1.

Задания Д6 С2 № 507581

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 4$, $BC = 6$, $CC_1 = 4$, найдите тангенс угла между плоскостями CDD_1 и BDA_1.

Задания Д6 С2 № 507592

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 6$, $BC = 6$, $CC_1 = 4$, найдите тангенс угла между плоскостями ACD_1 и $A_1B_1C_1$.

Задания Д6 С2 № 485978

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC точка M — середина ребра SA, точка K — середина ребра SB. Найдите угол между плоскостями CMK и ABC, если $SC = 6$, $BC = 4$.

Задания Д6 С2 № 486000

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC точка M — середина ребра SA, точка K — середина ребра SB. Найдите угол между плоскостями CMK и ABC, если $SC = 8$, $AB = 6$.

Задания Д6 С2 № 507639

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ точка M — середина ребра SA, точка K — середина ребра SC. Найдите угол между плоскостями BMK и ABC, если $AB = 4$, $SC = 7$.

Задания Д6 С2 № 507705

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ точка M — середина ребра SA, точка K — середина ребра SC. Найдите угол между плоскостями BMK и ABC, если $AB = 8$, $SC = 6$.

Задания Д6 С2 № 507695

Дана прямая призма $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Основание призмы — ромб со стороной 4 и острым углом 60°. Высота призмы равна 5. Найдите угол между плоскостью AC_1B и плоскостью ABD.

Аналоги к заданию № 507695: 507699 511476 Все

Задания Д6 С2 № 507699

Дана прямая призма $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Основание призмы — ромб со стороной 8 и острым углом 45°. Высота призмы равна 6. Найдите угол между плоскостью AC_1B и плоскостью ABD.

Задания Д6 С2 № 485997

Основание прямой четырехугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 5$, Найдите угол между плоскостью основания призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра AD перпендикулярно прямой BD_1, если расстояние между прямыми AC и B_1D_1 равно

Задания Д6 С2 № 500064

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ стороны основания равны 2, боковые ребра равны 3, точка D — середина ребра CC_1. Найдите угол между плоскостями ABC и ADB_1.

Задания Д6 С2 № 500347

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ стороны основания равны 1, боковые ребра равны 2, точка D — середина ребра CC_1. Найдите угол между плоскостями ABC и ADB_1.

Задания Д6 С2 № 500588

В правильной четырёхугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ стороны основания равны 1, а боковые рёбра равны 5. На ребре AA_1 отмечена точка E так, что $AE : EA_1 = 2 : 1$. Найдите угол между плоскостями ABC и BED_1.

Задания Д6 С2 № 500132

В правильной четырёхугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ стороны основания равны 2, а боковые рёбра равны 3. На ребре AA_1 отмечена точка E так, что $AE : EA_1 = 1 : 2$. Найдите угол между плоскостями ABC и BED_1.

Задания Д6 С2 № 505237

Косинус угла между боковой гранью и основанием правильной треугольной пирамиды равен Найдите угол между боковыми гранями этой пирамиды.

Задания Д6 С2 № 505247

Косинус угла между боковой гранью и основанием правильной треугольной пирамиды равен Найдите угол между боковыми гранями этой пирамиды.

Задания Д6 С2 № 500816

Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 2, а диагональ боковой грани равна Найдите угол между плоскостью A_1BC и плоскостью основания призмы.

Задания Д6 С2 № 501045

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка S — вершина. Точка M — середина ребра SA, точка K — середина ребра SC. Найдите угол между плоскостями BMK и ABC, если $AB = 8$, $SC = 10$.

Задания Д6 С2 № 484565

В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите синус угла между плоскостью SAD и плоскостью, проходящей через точку A перпендикулярно прямой BD.

Классификатор стереометрии: Построения в пространстве, Правильная четырёхугольная пирамида, Сечение -- треугольник, Сечение, параллельное или перпендикулярное прямой, Сечение, проходящее через три точки, Угол между плоскостями

Задания Д6 С2 № 514090

Высота цилиндра равна 3. Равнобедренный треугольник ABC с боковой стороной 10 и $\angle A = 120°$ расположен так, что его вершина A лежит на окружности нижнего основания цилиндра, а вершины B и C — на окружности верхнего основания. Найдите угол между плоскостью ABC и плоскостью основания цилиндра.

Задания Д6 С2 № 514091

В правильной треугольной пирамиде $MABC$ с вершиной M сторона основания AB равна 6. На ребре AB отмечена точка K так, что $AK : KB = 5 : 1$. Сечение MKC является равнобедренным треугольником с основанием MK. Найдите угол между боковыми гранями пирамиды.

Тема 5: **Финансовая математика** (5 ч)

Пример

Клиент взял в банке кредит на сумму100 000 рублей на три года под 12% годовых. Найти нарощенную сумму по формуле простых и сложных процентов.

Решение:

Исходные данные задачи:

$S_0 = 100000$ рублей сумма кредита

i%=12% годовая процентная ставка по кредиту в виде процентов

$i = \frac{i\%}{100\%} = \frac{12\%}{100\%} = 0{,}12$ годовая процентная ставка по кредиту в виде долей

n=3 года срок кредита

Найти: $S_n = ?$

1) По формуле простых процентов $\boxed{S_n = S_0 \cdot (1 + i \cdot n)}$

$S_n = S_0 \cdot (1 + i \cdot n) = 100000 \cdot (1 + 0{,}12 \cdot 3) = 100000 \cdot 1{,}36 = 136000$ рублей

2) По формуле сложных процентов $\boxed{S_n = S_0 \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n \cdot m}}$

а) m=1 раз в год

$$S_n = S_0 \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n \cdot m} = 100000 \cdot \left(1 + \frac{0{,}12}{1}\right)^{3 \cdot 1} = 100000 \cdot 1{,}12^3 = 140492{,}8 \text{ рублей}$$

б) m=2 раза в год

$$S_n = S_0 \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n \cdot m} = 100000 \cdot \left(1 + \frac{0{,}12}{2}\right)^{3 \cdot 2} = 100000 \cdot 1{,}06^6 = 141851{,}91 \text{ рублей}$$

в) m=4 раза в год

$$S_n = S_0 \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n \cdot m} = 100000 \cdot \left(1 + \frac{0{,}12}{4}\right)^{3 \cdot 4} = 100000 \cdot 1{,}03^{12} = 142576{,}1 \text{ рублей}$$

г) m=12 раз в год

$$S_n = S_0 \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n \cdot m} = 100000 \cdot \left(1 + \frac{0{,}12}{12}\right)^{3 \cdot 12} = 100000 \cdot 1{,}01^{36} = 143076{,}88 \text{ рублей}$$

Тема 5.1. ***Задачи на оптимальный выбор***

Задание 17 № 508236

В 1-е классы поступает 45 человек: 20 мальчиков и 25 девочек. Их распределили по двум классам: в одном должно получиться 22 человека, а в другом — 23. После распределения посчитали процент девочек в каждом классе и полученные числа сложили. Каким должно быть распределение по классам, чтобы полученная сумма была наибольшей?

Таблица 1

	1 А класс	1 Б класс	
девочки	X девочек	У девочек	25 девочек
мальчики	(22-x) мальчиков	(23-y) мальчиков	20 мальчиков
Итого	22 человека	23 человека	

Таблица 2

Количество человек неотрицательное число	
$x \geq 0$ $(22-x) \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 22$	$y \geq 0$ $(23-y) \geq 0 \Leftrightarrow y \leq 23$
Количество мальчиков и девочек в каждом классе меньше или равно числа детей в классе	
$x \leq 22$ $(22-x) \leq 22 \Leftrightarrow x \geq 0$	$y \leq 23$ $(23-y) \leq 23 \Leftrightarrow y \geq 0$
Количество девочек в каждом классе меньше или равно общего числа девочек $x \leq 25$ $(22-x) \leq 20 \Leftrightarrow -x \leq -2 \Leftrightarrow x \geq 2$	Количество мальчиков в каждом классе меньше или равно общего числа мальчиков $y \leq 25$ $(23-y) \leq 20 \Leftrightarrow -y \leq -3 \Leftrightarrow y \geq 3$
Вывод $2 \leq x \leq 22$ $x \in [2;20]$	Вывод: $3 \leq y \leq 23$ $y \in [3;23]$

$x + y = 25 \Leftrightarrow y = 25 - x$

$y(2) = 25 - 2 = 23 \quad (2;23)$

$$f = \frac{x}{22} * 100\% + \frac{y}{23} * 100\%$$

$$f=\frac{2}{22}*100\%+\frac{23}{23}*100\%=\frac{1}{11}*100\%+1*100\%=\frac{1300}{11}=118.2$$

$y(20)=25-20=3$ (20;3)

$$f=\frac{20}{22}*100\%+\frac{3}{23}*100\%=104.0$$

Ответ: $f=118.2$ (2;23)

в одном классе 3 девочки и 20 мальчиков

РАСПИСАТЬ РЕШЕНИЕ!!!!

Задание 17 № 508257

В 1-е классы поступает 43 человека: 23 мальчика и 20 девочек. Их распределили по двум классам: в одном должно получиться 22 человека, а в другом — 21. После распределения посчитали процент мальчиков в каждом классе и полученные числа сложили. Каким должно быть распределение по классам, чтобы полученная сумма была наибольшей?

Задание 17 № 511227

В распоряжении начальника имеется бригада рабочих в составе 24 человек. Их нужно распределить на день на два объекта. Если на первом объекте работает t человек, то их суточная зарплата составляет $4t^2$ у. е. Если на втором объекте работает t человек, то их суточная зарплата составляет t^2 у. е. Как нужно распределить на эти объекты бригаду рабочих, чтобы выплаты на их суточную зарплату оказались наименьшими? Сколько у. е. в этом случае придется заплатить рабочим?

Решение:

1 объект			2 объект	
Количество человек	Суточная зарплата		Количество человек	Суточная зарплата
x	$4x^2$		y	y^2

$$\begin{cases} x+y=24 \\ x\ge 0, y\ge 0 \\ f=4x^2+y^2\to \min \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=24-x \\ x\ge 0, y\ge 0 \\ f=4x^2+(24-x)^2\to \min \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{(a-b)^2=a^2-2ab+b^2} \Leftrightarrow \begin{cases} y=24-x \\ x\ge 0, y\ge 0 \\ f=4x^2+24^2-2\cdot 24\cdot x+x^2\to \min \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=24-x \\ x\ge 0, y\ge 0 \\ f=5x^2+576-48\cdot x\to \min \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y=24-x \\ x\ge 0, y\ge 0 \\ f'=\left(5x^2+576-48\cdot x\right)'=10x+0-48=10x-48 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=24-x \\ f'=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=24-x \\ 10x-48=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=24-x \\ 10x=48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=24-x \\ x=48/10=4{,}8 \end{cases}$$

Если x=4, то y=24-4=20 $f=4x^2+y^2=4\cdot 4^2+20^2=64+400=464$ у.е.

Если x=5, то y=24-5=19 $f = 4x^2 + y^2 = 4 \cdot 5^2 + 19^2 = 100 + 361 = 461$у.е.
461<464
Ответ: x=5, y=19, $f = 461$у.е.

Задание для самостоятельного решения

В распоряжении прораба имеется бригада рабочих в составе 26 человек. Их нужно распределить на строительство двух частных домов, находящихся в разных городах. Если на строительстве первого дома работает t человек, то их суточная зарплата составляет 3t^2 д. е. Если на строительстве второго дома работает t человек, то их суточная зарплата составляет 4t^2 д. е. Дополнительные суточные накладные расходы (транспорт, питание и т. п.) обходятся в 4 д. е. в расчёте на одного рабочего при строительстве первого дома и в 3 д. е. при строительстве второго дома. Как нужно распределить на эти объекты рабочих бригады, чтобы все выплаты на их суточное содержание (т. е. суточная зарплата и суточные накладные расходы) оказались наименьшими? Сколько д. е. в сумме при таком распределении составят все суточные затраты (на зарплату и накладные расходы)?

Ответ: 15 человек на первый дом;11 человек на второй;1252 д.е.

Задание 17 № 512665

Леонид является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые приборы, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование.

В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно $4t^3$ часов в неделю, то за эту неделю они производят t приборов; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^3 часов в неделю, они производят t приборов.

За каждый час работы (на каждом из заводов) Леонид платит рабочему 1 тысячу рублей. Необходимо, чтобы за неделю суммарно производилось 20 приборов. Какую наименьшую сумму придется тратить владельцу заводов еженедельно на оплату труда рабочих?

1 завод				2 завод		
Количество часов работы	Произведено	Зарплата (тыс.руб)		Количество часов работы	Произведено	Зарплата (тыс.руб)
$4x^3$	x	$4x^3$		y^3	y	y^3

$$\begin{cases} x+y=20 \\ x\ge 0, y\ge 0 \\ f=4x^3+y^3\to\min \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=20-x \\ x\ge 0, y\ge 0 \\ f=4x^3+(20-x)^3\to\min \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=20-x \\ x\ge 0, y\ge 0 \\ f=4x^3+20^3-3\cdot 20^2\cdot x+3\cdot 20\cdot x^2-x^3\to\min \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=20-x \\ x\ge 0, y\ge 0 \\ f=3x^3+8000-1200\cdot x+60\cdot x^2\to\min \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y=20-x \\ x\ge 0, y\ge 0 \\ f'=\left(3x^3+8000-1200\cdot x+60\cdot x^2\right)'=9x^2+0-1200+120x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=20-x \\ x\ge 0, y\ge 0 \\ f'=9x^2+120x-1200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=20-x \\ x\ge 0, y\ge 0 \\ f'=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=20-x \\ x\ge 0, y\ge 0 \\ 9x^2+120x-1200=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 9x^2+120x-1200=0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2+40x-400=0$$

$a=3 \quad b=40 \quad c=-400$

$D=b^2-4ac=(40)^2-43\cdot(-400)=1600+4800=6400$

$x_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{-40+\sqrt{6400}}{2\cdot 3}=\frac{-40+80}{6}=\frac{40}{6}=6\frac{2}{3}$

$x_2=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{-40+\sqrt{6400}}{2\cdot 3}=\frac{-40-80}{6}=\frac{-120}{6}=-20<0$

Если x=6, то y=20-6=14

$f=4x^3+y^3=4\cdot 6^3+14^3=864+2744=3608$ тыс.у.е.=3608000

Если x=7, то y=20-7=13

$f=4x^3+y^3=4\cdot 7^3+13^3=1372+2197=3569$ тыс.у.е.=3569000

3569000<3608000

Ответ: x=7, y=13, $f=3569000$ у.е.

Задание для самостоятельного решения

17. Фёдор является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые приборы, но на заводе, расположенном в первом городе, используется более совершенное оборудование.

В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно 3t^2часов в неделю, то за эту неделю они производят t приборов; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно 4t^2часов в неделю, они производят t приборов.

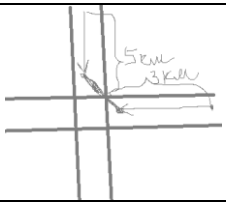
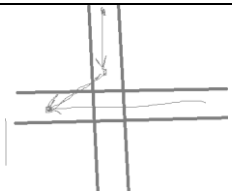
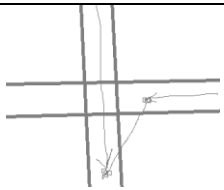
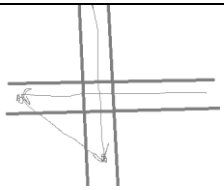
За каждый час работы (на каждом из заводов) Фёдор платит рабочему 1тысячу руб. Необходимо, чтобы за неделю суммарно производилось 30 приборов. Какую наименьшую сумму придется тратить владельцу заводов еженедельно на оплату труда рабочих?

Задание 17 № 511234

Два велосипедиста равномерно движутся по взаимно перпендикулярным дорогам по направлению к перекрестку этих

дорог. Один из них движется со скоростью 40 км/ч и находится на расстоянии 5 км от перекрестка, второй движется со скоростью 30 км/ч и находится на расстоянии 3 км от перекрестка. Через сколько минут расстояние между велосипедистами станет наименьшим? Каково будет это наименьшее расстояние? *Считайте, что перекресток не Т-образный, обе дороги продолжаются за перекрестком.*

Решение:

Оба не доехали до перекрестка	Первый переехал через перекресток, второй не доехал	Первый не доехал, второй переехал	Оба переехали через перекресток
			

Пусть время x минут = $\frac{x}{60}$ часа

Кто	скорость	время	Пройденный путь
1 велосипедист	40 км/ч	$\frac{x}{60}$ часа	$40 \cdot \frac{x}{60} = \frac{2}{3}x$ км
2 велосипедист	30 км/ч	$\frac{x}{60}$ часа	$30 \cdot \frac{x}{60} = \frac{1}{2}x$ км

$$d^2 = \left(5 - \frac{2}{3}x\right)^2 + \left(3 - \frac{1}{2}x\right)^2$$

$$d^2 = (5)^2 - 2\cdot 5\cdot \frac{2}{3}x + \left(\frac{2}{3}x\right)^2 + (3)^2 - 2\cdot 3\cdot \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{2}x\right)^2$$

$$d^2 = 25 - \frac{20}{3}x + \frac{4}{9}x^2 + 9 - 3x + \frac{1}{4}x^2$$

$$d^2 = 3 + \left(-\frac{20}{3}x - 3x\right) + \left(\frac{4}{9}x^2 + \frac{1}{4}x^2\right)$$

$$d^2 = (25+9) + \left(-\frac{20}{3} - 3\right)x + \left(\frac{4}{9} + \frac{1}{4}\right)x^2$$

$$d^2 = (25+9) + \left(\frac{-20-9}{3}\right)x + \left(\frac{16+9}{36}\right)x^2$$

$$d^2 = 34 - \frac{29}{3}x + \frac{25}{36}x^2$$

$$d = \sqrt{34 - \frac{29}{3}x + \frac{25}{36}x^2}$$

$$d' = \left(\sqrt{34 - \frac{29}{3}x + \frac{25}{36}x^2}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{34 - \frac{29}{3}x + \frac{25}{36}x^2}} \cdot \left(34 - \frac{29}{3}x + \frac{25}{36}x^2\right)' =$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{34 - \frac{29}{3}x + \frac{25}{36}x^2}} \cdot \left(0 - \frac{29}{3}\cdot 1 + \frac{25}{36}\cdot 2x\right) =$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{34 - \frac{29}{3}x + \frac{25}{36}x^2}} \cdot \left(-\frac{29}{3} + \frac{50}{36}x\right)$$

$$d' = 0$$

$$\frac{1}{2\sqrt{34 - \frac{29}{3}x + \frac{25}{36}x^2}} \cdot \left(-\frac{29}{3} + \frac{50}{36}x\right) = 0$$

$$\left(-\frac{29}{3} + \frac{50}{36}x\right) = 0$$

$$\frac{50}{36}x=\frac{29}{3}$$

$$x=\frac{29}{3}:\frac{50}{36}$$

$$x=\frac{29}{3}\cdot\frac{36}{50}$$

$$x=\frac{29}{1}\cdot\frac{12}{50}$$

$$x=\frac{29}{1}\cdot\frac{12}{50}.=6{,}96\text{ минуты}$$

$$d=\sqrt{34-\frac{29}{3}\cdot 6{,}96+\frac{25}{36}\cdot 6{,}96^2}=0{,}6\text{ км}$$

Задание 17 № 511887

Алексей вышел из дома на прогулку со скоростью *v* км/ч. После того, как он прошел 6 км, из дома следом за ним выбежала собака Жучка, скорость которой была на 9 км/ч больше скорости Алексея. Когда Жучка догнала хозяина, они повернули назад и вместе возвратились домой со скоростью 4 км/ч. Найдите значение *v*, при котором время прогулки Алексея окажется наименьшим. Сколько при этом составит время его прогулки?

Задание 17 № 511894

В бассейн проведены три трубы. Первая труба наливает 30 м^3 воды в час. Вторая труба наливает в час на $3V$ м^3 меньше, чем первая ($0 < V < 10$), а третья труба наливает в час на $10V$ м^3 больше первой. Сначала первая и вторая трубы, работая вместе, наливают 30% бассейна, а затем все три трубы, работая вместе, наливают оставшиеся 0,7 бассейна. При каком значении V бассейн быстрее всего наполнится указанным способом?

Задание 17 № 513208

Саша положил некоторую сумму в банк на 4 года под 10% годовых. Одновременно с ним Паша такую же сумму положил на два года в другой банк под 15% годовых. Через два года Паша решил продлить срок вклада еще на 2 года. Однако к тому времени процентная ставка по вкладам в этом банке изменилась и составляла уже p% годовых. В итоге через четыре года на счету у Паши оказалась большая сумма, чем у Саши, причем эта разность составила менее 10% от суммы, вложенной каждым первоначально. Найдите наибольшее возможное целое значение процентной ставки.

Задание 17 № 513296

У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 400 ц/га, а на втором — 300 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 400 ц/га.

Фермер может продавать картофель по цене 10 000 руб. за центнер, а свёклу — по цене 11 000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

1 поле					
	Площадь	Урожайность	Урожай	Цена	Доход
Картофель	X га	400 ц/га	X*400 ц	10000 руб/ц	X*400*10000 руб.
Свекла	(10-x)га	300 ц/га	(10-x)*300 ц	11000 руб/ц	(10-x)*300*11000 руб

2 поле					
	Площадь	Урожайность	Урожай	Цена	Доход
Картофель	y га	300 ц/га	y*300 ц	10000 руб/ц	y*300*10000 руб.
Свекла	(10-y)га	400 ц/га	(10-y)*400 ц	11000 руб/ц	(10-y)*400*11000 руб.

$0 \le x \le 10$

$0 \le y \le 10$

$$f = x*400*10000 + (10-x)*300*11000 + y*300*10000 +$$
$$+(10-y)*400*11000 \to \max$$

$$1_поле \Rightarrow \frac{прибыль_с_1_га_картофеля}{прибыль_с_1_га_свеклы} = \frac{400*10000}{300*11000} = \frac{40}{33} = 1\frac{7}{33} > 1 \Rightarrow$$

Выгоднее на первом поле посадить картофель, т.е. x=10

$$2_поле \Rightarrow \frac{прибыль_с_1_га_картофеля}{прибыль_с_1_га_свеклы} = \frac{300*10000}{400*11000} = \frac{30}{44} = < 1 \Rightarrow$$

Выгоднее на втором поле посадить свеклу, то есть y=0

$$f = 10*400*10000 + (10-10)*300*11000 + 0*300*10000 +$$
$$+(10-0)*400*11000 = 40000000 + 0 + 0 + 44000000 = 84000000$$

рублей

Ответ:84000000 рублей

Задание 17 № 513292

У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 500 ц/га, а на втором — 300 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 500 ц/га.

Фермер может продать картофель по цене 5000 руб. за центнер, а свёклу — по цене 8000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

1 поле					
	площадь	урожайность	урожай	Цена	Доход
картофель	X га	500 ц/га	X*500	5000 руб/ц	X*500*5000
свекла	(10-x)га	300 ц/га	(10-x)*300	8000 руб/ц	(10-x)*300*8000
итого	10 га		X*500+(10-x)*300		X*500*5000+ +(10-x)*300*8000

2 поле					
	площадь	урожайность	урожай	Цена	Доход
картофель	y га	300 ц/га	y*300	5000 руб/ц	y*300*5000
свекла	(10-y)га	500 ц/га	(10-y)*500	8000 руб/ц	(10-y)*500*8000
итого	10 га		y*300+(10-y)*500		y*300*5000+ +(10-y)*500*8000

Аналоги к заданию № 513292: 513296 515785 517184 517222 Все

Задание 17 № 513301

В двух областях есть по 160 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 5 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,1 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для добычи y кг никеля в день требуется y^2 человеко-часов труда.

Для нужд промышленности можно использовать или алюминий, или никель, причём 1 кг алюминия можно заменить 1 кг никеля. Какую наибольшую массу металлов можно за сутки суммарно добыть в двух областях?

Задание 17 № 513302

На каждом из двух заводов работает по 100 человек. На первом заводе один рабочий изготавливает за смену 3 детали A или 1 деталь B. На втором заводе для изготовления t деталей (и A, и B) требуется t^2 человеко-смен. Оба завода поставляют детали на комбинат, где собирают изделие, причем для его изготовления нужна 1 деталь A и 3 детали B. При этом заводы договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?

Задание 17 № 509095

Фабрика, производящая пищевые полуфабрикаты, выпускает блинчики со следующими видами начинки: ягодная и творожная. В данной ниже таблице приведены себестоимость и отпускная цена, а также производственные возможности фабрики по каждому виду продукта при полной загрузке всех мощностей только данным видом продукта.

Вид начинки	Себестоимость (за 1 тонну)	Отпускная цена (за 1 тонну)	Производственные возможности
ягоды	70 тыс. руб.	100 тыс. руб.	90 (тонн в мес.)
творог	100 тыс. руб.	135 тыс. руб.	75 (тонн в мес.)

Для выполнения условий ассортиментности, которые предъявляются торговыми сетями, продукции каждого вида должно быть выпущено не менее 15 тонн. Предполагая, что вся продукция фабрики находит спрос (реализуется без остатка), найдите максимально возможную прибыль, которую может получить фабрика от производства блинчиков за 1 месяц.

Задание 17 № 509124

Консервный завод выпускает фруктовые компоты в двух видах тары — стеклянной и жестяной. Производственные мощности завода позволяют выпускать в день 90 центнеров компотов в стеклянной таре или 80 центнеров в жестяной таре. Для выполнения условий ассортиментности, которые предъявляются торговыми сетями, продукции в каждом из видов тары должно быть выпущено не менее 20 центнеров. В таблице приведены себестоимость и отпускная цена завода за 1 центнер продукции для обоих видов тары.

Вид тары	Себестоимость, 1 центнера	Отпускная цена, 1 центнера
стеклянная	1500 руб.	2100 руб.
жестяная	1100 руб.	1750 руб.

Предполагая, что вся продукция завода находит спрос (реализуется без остатка), найдите максимально возможную прибыль завода за один день (прибылью называется разница между отпускной стоимостью всей продукции и её себестоимостью).

Задание 17 № 506953

В январе 2000 года ставка по депозитам в банке «Возрождение» составляла x% годовых, тогда как в январе 2001 года она составила y% годовых, причем известно, что $x + y = 30$%. В январе 2000 года вкладчик открыл счет в банке «Возрождение», положив на него некоторую сумму. В январе 2001 года, по прошествии года с того момента, вкладчик снял со счета пятую часть этой суммы. Укажите значение x при котором сумма на счету вкладчика в январе 2002 года станет максимально возможной.

Задание 17 № 509184

Первичная информация разделяется по серверам №1 и №2 и обрабатывается на них. С сервера №1 при объёме t^2 Гбайт входящей в него информации выходит $20t$ Гбайт, а с сервера №2 при объёме t^2 Гбайт входящей в него информации выходит $21t$ Гбайт обработанной информации, $25 < t < 55$. Каков наибольший общий объём выходящей информации при общем объёме входящей информации в 3364 Гбайт?

Задание 17 № 509824

Антон является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производится абсолютно одинаковые товары при использовании одинаковых технологий. Если рабочие на одном из заводов трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят t единиц товара.

За каждый час работы на заводе, расположенном в первом городе, Антон платит рабочему 250 рублей, а на заводе, расположенном во втором городе, — 200 рублей.

Антон готов выделять 900 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

Задание 17 № 509205

Григорий является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $3t$ единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $4t$ единиц товара.

За каждый час работы (на каждом из заводов) Григорий платит рабочему 500 рублей.

Григорий готов выделять 5 000 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

Задание 17 № 510075

Владимир является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе,

расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $2t$ единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $5t$ единиц товара.

За каждый час работы (на каждом из заводов) Владимир платит рабочему 500 рублей. Владимиру нужно каждую неделю производить 580 единиц товара. Какую наименьшую сумму придется тратить еженедельно на оплату труда рабочих?

Задание 17 № 512339

Производство x тыс. единиц продукции обходится в $q = 0{,}5x^2 + x + 7$ млн рублей в год. При цене p тыс. рублей за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн рублей) составляет $px - q$. При каком наименьшем значении p через три года суммарная прибыль составит не менее 75 млн рублей?

Аналоги к заданию № 512339: 512381 Все

Задание 17 № 512381

Производство x тыс. единиц продукции обходится в $q = 0{,}5x^2 + 2x + 5$ млн рублей в год. При цене p тыс. рублей за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн рублей) составляет $px - q$. При каком наименьшем значении p через четыре года суммарная прибыль составит не менее 52 млн рублей?

Задание 17 № 513288

Строительство нового завода стоит 78 млн рублей. Затраты на

производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей

за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит

Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p строительство завода окупится не более, чем за 3 года?

Аналоги к заданию № 513288: 518915 518962 Все

Задание 17 № 512995

Предприниматель купил здание и собирается открыть в нём отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 27 квадратных метров и номера «люкс» площадью 45 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 981 квадратный метр. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 2000 рублей в сутки, а номер «люкс» — 4000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своём отеле предприниматель?

Аналоги к заданию № 512995: 513295 Все

Задание 17 № 513295

Предприниматель купил здание и собирается открыть в нем отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 30 квадратных метров и номера «люкс» площадью 40 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 940 квадратных метров. Предприниматель может определить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет

приносить отелю 4000 рублей в сутки, а номер «люкс» — 5000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своем отеле предприниматель?

Задание 17 № 513299

В двух шахтах добывают алюминий и никель. В первой шахте имеется 20 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 1 кг алюминия или 2 кг никеля. Во второй шахте имеется 100 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 2 кг алюминия или 1 кг никеля.

Обе шахты поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 2 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом шахты договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

Задание 17 № 513300

В двух шахтах добывают алюминий и никель. В первой шахте имеется 60 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 2 кг алюминия или 3 кг никеля. Во второй шахте имеется 260 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 3 кг алюминия или 2 кг никеля.

Обе шахты поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 2 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом шахты договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

Задание 17 № 513289

В двух областях есть по 20 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 10 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,2 кг алюминия или 0,2 кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день

требуется человеко-часов труда, а для добычи y кг никеля в день

требуется человеко-часов труда.

Обе области поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 1 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом области договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

Аналоги к заданию № 513289: 513294 513297 513293 515709 Все

Задание 17 № 513294

В двух областях есть по 20 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 10 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,1 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день

требуется человеко-часов труда, а для добычи y кг никеля в день

требуется человеко-часов труда.

Обе области поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 3 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом области

договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

Аналоги к заданию № 513289: 513294 513297 513293 515709 Все

Задание 17 № 513297

В двух областях есть по 100 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 10 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,3 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для добычи у кг никеля в день требуется y^2 человеко-часов труда.

Обе области поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 1 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом области договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

Аналоги к заданию № 513289: 513294 513297 513293 515709 Все

Задание 17 № 513298

В двух областях работают по 160 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 5 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,1 кг алюминия или 0,3 кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для добычи y кг никеля в день требуется y^2 человеко-часов труда.

Для нужд промышленности можно использовать или алюминий, или никель, причём 1 кг алюминия можно заменить 1 кг никеля. Какую наибольшую суммарную массу металлов можно добыть в двух областях за сутки?

Аналоги к заданию № 513298: 513301 515652 515747 Все

Задание 17 № 509025

Алексей приобрёл ценную бумагу за 7 тыс. рублей. Цена бумаги каждый год возрастает на 2 тыс. рублей. В любой момент Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 10%. В течение какого года после покупки Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через тридцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?

Аналоги к заданию № 509162: 509025 515766 Все

Задание 17 № 509162

Алексей приобрёл ценную бумагу за 8 тыс. рублей. Цена бумаги каждый год возрастает на 1 тыс. рублей. В любой момент Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 8%. В течение какого года после покупки Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через двадцать пять лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?

Задание 17 № 513687

Вася мечтает о собственной квартире, которая стоит 3 млн.руб. Вася может купить ее в кредит, при этом банк готов выдать эту сумму сразу, а погашать кредит Васе придется 20 лет равными ежемесячными платежами, при этом ему придется выплатить сумму, на 180% превышающую исходную. Вместо этого, Вася может какое-то время снимать квартиру (стоимость аренды — 15 тыс. руб. в месяц), откладывая каждый месяц на покупку квартиры сумму, которая останется от его возможного платежа банку (по первой схеме) после уплаты арендной платы за съемную квартиру. За какое время в этом случае Вася сможет накопить на квартиру, если считать, что стоимость ее не изменится?

Аналоги к заданию № 513687: 513717 Все

Задание 17 № 513717

Вася мечтает о собственной квартире, которая стоит 2 млн руб. Вася может купить ее в кредит, при этом банк готов выдать эту сумму сразу, а погашать кредит Васе придется 20 лет равными ежемесячными платежами, при этом ему придется выплатить сумму, на 260% превышающую исходную. Вместо этого, Вася может какое-то время снимать квартиру (стоимость аренды – 14 тыс. руб. в месяц), откладывая каждый месяц на покупку квартиры сумму, которая останется от его возможного платежа банку (по первой схеме) после уплаты арендной платы за съемную квартиру. За сколько месяцев в этом случае Вася сможет накопить на квартиру, если считать, что стоимость ее не изменится?

Аналоги к заданию № 513687: 513717 Все

Задание 17 № 515652

В двух областях есть по 90 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 5 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,3 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для добычи y кг никеля в день требуется y^2 человеко-часов труда.

Для нужд промышленности можно использоваться или алюминий, или никель, причём 1 кг алюминия можно заменить 1 кг никеля. Какую наибольшую суммарную массу металлов можно добыть в двух областях за сутки?

Аналоги к заданию № 513298: 513301 515652 515747 Все

Задание 17 № 515747

В двух областях есть по 250 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 5 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,2 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для добычи y кг никеля в день требуется y^2 человеко-часов труда.

Для нужд промышленности можно использовать или алюминий, или никель, причём 1 кг алюминия можно заменить 1 кг никеля. Какую наибольшую суммарную массу металлов можно добыть в двух областях за сутки?

Аналоги к заданию № 513298: 513301 515652 515747 Все

Задание 17 № 515766

В начале 2001 года Алексей приобрёл ценную бумагу за 19 000 рублей. В конце каждого года цена бумаги возрастает на 3000 рублей. В начале любого года Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 10%. В начале какого года Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через пятнадцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?

Аналоги к заданию № 509162: 509025 515766 Все

Задание 17 № 515785

У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 200 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 200 ц/га, а на втором — 300 ц/га.

Фермер может продавать картофель по цене 10 000 руб. за центнер, а свёклу — по цене 13 000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

Аналоги к заданию № 513292: 513296 515785 517184 517222 Все

Задание 17 № 516053

Пенсионный фонд владеет акциями, цена которых к концу года t становится равной t^2 тыс. руб. (т. е. к концу первого года они стоят 1 тыс. руб., к концу второго — 4 тыс. руб. и т. д.), в течение 20 лет. В конце любого года можно продать акции по их рыночной цене на конец года и положить вырученные деньги в банк под 25% годовых.

В конце какого года нужно продать акции, чтобы прибыль была максимальной?

Решение:

$$i = \frac{i\%}{100\%} = \frac{25\%}{100\%} = 0{,}25$$

$$S = t^2 \cdot (1+0{,}25)^{20-t} = t^2 \cdot (1{,}25)^{20-t} == t^2 \cdot 1{,}25^{20-t}$$

$$S' = \left(t^2 \cdot 1{,}25^{20-t}\right)' = \boxed{(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'} = \left(t^2\right)' \cdot 1{,}25^{20-t} + t^2 \cdot \left(1{,}25^{20-t}\right)' =$$
$$= 2t \cdot 1{,}25^{20-t} + t^2 \cdot 1{,}25^{20-t} \cdot \ln 1{,}25 \cdot (20-t)' =$$

$$= 2t \cdot 1{,}25^{20-t} + t^2 \cdot 1{,}25^{20-t} \cdot \ln 1{,}25 \cdot (0-1) =$$

$$= 2t \cdot 1{,}25^{20-t} - t^2 \cdot 1{,}25^{20-t} \ln 1{,}25 =$$

$$= 1{,}25^{20-t} \cdot t \cdot (2 - t \ln 1{,}25)$$

$$S' = 0$$

$$1{,}25^{20-t} \cdot t \cdot (2 - t \ln 1{,}25) = 0$$

$$1{,}25^{20-t} \neq 0 \qquad t \neq 0 \qquad (2 - t \ln 1{,}25) = 0$$

$$-t \ln 1{,}25 = -2$$

$$t \ln 1{,}25 = 2$$

$$t = \frac{2}{\ln 1{,}25} = \frac{2}{0.22} = 8.96$$

$8 \le 8.96 \le 9$

Найдем значения прибыли при t=8 ;t=9

$$S(t=8)=8^2 \cdot 1{,}25^{20-8}=64 \cdot 1.25^{12}$$

$$S(t=9)=9^2 \cdot 1{,}25^{20-9}=81 \cdot 1.25^{11}$$

Из полученной оценки следует, что точка максимума лежит на интервале (8; 10). Сравним значения функции в точках 8, 9 и 10.

Поскольку $\frac{s(9)}{s(8)}=\frac{81 \cdot 1,25^{11}}{64 \cdot 1,25^{12}}=\frac{81 \cdot 4}{64 \cdot 5}=\frac{324}{320}>1,$

$\frac{s(9)}{s(10)}=\frac{81 \cdot 1,25^{11}}{100 \cdot 1,25^{10}}=\frac{81 \cdot 5}{100 \cdot 4}=\frac{405}{400}>1,$

наибольшее значением функции на множестве натуральных аргументов достигается в точке 9. Продавать акции необходимо в конце девятого года.

Ответ: в конце девятого года.

Задание 17 № 516802

Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят t^2 тыс. рублей в конце года В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счёт в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счёте будет увеличиваться в (1+r) раз. Пенсионный фонд хочет продать ценные бумаги в конце такого года, чтобы в конце двадцать пятого года сумма на его счёте была наибольшей. Расчёты показали, что для этого ценные бумаги нужно продавать строго в конце двадцать первого года. При каких положительных значениях *r* это возможно?

Решение:

$$S = t^2 \cdot (1+r)^{25-t}$$

$$S' = \left(t^2 \cdot (1+r)^{25-t}\right)' = \boxed{(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'} =$$
$$\left(t^2\right)' \cdot (1+r)^{25-t} + t^2 \cdot \left((1+r)^{25-t}\right)' =$$
$$= 2t \cdot (1+r)^{25-t} + t^2 \cdot (1+r)^{25-t} \cdot \ln(1+r) \cdot (25-t)' =$$

$$= 2t \cdot (1+r)^{25-t} + t^2 \cdot (1+r)^{25-t} \cdot \ln(1+r) \cdot (0-1) =$$

$$= 2t \cdot (1+r)^{25-t} - t^2 \cdot (1+r)^{25-t} \ln(1+r) =$$

$$= (1+r)^{25-t} \cdot t \cdot (2 - t\ln(1+r))$$

$$S' = 0$$

$$(1+r)^{25-t} \cdot t \cdot (2 - t\ln(1+r)) = 0$$

$$(1+r)^{25-t} \neq 0 \qquad t \neq 0 \qquad (2 - t\ln(1+r)) = 0$$

$$-t\ln(1+r) = -2$$

$$t\ln(1+r) = 2$$

$$t = \frac{2}{\ln(1+r)} = 21$$

$$\begin{cases} S(21) > S(20), \\ S(21) > S(22) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 441(1+r)^4 > 400(1+r)^5, \\ 441(1+r)^4 > 484(1+r)^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+r < \dfrac{441}{400}, \\ 1+r > \dfrac{484}{441} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{43}{441} < r < \frac{41}{400}. \ (*)$$

Аналоги к заданию № 516802: 517833 Все

Задание 17 № 517742

Вадим является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары при использовании одинаковых технологий. Если рабочие на одном из

заводов трудятся суммарно часов в неделю, то за эту неделю они производят t единиц товара.

За каждый час работы на заводе, расположенном в первом городе, Вадим платит рабочему 200 рублей, а на заводе, расположенном во втором городе, — 300 рублей.

Вадим готов выделять 1 200 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

Аналоги к заданию № 509824: 517742 518117 517753 Все

Задание 17 № 518117

Борис является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары при использовании одинаковых технологий. Если рабочие на одном из заводов трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят t единиц товара.

За каждый час работы на заводе, расположенном в первом городе, Борис платит рабочему 500 рублей, а на заводе, расположенном во втором городе, — 200 рублей.

Борису нужно каждую неделю производить 70 единиц товара. Какую наименьшую сумму придётся тратить еженедельно на оплату труда рабочих?

1 завод				2 завод			

Аналоги к заданию № 509824: 517742 518117 517753 Все

Задание 17 № 518147

Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят 10t тыс. рублей в конце года t (t = 1; 2;...). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счёт в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счёте будет увеличиваться на 24%. В конце какого года пенсионному фонду следует продать ценные бумаги, чтобы в конце двадцатого года сумма на его счёте была наибольшей?

Задание 17 № 518915

Строительство нового завода стоит 115 млн рублей. Затраты на

производство x тыс. единиц продукции на таком заводе равны
млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год

составит Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p строительство завода окупится не более чем за 5 лет?

Задание 17 № 518962

Строительство нового завода стоит 122 млн рублей. Затраты на

производство x тыс. единиц продукции на таком заводе равны

млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год

составит Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p строительство завода окупится не более чем за 4 года?

Задание 17 № 519586

Цена производителя на некоторое изделие составляет 25 рублей. Прежде чем попасть на прилавок магазина, изделие проходит через несколько фирм-посредников, каждая из которых увеличивает цену в 1,5 или 2 раза, осуществляя услуги по хранению и транспортировке изделий. Магазин делает наценку 20%, после чего изделие поступает в продажу по цене 405 рулей. Сколько посредников было между магазином и производителем?

Задание 17 № 520977

Зависимость количества Q (в шт.,) купленного у фирмы товара

от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой Затраты на

производство Q единиц товара составляют рублей. Кроме затрат

на производство, фирма должна платить налог t рублей ( ) с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль

фирмы составляет рублей, а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ рублей.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

Задание 17 № 520984

Зависимость количества Q (в шт.,) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой Затраты на производство Q единиц товара составляют рублей. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t рублей ( ) с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет рублей, а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ рублей.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

Задание 17 № 520998

Зависимость объёма Q (в шт.) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой Доход от продажи товара составляет PQ рублей. Затраты на производство Q единиц товара составляют рублей. Прибыль равна разности дохода от продажи товара и затрат на его производство. Стремясь привлечь внимание покупателей, фирма уменьшила цену товара на 20%, однако её прибыль не изменилась. На сколько процентов следует увеличить сниженную цену, чтобы добиться наибольшей прибыли?

Задание 17 № 523379

Производство x тыс. единиц продукции обходится в млн рублей в год. При цене p тыс. рублей за единицу годовая прибыль от продажи

этой продукции (в млн рублей) составляет При каком наименьшем значении p через четыре года суммарная прибыль может составить не менее 344 млн рублей?

Задание 17 № 530703

Для перевозки 500 маленьких и 26 больших блоков был выделен автомобиль грузоподъемностью 9,75 т. По техническим условиям он может перевозить не более 38 маленьких блоков. Габариты блоков таковы, что перевозка одного большого блока приравнивается к перевозке 18 маленьких. Большой блок весит 3,5 т, а маленький 0,25 т. Какое минимальное количество перевозок потребуется для перемещения всех блоков?

Задание 17 № 531025

Эпицентр циклона, движущийся прямолинейно, во время первого измерения находился в 24 км к северу и 5 км к западу от метеостанции, а во время второго измерения находился в 20 км к

северу и км к западу от метеостанции. Определите наименьшее расстояние, на которое эпицентр циклона приблизится к метеостанции.

Задание 17 № 531561

Завод закупает станки двух типов, на приобретение которых выделено 34 миллиона рублей. Станок первого типа занимает площадь 7 м^2 (с учетом проходов), производит за смену 5000 единиц продукции и стоит 4 миллиона рублей. Станок второго типа занимает площадь 4 м^2 (с учетом проходов), производит за смену 3000 единиц продукции и стоит 3 миллиона рублей. Станки должны быть размещены на площади, не превышающей 50 м^2. Сколько станков каждого типа нужно приобрести, чтобы производить за смену наибольшее количество продукции?

Задание 17 № 531832

В контейнер упакованы комплектующие изделия трех типов. Стоимость и вес изделия составляют 400 тыс. руб. и 12 кг для первого типа, 500 тыс. руб. и 16 кг для второго типа, 600 тыс. руб. и 15 кг для третьего типа. Общий вес комплектующих равен 326 кг. Определите минимальную и максимальную возможную суммарную стоимость находящихся в контейнере комплектующих изделий.

Задание 17 № 512995

Предприниматель купил здание и собирается открыть в нём отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 27 квадратных метров и номера «люкс» площадью 45 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 981 квадратный метр. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 2000 рублей в сутки, а номер «люкс» — 4000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своём отеле предприниматель?

Таблица 3

	Количество	Площадь одного номера	Общая площадь номеров	Прибыль
Обычные номера	Х номеров	27	27*х	2000*х
Номера"Люкс"	У номеров	45	45*у	4000у

$$\begin{cases} 27\cdot x+45\cdot y\le 981 \\ f=2000\cdot x+4000\cdot y\to \max \end{cases}$$

$$27\cdot x+45\cdot y\le 981$$

$$45\cdot y\le 981-27\cdot x$$

$$y\le \frac{981-27\cdot x}{45}$$

$$y\le \frac{9\cdot (109-3\cdot x)}{45}$$

120

$$y \le \frac{(109 - 3 \cdot x)}{5}$$

Если x=0, то $y \le \frac{(109 - 3 \cdot 0)}{5} \Leftrightarrow y \le 21{,}8 \Leftrightarrow y = 21$

$27 \cdot x + 45 \cdot 21 \le 981$

$27 \cdot x + 945 \le 981$

$27 \cdot x \le 36$

$x \le \frac{36}{27}$

$x \le 1{,}33$

$x = 1$

$f = 2000 \cdot x + 4000 \cdot y = 2000 \cdot 1 + 4000 \cdot 21 = 2000 + 84000 = 86000$ рублей

Тема 5.2. ***Банки, вклады, кредиты***

Задание 17

Дата	Долг на начало периода	%	Платеж= долг на начало+%-долг на конец	Долг на конец периода
15.01	1,0	1,0*r%/100%		0,6
15.02	0,6	0,6*r%/100%		0,4
15.03	0,4	0,4*r%/100%		0,3
15.04	0,3	0,3*r%/100%		0,2
15.05	0,2	0,2*r%/100%		0,1
15.06	0,1	0,1*r%/100%		0,0
15.07	0,0	0,0		

Общая сумма выплат = размер кредита + сумма процентов

$$1,0 + (1,0 \cdot \frac{r\%}{100\%} + 0,6 \cdot \frac{r\%}{100\%} + 0,4 \cdot \frac{r\%}{100\%} + 0,3 \cdot \frac{r\%}{100\%} +$$

$$+ 0,2 \cdot \frac{r\%}{100\%} + 0,1 \cdot \frac{r\%}{100\%}) > 1.2 \text{ млн. руб.}$$

Общая сумма выплат = размер кредита + сумма процентов

$$1,0 + (1,0 + 0,6 + 0,4 + 0,3 + 0,2 + 0,1) \cdot \frac{r\%}{100\%} > 1,2$$

$$1,0 + 2,6 \cdot \frac{r\%}{100\%} > 1,2$$

$$2,6 \cdot \frac{r\%}{100\%} > 1,2 - 1,0$$

$$2,6 \cdot \frac{r\%}{100\%} > 0,2$$

$$2,6 \cdot r\% > 0,2 \cdot 100\%$$

$$2,6 \cdot r\% > 20\%$$

$$r\% > \frac{20\%}{2,6}$$

r%>7.69

r%=8%

Ответ:8%

Задание 17 № 513350

По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 10% сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 5% в первый год и на одинаковое целое число *n* процентов и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение *n*, при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

Решение:

Для Вклада А

$$S \cdot \left(\frac{100\%+10\%}{100\%}\right) \cdot \left(\frac{100\%+10\%}{100\%}\right) \cdot \left(\frac{100\%+10\%}{100\%}\right) = S \cdot 1,1 \cdot 1,1 \cdot 1,1 = S \cdot 1.331$$

Для вклада Б

$$S \cdot \left(\frac{100\%+5\%}{100\%}\right) \cdot \left(\frac{100\%+x\%}{100\%}\right) \cdot \left(\frac{100\%+x\%}{100\%}\right) > S \cdot 1.331$$

$$S \cdot 1,05 \cdot \left(\frac{100\%+x\%}{100\%}\right)^2 > S \cdot 1,331$$

$$1,05 \cdot \left(\frac{100\%+x\%}{100\%}\right)^2 > 1,331$$

$$\left(\frac{100\%+x\%}{100\%}\right)^2 > \frac{1{,}331}{1{,}05}$$

$$\left(\frac{100\%+x\%}{100\%}\right)^2 > 1{,}2676$$

$$\left(\frac{100\%+x\%}{100\%}\right) > \sqrt{1{,}2676}$$

$$\left(\frac{100\%+x\%}{100\%}\right) > 1{,}1259$$

$$100\%+x\% > 1{,}1259*100\%$$

$$x\% > 112{,}59\% - 100\%$$

$$x\% > 12{,}59\%$$

$$x\% = 13\%$$

Задание#T4234

В июле 2019 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S— целое число. Условия его возврата таковы:
каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2019	Июль 2020	Июль 2020	Июль 2022
Долг (в млн рублей)	S	0.8S	0.5S	0

Найдите наибольшее значение S, при котором каждая из выплат будет меньше 4 млн рублей.

Решение:

S-сумма кредита

$r\% = 15\%$

ставка процентов по кредиту в виде процентов

$r = \frac{15\%}{100\%} = 0.15$ ставка процентов по кредиту в виде долей

Дата	Долг на начало периода	%	Платеж= долг на начало+%-долг на конец	Долг на конец периода
Июль 2019	S	S*0.15=0.15S	S+0.15S-0.8S=0,25S	0,8S
Июль 2020	0,8S	0,8S*0.15=0.12S	0.8S+0.12S-0.5S=0,32S	0,5S
Июль 2020	0,5S	0,5S*0.15=0.075S	0.5S+0.075S-0=0,575S	0
Июль 2022	0			

каждая из выплат меньше 4 млн рублей.

$$\begin{cases} 0{,}25S < 4000000 \\ 0.32S < 4000000 \\ 0.575S < 400000 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} S < 4000000 / 0{,}25 = 16000000 \\ S < 4000000 / 0.32 = 12500000 \\ S < 400000 / 0.575 = 6956521{,}74 \end{cases} \Leftrightarrow S - целое \Leftrightarrow S = 6000000$$

Ответ:6000000

Задание 17 № 508582

Банк планирует вложить на 1 год 30% имеющихся у него средств клиентов в акции золотодобывающего комбината, а остальные 70% — в строительство торгового комплекса. В зависимости от обстоятельств первый проект может принести банку прибыль в размере от 32% до 37% годовых, а второй проект — от 22 до 27% годовых. В конце года банк обязан вернуть деньги клиентам и выплатить им проценты по заранее установленной ставке, уровень которой должен находиться в пределах от 10% до 20% годовых. Определите, какую наименьшую и наибольшую чистую прибыль в процентах годовых от суммарных вложений в покупку акций и строительство торгового комплекса может при этом получить банк.

Источник: А. Ларин: Тренировочный вариант № 93.

Раздел кодификатора ФИПИ/Решу ЕГЭ: Задачи о вкладах, Банки, вклады, кредиты

Решение:

Имеющиеся у банка средства клиентов	S рублей
1 проект 30% имеющихся у него средств клиентов в акции золотодобывающего комбината	$S\cdot\dfrac{30\%}{100\%}=S\cdot 0{,}3=0{,}3S$
2 проект 70% — в строительство торгового комплекса	$S\cdot\dfrac{70\%}{100\%}=S\cdot 0{,}7=0{,}7S$

Шаг 1 Прибыль от реализации первого проекта от 32% до 37% годовых от вложенных средств в первый проект

$$0{,}3S\cdot\frac{32\%}{100\%}\le p_1\le 0{,}3S\cdot\frac{37\%}{100\%}$$

$$0{,}3S\cdot 0{,}32\le p_1\le 0{,}3S\cdot 0{,}37$$

$$0{,}096S\le p_1\le 0{,}111S$$

Шаг 2 Прибыль от реализации второго проекта от 22% до 27% годовых от вложенных средств в второй проект

$$0{,}7S\cdot\frac{22\%}{100\%}\le p_2\le 0{,}7S\cdot\frac{27\%}{100\%}$$

$$0{,}7S\cdot 0{,}22\le p_2\le 0{,}7S\cdot 0{,}27$$

$$0{,}154S\le p_2\le 0{,}189S$$

Шаг 3 Суммарная валовая прибыль

$$\boxed{\begin{cases} a \le x \le b \\ + \\ c \le y \le d \end{cases} \Rightarrow a + c \le x + y \le b + d}$$

$$\begin{cases} 0{,}096S \le p_1 \le 0{,}111S \\ 0{,}154S \le p_2 \le 0{,}189S \end{cases} \Leftrightarrow 0{,}096S + 0{,}154S \le p_1 + p_2 \le 0{,}111S + 0{,}189S$$

$$0{,}250S \le p_1 + p_2 \le 0{,}300S$$

$$0{,}25S \le p_1 + p_2 \le 0{,}30S$$

Шаг 4 Проценты клиентам

В конце года банк обязан вернуть деньги клиентам и выплатить им проценты по заранее установленной ставке, уровень которой должен находиться в пределах от 10% до 20% годовых.

$$S \cdot \frac{10\%}{100\%} \le p \le S \cdot \frac{20\%}{100\%}$$

$$S \cdot 0{,}1 \le p \le S \cdot 0{,}2$$

$$0{,}1S \le p \le 0{,}2S$$

Шаг 5 Итоговая прибыль банка $\boxed{\begin{cases} a \le x \le b \\ - \\ c \le y \le d \end{cases} \Rightarrow a - d \le x - y \le b - c}$

$$\begin{cases} 0{,}25S \le p_1 + p_2 \le 0{,}30S \\ - \\ 0{,}1S \le p \le 0{,}2S \end{cases} \Leftrightarrow \{0{,}25S - 0{,}2S \le p_1 + p_2 - p \le 0{,}30S - 0{,}1S$$

$$0{,}05S \le p_1 + p_2 - p \le 0{,}2S$$

$$0{,}05S \le \textit{Прибыль} \le 0{,}2S$$

$$0{,}05S \cdot 100\% \le \textit{Прибыль} \cdot 100\% \le 0{,}2S \cdot 100\%$$

$$5\%S \le \textit{Прибыль} \cdot 100\% \le 20\%S$$

Ответ: 5%; 20%.

Аналоги к заданию № 508582: 521926 Все **Пример для самостоятельного решения**

Банк планирует вложить на год 40% имеющихся у него средств в проект X, а остальные 60% - в проект Y. В зависимости от обстоятельств проект X может принести прибыль в размере от 19% до 24 процентов годовых, а проект Y – от 29% до 34% годовых. В конце года банк обязан вернуть деньги клиентам и выплатить проценты по заранее установленной ставке. Определите наименьший и наибольший уровень процентной ставки по вкладам, при которых чистая прибыль банка составит не менее 10% и не более 15% годовых от суммарных вложений в проекты X и Y.

Задание 17

Анатолий решил взять кредит в банке 30000 рублей на 5 месяцев под 10% в месяц. банк в конце каждого месяца начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), а затем уменьшается на сумму, уплаченную Анатолием. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину (дифференцированные платежи). Какова общая сумма выплат?

Решение:

S=30000 рублей сумма кредита

m=5 месяцев срок кредита

S/m=30000/5=6000 сумма погашения основного долга

i%=10% процентная ставка в месяц по кредиту

№	Долг на начало периода	%	Платеж= долг на начало+%-долг на конец	Долг на конец периода
1	30000	30000*10%/100%=3000	30000+3000-24000= =9000	30000-6000=24000
2	24000	24000*10%/100%=2400	24000+2400-18000= =8400	24000-6000=18000
3	18000	18000*10%/100%=1800	18000+1800-12000= =7800	18000-6000=12000
4	12000	12000*10%/100%=1200	12000+1200-6000= =7200	12000-6000=6000
5	6000	6000*10%/100%=600	6000+600-0=6600	6000-6000=0
		ИТОГО ВЫПЛАТ	39000	

Задание 17

Вася решил взять кредит в банке 60000 рублей на 6 месяцев под 15% в месяц. банк в конце каждого месяца начисляет проценты на оставшуюся

сумму долга (то есть увеличивает долг на 15%), а затем уменьшается на сумму, уплаченную Васей. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину (дифференцированные платежи). Какова общая сумма выплат?
Решение:
S=60000 рублей сумма кредита
m=6 месяцев срок кредита
S/m=60000/6=10000 сумма погашения основного долга
i%=15% процентная ставка в месяц по кредиту

№	Долг на начало периода	%	Платеж= долг на начало+%-долг на конец	Долг на конец периода
1	60000	60000*15%/100%=9000	60000+9000-50000= =19000	60000-10000=50000
2	50000	50000*15%/100%=7500	50000+7500-40000= =17500	50000-10000=40000
3	40000	40000*15%/100%=6000	40000+6000-30000= =16000	40000-10000=30000
4	30000	30000*15%/100%=4500	30000+4500-20000= =14500	30000-10000=20000
5	20000	20000*15%/100%=3000	20000+3000-10000=13000	20000-10000=10000
5	10000	1000*10%/100%=1500	10000+1500-0=11500	6000-6000=0
		ИТОГО ВЫПЛАТ	91500	

Задание 17 № 532056

15-го декабря 2018 года Саша и Паша взяли в банке одинаковые суммы в кредит на 12 месяцев. Банк предложил им похожие схемы погашения долга.
Условия возврата кредита у Саши оказались следующие:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число месяца необходимо выплачивать одним платежом часть долга;
— на 15-е числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга, чем на 15-е число предыдущего месяца.
У Паши условия возврата кредита были таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число месяца необходимо выплачивать одним платежом часть долга;
— на 15-е число каждого месяца с января по ноябрь включительно долг должен уменьшаться на 50 тыс. руб.;
— в декабре 2019 года весь оставшийся на тот момент долг должен быть полностью погашен.
Когда в декабре 2019 года Саша и Паша рассчитались со своими кредитами, выяснилось, что один из них выплатил за год банку на 429 тыс. руб. больше, нежели другой. Определите, какая сумма была взята каждым в кредит.
Решение:
Саша взял х рублей

$$i = \frac{i\%}{100\%} = \frac{10\%}{100\%} = 0{,}1$$

Паша взял у рублей

S=y рублей сумма кредита
m=12 месяцев срок кредита
50000 сумма погашения основного долга
i%=10% процентная ставка в месяц по кредиту

№	Долг на начало периода	%	Платеж= долг на начало+%-долг на конец	Долг на конец периода
1	y	y*10%/100%=y*0.1		y-1*50000
2	y-1*50000	(y-1*50000)*0.1		y-2*50000
3	y-2*50000	(y-2*50000)*0.1		y-3*50000
4	y-3*50000	(y-3*50000)*0.1		y-4*50000
5	y-4*50000	(y-4*50000)*0.1		y-5*50000
5	y-5*50000	(y-5*50000)*0.1		
12	y-11*50000	(y-11*50000)*0.1		y-12*50000=0
		ИТОГО ВЫПЛАТ		

y-12*50000=0
y=600000 рублей взял Паша в банке

Общая сумма выплат для Паши
y+(y*0.1+ (y-1*50000)*0.1+(y-2*50000)*0.1+(y-3*50000)*0.1+....
..+(y-11*50000)*0.1)=
=y+12*y*0.1-(0+1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11)*50000*0.1=
=y+1.2y-66*5000=2.2y- 330000=2.2*60000-330000= 990000

$$S_{12} = x \cdot (1+0{,}1)^{12} = x \cdot 1{,}1^{12} = 990000 + 429000 =$$

Тема 6: **Уравнения и неравенства с параметром** (4 ч)

Тема 6.1. ***Уравнения с параметром***

$$x\cdot y^2-3\cdot x\cdot y-3\cdot y+9=0$$

$$x\cdot y^2+(-3\cdot x\cdot y-3\cdot y)+9=0$$

$$x\cdot y^2+(-3\cdot x-3)\cdot y+9=0$$

$$A=x\quad B=(-3\cdot x-3)\quad C=9$$

$$D=B^2-4A\cdot C=(-3\cdot x-3)^2-4\cdot x\cdot 9=(-3\cdot x-3)\cdot(-3\cdot x-3)-36x=$$

$$=9x^2+9x+9x+9-36x=9x^2-18x+9=(3x)^2-2\cdot 3x\cdot 3+(3)^2=(3\cdot x-3)^2$$

$$D=(3\cdot x-3)^2$$

$(3\cdot x-3)^2\geq 0$ при любом значении x, дискриминант всегда положительный

$$y_1=\frac{-B+\sqrt{D}}{2A}=\frac{-(-3\cdot x-3)+\sqrt{(3\cdot x-3)^2}}{2\cdot x}=\frac{3\cdot x+3+|3\cdot x-3|}{2\cdot x}$$

$$y_2=\frac{-B-\sqrt{D}}{2A}=\frac{-(-3\cdot x-3)-\sqrt{(3\cdot x-3)^2}}{2\cdot x}=\frac{3\cdot x+3-|3\cdot x-3|}{2\cdot x}$$

1 случай: Если выражение под знаком модуля неотрицательное, то когда модуль убираем, знак перед выражением остается прежним

$$\begin{cases}3\cdot x-3\geq 0\\ x\neq 0\\ y_1=\dfrac{3\cdot x+3+(3\cdot x-3)}{2\cdot x}=\dfrac{3x+3+3x-3}{2x}=\dfrac{6x}{2x}=3\\ y_2=\dfrac{3\cdot x+3-(3\cdot x-3)}{2\cdot x}=\dfrac{3x+3-3x+3}{2x}=\dfrac{6}{2x}=\dfrac{3}{x}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 1\\ x\neq 0\\ y_1=3\\ y_2=\dfrac{3}{x}\end{cases}$$

2 случай, если выражение под знаком модуля отрицательное, то когда модуль убираем, меняется знак перед выражением

$$\begin{cases} 3\cdot x-3<0 \\ x\neq 0 \\ y_1=\dfrac{3\cdot x+3-(3\cdot x-3)}{2\cdot x}=\dfrac{3x+3-3x+3}{2x}=\dfrac{6}{2x}=\dfrac{3}{x} \\ y_2=\dfrac{3\cdot x+3+(3\cdot x-3)}{2\cdot x}=\dfrac{3x+3+3x-3}{2x}=\dfrac{6x}{2x}=3 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x<1 \\ x\neq 0 \\ y_1=\dfrac{3}{x} \\ y_2=3 \end{cases}$$

Тема 6.2. ***Перебор случаев с параметром***

Перебор случаев решения уравнений и неравенств с параметром

Формулы

$(\sin t)^2+(\cos t)^2=1$ Тригонометрическое тождество

$x^2+y^2=R^2$ уравнение окружности в декартовой системе координат

$\begin{cases} x=R\cdot\cos t \\ y=R\cdot\sin t \end{cases}$ уравнение окружности с параметром

Задание 18 № 507224

Найдите все значения параметра k, при каждом из которых уравнение $\dfrac{1+(2+2k)\cdot\sin t}{\cos t-\sin t}=2k$ имеет хотя бы одно решение на интервале $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$

Решение:

$$\frac{1+(2-2k)\cdot\sin t}{\cos t-\sin t}=2k$$

Сделаем замену

$\begin{cases} \cos t=x \qquad \sin t=y \\ x^2+y^2=(\cos t)^2+(\sin t)^2=1 \end{cases}\Leftrightarrow x^2+y^2=1$ уравнение окружности единичного радиуса

Подставим эти значения в уравнение

$$\frac{1+(2-2k)\cdot y}{x-y}=2k$$

Перенесем все в левую часть

$$\frac{1+(2-2k)\cdot y}{x-y}-2k=0$$

$$\frac{1+(2+2k)\cdot y}{x-y}-\frac{2k}{1}=0$$

Приведем дроби к общему знаменателю

$$\frac{1+(2-2k)\cdot y-2k\cdot(x-y)}{x-y}=0$$

Раскроем скобки

$$\frac{1+2\cdot y-2k\cdot y-2k\cdot x+2k\cdot y}{x-y}=0$$

Приведем подобные выражения в числителе

$$\frac{1+2\cdot y-2k\cdot x}{x-y}=0$$

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель не равен нулю

$$\begin{cases}1+2\cdot y-2k\cdot x=0\\ x-y\neq 0\end{cases}$$ Выразим y через x

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2\cdot y=0-1+2k\cdot x\\ x\neq y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2\cdot y=2k\cdot x-1\\ x\neq y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=\dfrac{2k\cdot x-1}{2}\\ x\neq y\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}y=\dfrac{2k\cdot x}{2}-\dfrac{1}{2}\\ x\neq y\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}y=k\cdot x-\dfrac{1}{2}\\ x\neq y\end{cases}$$

У нас в задании указан промежуток $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ Решение лежит в первой четверти

Для первой четверти

$$\begin{cases} x=\cos t \\ y=\sin t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0<x<1 \\ 0<y<1 \end{cases}$$

1 случай исключение $x \neq y$ При $x=y$

$$\cos t = \sin t$$

$$\frac{\cos t}{\sin t} = \frac{\sin t}{\sin t} \quad ctgt = 1$$

$$t = 45^0 = \frac{\pi}{4}$$

$$\begin{cases} x=\cos t = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ y=\sin t = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Подставим в первое уравнение $y = k \cdot x - \frac{1}{2}$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = k \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} = k \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}+1}{2} = k \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}+1}{2} : \frac{\sqrt{2}}{2} = k$$

$$\frac{\sqrt{2}+1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = k$$

$$k = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе

$$k=\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}=\frac{\left(\sqrt{2}+1\right)\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{2+\sqrt{2}}{2}$$

2 случай

Подставим у во второе неравенство

$$\begin{cases} y=k\cdot x-0{,}5 \\ x\neq y \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} y=k\cdot x-0{,}5 \\ x\neq k\cdot x-0{,}5 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} y=k\cdot x-0{,}5 \\ x+0{,}5\neq k\cdot x \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} y=k\cdot x-0{,}5 \\ \dfrac{x+0{,}5}{x}\neq k \end{cases}$$

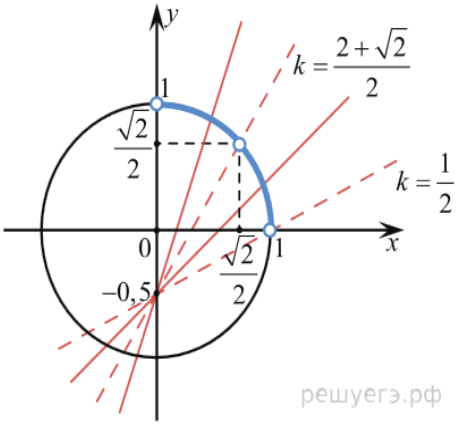
$$\Leftrightarrow\begin{cases} y=k\cdot x-0{,}5 \\ \dfrac{x+0{,}5}{x}\neq k \\ x\neq 0 \end{cases}$$

Если x=0, то $y=k\cdot 0-0{,}5=0-0{,}5=-0{,}5$ Точка (0;-0,5) исключается из множества решений

$$\begin{cases} 0<x<1 \\ 0<y<1 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} \dfrac{y+0{,}5}{k}=x \\ 0<x<1 \\ 0<y<1 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 0<\dfrac{y+0{,}5}{k}<1 \\ 0<y<1 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 0<y+0{,}5<k \\ 0<y<1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} 0<y+0{,}5<k \\ 0+0.5<y+0.5<1+0.5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} 0<y+0{,}5<k \\ 0.5<y+0.5<1.5 \end{cases}\Leftrightarrow k>0.5\Leftrightarrow k>\frac{1}{2}$$



условие задачи выполняется, если

$\frac{1}{2}<k<\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ ИЛИ

$k>\frac{2+\sqrt{2}}{2}$

Ответ: $\frac{1}{2}<k<\frac{\sqrt{2}+2}{2}$ или $k>\frac{\sqrt{2}+2}{2}$.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Задание 18 № 515710

Найдите все значения k, при каждом из которых уравнение

$$\frac{6k-(2-3k)\cdot\cos t}{\sin t-\cos t}=2$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

Тема 6.3. ***Комбинация прямых, комбинации кривых***

Тема 7: **Итоговое повторение** (1 ч)
Итоговая контрольная работа

Контрольная работа № 1 по теме: "Текстовые задачи
Контрольная работа № 2 по теме "Уравнения, системы уравнений"

Контрольная работа № 3 по теме " Неравенства и их системы "
Контрольная работа № 4 по теме " Стереометрия "

Контрольная работа № 5 по теме " Финансовая математика "
Контрольная работа № 6 по теме " Уравнения и неравенства с параметром

1.3.Примеры решения задач

3. Решить систему линейных уравнений методом Крамера,

$$\begin{cases} 1x+2y-z=2, \\ 3x+4y+3z=4, \\ 2x+3y+3z=5. \end{cases}$$

Решение:

Запишем основную и расширенную матрицы для данной системы линейных уравнений, а также столбец свободных членов

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad A_{расш}=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 3 & 5 \end{array}\right) \qquad B=\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Найдем определитель основной матрицы

$$\Delta=|A|=\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 3 \end{vmatrix}=1\cdot4\cdot3+2\cdot3\cdot2+3\cdot3\cdot(-1)-2\cdot4\cdot(-1)-3\cdot(3)\cdot1-3\cdot2\cdot3=-4$$

Так как найденный определитель отличен от нуля, то ранг матрицы A=3

Данный определитель является минором матрицы $A_{расш}$, rang

A=rang $A_{расш}$=3, система совместна и имеет единственное решение.

Найдем решение системы методом Крамера:

$$x_1=\frac{\Delta_1}{\Delta} \quad x_2=\frac{\Delta_2}{\Delta} \quad x_3=\frac{\Delta_3}{\Delta}$$

$$\Delta_1=\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 4 & 4 & 3 \\ 5 & 3 & 3 \end{vmatrix}=2\cdot4\cdot3+2\cdot3\cdot5+4\cdot3\cdot(-1)-5\cdot4\cdot(-1)-3\cdot(3)\cdot2-4\cdot2\cdot3=-4$$

$$\Delta_2=\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \end{vmatrix}=1\cdot4\cdot3+3\cdot5\cdot(-1)+2\cdot3\cdot2-2\cdot4\cdot(-1)-5\cdot(3)\cdot1-3\cdot2\cdot3=-16$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 1\cdot 4\cdot 5 + 3\cdot 3\cdot 2 + 2\cdot 4\cdot 2 - 2\cdot 4\cdot 2 - 3\cdot 4\cdot 1 - 3\cdot 2\cdot 5 = -4$$

$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{20}{-4} = -5 \quad y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-16}{-4} = 4 \quad z = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-4}{-4} = 1$$

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: а) объем пирамиды, б) площадь грани *ABC*, в) косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, г) уравнение прямой *AB*, д) уравнение плоскости *ABC*, если *A*(1;3;–1), *B*(2;–2;0), *C*(–1;1;2), *D*(3;2;1).

Даны координаты вершин пирамиды A1,A2,A3,A4

Определим координаты векторов с вершинами в данных точках.

$$\overrightarrow{AB} = \left(\overline{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1}\right) = (2-1 \;;\; -2-3 \;;\; 0-(-1)) = (1;-5;1)$$
$$\overrightarrow{AC} = \left(\overline{x_3 - x_1; y_3 - y_1; z_3 - z_1}\right) = (-1-1;1-3;2-(-1)) = (-2;-2;3)$$
$$\overrightarrow{AД} = \left(\overline{x_4 - x_1; y_4 - y_1; z_4 - z_1}\right) = (3-1;2-3;1-(-1)) = (2 \;;\; -1 \;;\; 2)$$

А)Объем пирамиды

$$V_{ABCД} = \frac{1}{6}\begin{vmatrix} 1 & -5 & 1 \\ -2 & -2 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \frac{1}{6}\cdot(1 \cdot (-2) \cdot 2 + (-2) \cdot (-1) \cdot 1 + (-5) \cdot 3 \cdot 2 -$$

$$\cdot\ 1 - (-1) \cdot 3 \cdot 1 - (-2) \cdot (-5) \cdot 2) = \frac{|-45|}{6} = 7.5$$

Б)Площадь грани находится по формуле:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}\left|\left[AB \times AC\right]\right|$$

$$\left[AB \times AC\right] = \begin{Vmatrix} i & j & k \\ 1 & -5 & 1 \\ -2 & -2 & 3 \end{Vmatrix} = -13 \quad i \quad -5j - 12k = (-13;-5;-12)$$

$$\left|\left[AB \times AC\right]\right| = \sqrt{(-13)^2 + (-5)^2 + (-12)^2} = \sqrt{338}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}\left|\left[AB \times AC\right]\right| = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{338} = 18.358 \text{ кв.ед.}$$

в) косинус угла между ребрами *AB* и *AC*

$$cos\left(\overline{AB}\ \hat{}\ \overline{AC}\right)=\frac{\overline{AB}\cdot\overline{AC}}{\left|\overline{AB}\right|\cdot\left|\overline{AC}\right|}$$

$$\overline{AB}\cdot\overline{AC}=1*(-2)+(-5)*(-2)+1*3=11$$

$$cos\left(\overline{AB}\ \hat{}\ \overline{AC}\right)=\frac{11}{5\ \cdot\ 3}=0.70565$$

г) уравнение прямой AB,

$$\frac{x\ -\ 1}{1}=\frac{y-3}{-5}=\frac{z+1}{1}$$

д) уравнение плоскости ABC,

$$-13(x-\ 1)+\ -5\cdot(y-\ 3)+\ -12\cdot(z+1\ \ \ )=\ 0$$

$$-13x-5y-12z+16x=0$$

9. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases}x-3y+z+2=0,\\ x-2y+3z+3=0.\end{cases}$$

Решение

$$\begin{cases}x=3y-z-2\\ x=2y-3z-3\end{cases}$$

$$\begin{cases}\ \ \ \ x=3y-z-2\\ 3y-z-2=2y-3z-3\end{cases}$$

$$\begin{cases}\ \ \ \ \ x=3y-z-2\\ 3y-z-2-2y+3z+3=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=3y-z-2\\ y+2z+1=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=3y-z-2\\ \ y=-2z-1\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=3\cdot(-2z-1)-z-2\\ \ \ \ \ y=-2z-1\end{cases}$$

$$\begin{cases} x=(-6z-3)-z-2 \\ \quad y=-2z-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-7z-5 \\ y=-2z-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{x+5}{-7}=z \\ \dfrac{y+1}{-2}=z \end{cases}$$

$$\frac{x+5}{-7}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{1}$$

11.Дан параллелограмм *ABCD*, три вершины которого заданы. Найти четвертую вершину и острый угол параллелограмма.

A	*B*	*C*
(2;3;1)	(-4; -2; 3)	(-3; 2; -4)

$$\overrightarrow{AB}=\left(\overline{x_2-x_1;y_2-y_1;z_2-z_1}\right)=(-4-2;-2-3;3-1)=(-7;8;2)$$

$$\overrightarrow{BC}=\left(\overline{x_3-x_2;y_3-y_2;z_3-z_2}\right)=(-3-(-4);2-(-2);-4-3)=(1;4;-7)$$

$$\overrightarrow{AC}=\left(\overline{x_3-x_1;y_3-y_1;z_3-z_1}\right)=(-3-2;2-3;-4-1)=(-5;-1;-5)$$

AB: $\dfrac{x-2}{-7}=\dfrac{y-3}{8}=\dfrac{z-1}{2}$

BC: $\dfrac{x+4}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-3}{-7}$

AC: $\dfrac{x-2}{-5}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-1}{-5}$

AD: $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z-1}{-7}$

CD: $\dfrac{x+3}{-7}=\dfrac{y-2}{8}=\dfrac{z+4}{2}$

$$\begin{cases} \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z-1}{-7} \\ \dfrac{x+3}{-7}=\dfrac{y-2}{8}=\dfrac{z+4}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{x+3}{-7} \\ \dfrac{y-3}{4}=\dfrac{y-2}{8} \\ \dfrac{z-1}{-7}=\dfrac{z+4}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -7(x-2)=1*(x-1) \\ 8*(y-3)=4*(y-2) \\ 2*(z-1)=-7*(z+4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -7x+14=x-1 \\ 8y-24=4y-8 \\ 2z-2=-7z-28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -8x=-15 \\ 4y=16 \\ 9z=-26 \end{cases}$$

D: $\begin{cases} x=15/8 \\ y=4 \\ z=-26/9 \end{cases}$

$\overrightarrow{AB}=\left(\overline{x_2-x_1;y_2-y_1;z_2-z_1}\right)=(-4-2;-2-3;3-1)=(-7;8;2)$

$\overrightarrow{BA}=\left(\overline{7;-8;-2}\right)$

$\overrightarrow{BC}=\left(\overline{x_3-x_2;y_3-y_2;z_3-z_2}\right)=(-3-(-4);2-(-2);-4-3)=(1;4;-7)$

$\overrightarrow{AC}=\left(\overline{x_3-x_1;y_3-y_1;z_3-z_1}\right)=(-3-2;2-3;-4-1)=(-5;-1;-5)$

Определим длину данных векторов

$$\left|\overrightarrow{BA}\right|=\sqrt{(7)^2+(-8)^2+(-2)^2}=\sqrt{49+64+4}=\sqrt{117}$$

$$\left|\overrightarrow{BC}\right| = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2} = \sqrt{1^2 + 4^2 + (-7)^2} = \sqrt{1+16+49} = \sqrt{66}$$

$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = (7;-8;-2) * (1;4;-7) = 7*1 + (-8)*4 + (-2)*(-7) = 7 - 28 + 14 = -7$$

$$\cos \overline{BA} \wedge \overline{BC} = \frac{\overline{BA} * \overline{BC}}{\left|\overline{BA}\right| * \left|\overline{BC}\right|} = \frac{-7}{\sqrt{117} * \sqrt{66}}$$

$$\overline{BA} \wedge \overline{BC} = \arccos \frac{-7}{\sqrt{117} * \sqrt{66}}$$

$$\overline{AB} \wedge \overline{AD} = \pi - \arccos \frac{-7}{\sqrt{117} * \sqrt{66}}$$

12.Найти длину высоты *AD* в треугольнике с вершинами *A, B, C* и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки *C* на прямую *AB*.

A	*B*	*C*
(4; -5)	(-3; 3)	(-5; -2)

$$\overrightarrow{AB} = \left(\overline{x_2 - x_1; y_2 - y_1}\right) = (-3-4;3-(-5)) = (-7;8)$$

$$\overrightarrow{BC} = \left(\overline{x_3 - x_2; y_3 - y_2}\right) = (-5-(-3);-2-3) = (-2;-5)$$

$$\overrightarrow{AC} = \left(\overline{x_3 - x_1; y_3 - y_1}\right) = (-5-4;-2-(-5)) = (-9;3)$$

уравнение прямой BC,

$$\frac{x+3}{-2} = \frac{y-3}{-5}$$

$$-5x - 15 = -2y + 6$$

$$-5x + 2y - 21 = 0$$

$$d = \frac{\left|-5*4 + 2*(-5) - 21\right|}{\sqrt{(-7)^2 + 8^2}} = \frac{51}{\sqrt{113}}$$

В треугольнике *ABC* найдем уравнение высоты, проведенной из вершины *C*

$$\overrightarrow{AB} = (-7;8)$$

$$\overline{CH} \perp \overline{AB}$$

$$\overline{CH} * \overline{AB} = 0$$

уравнение прямой АВ,

$$\frac{X-4}{-7}=\frac{Y+5}{8}$$

$$-\frac{8x}{7}+\frac{4}{7}=y+5$$

$$-\frac{8x}{7}+\frac{4}{7}-5=y$$

$$Y=-\frac{8x}{7}-\frac{31}{7}$$

$$8x+7y+31=0$$

$$K_{AB}=y'=\left(-\frac{8x}{7}-\frac{31}{7}\right)'=-\frac{8}{7}$$

$$K_{CH}=\frac{-1}{K_{AB}}=\frac{-1}{\frac{-8}{7}}=\frac{7}{8}$$

$$y=y_c+K_{CH}(x-x_c)$$

$$\text{CH}\ y=-5+\frac{7}{8}*(x-(-2))$$

$$y=-5+\frac{7}{8}X+\frac{7}{4}$$

$$y=\frac{7}{8}X-\frac{13}{4}$$

$$7X-8Y-26=0$$

11. Найти угол между плоскостью а и прямой, проходящей через начало координат и точку M .Вычислить расстояние от точки M до плоскости α .

M	α
(2; 1;-3)	-x + y + 2z + 5 = 0

$$\overrightarrow{OM} = \left(\overline{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1}\right) = (2-0;1-0;-3-0) = (2;1;-3)$$

$$\sin \overline{OM} \wedge \overline{N} = \frac{\overline{OM} * \overline{N}}{\left|\overline{OM}\right| * \left|\overline{N}\right|} = \frac{(2;1;-3) * (-1;1;2)}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-3)^2} * \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 2^2}} =$$

$$= \frac{2*(-1) + 1*1 + (-3)*2}{\sqrt{14} * \sqrt{6}} = \frac{-7}{2\sqrt{21}} = \frac{-7\sqrt{21}}{42} = \frac{-\sqrt{21}}{6}$$

$$\overline{OM} \wedge \overline{N} = \arcsin \frac{-\sqrt{21}}{6}$$

$$d = \frac{\left|-2 + 1 + 2*(-3) + 5\right|}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{2}{\sqrt{6}}$$

14. Написать уравнения перпендикуляра, опущенного из точки M на прямую l (табл. 4).

Таблица 4.

M	***l***
(-1; 3; 2)	$\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{3}$

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{3}$$

$$\overline{a}(2;1;3)$$

$$\overline{MH} = (x - (-1); y - 3; z - 2) = (x + 1; y - 3; z - 2)$$

$$\overline{a} * \overline{MH} = (2;1;3) * (x+1; y-3; z-2) = 2*(x+1) + 1*(y-3) + 3*(z-2) =$$

$$= 2x + 2 + y - 3 + 3z - 6 = 0$$

$$2x + 2 + y - 3 + 3z - 6 = 0$$

$$2x + y + 3z - 7 = 0$$

$$y = -2x - 3z + 7$$

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-2}{3}$$

$$\frac{x-1}{2}=\frac{z-2}{3}$$

$$3(x-1)=2*(Z-2)$$

$$3x-3=2z-4$$

$$z=\frac{3x-3+4}{2}=\frac{3x+1}{2}$$

$$\frac{x-1}{2}=\frac{-2x-3z+7+3}{1}=\frac{z-2}{3}$$

$$\frac{x-1}{2}=\frac{-2x-3z+10}{1}=\frac{z-2}{3}$$

$$\frac{x-1}{2}=\frac{-2x-3z+10}{1}$$

$$1*(x-1)=2*(-2x-3z+10)$$

$$x-1=-4x-6z+20$$

$$5x=-6z+21$$

$$z=\frac{5x-21}{-6}$$

$$z=\frac{5x-21}{-6}=\frac{3x+1}{2}$$

$$2*(5x-21)=-6*(3x+1)$$

$$10x-42=-18x-6$$

$$10x+18x=-6+42$$

$$28x=36$$

$$x=36/28$$

$$x=9/7$$

$$z=\frac{3*9/7+1}{2}=\frac{27+7}{14}=\frac{34}{14}=\frac{17}{7}$$

$$y=-2*\frac{9}{7}-3*\frac{17}{7}+7=\frac{-18-21+49}{7}=\frac{10}{7}$$

H(9/7;10/7;17/7)

$$\frac{x-(-1)}{9/7-(-1)}=\frac{y-3}{10/7-3}=\frac{z-2}{17/7-2}$$

$$\frac{x+1}{\frac{9+7}{7}}=\frac{y-3}{\frac{10-21}{7}}=\frac{z-2}{\frac{17-14}{7}}$$

$$\frac{x+1}{16}=\frac{y-3}{-11}=\frac{z-2}{3}$$ найденная высота

Раздел II ЗАДАНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ
Варианты самостоятельных работ по теме:

«Иррациональные уравнения и неравенства»

Вариант 1 Решите уравнения: $\sqrt{2-x}=x$ $\sqrt{x-2}+\sqrt{11-x}=3$ Найдите корень уравнения $\sqrt{-42-13x}=-x.$ Решите неравенство: $\sqrt{3-7x}\geq\sqrt{6x-8}$	Вариант 2 Решите уравнения: $x+\sqrt{2-x}=0$ $\sqrt{9-x}+\sqrt{x-5}=2$ Найдите корень уравнения $\sqrt{-36-13x}=-x.$ Решите неравенство $\sqrt{3x^2-10x+7}<2$
Вариант 3 Решить уравнения: $x-\sqrt{x+5}-1=0$ $\sqrt{3x+6}-\sqrt{6-2x}=1$ Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{2}{17-x}}=0,1$ Решите неравенство $\sqrt{5x+7}<\sqrt{2-3x}$	Вариант 4 Решить уравнения: $x-3+\sqrt{2x-3}=0$ $\sqrt{12-x}-\sqrt{x+1}=\sqrt{4-x}$ Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{5}{6-x}}=0,5$. Решите неравенство $\sqrt{x^2-24x}\leq 5$
Вариант 5 Решить уравнения: $\sqrt{3-x}=1-x$ $\sqrt{x-1}+\sqrt{5-x}=2$ $\sqrt{3x^2-6x+16}=2x-1$ Решите неравенство $(x-2)\sqrt{x-1}\geq 0$	Вариант 6 Решить уравнения: $\sqrt{x^2-2x+1}=1-x$ $\sqrt{x+3}-\sqrt{x-1}=2$ $1+2\sqrt{5x^2-5x+1}=6x$ Решите неравенство $(4x-7)\sqrt{3-5x}\leq 0$

Вариант 7	Вариант 8
Решить уравнения: $\sqrt{2-x}=x+4$ $\sqrt{x+8}-\sqrt{x}=2$ $\sqrt{x-2}+\sqrt{x+3}=\sqrt{6x-11}$ Решите неравенство $\frac{6-2x}{\sqrt{x^2+7x+12}}>0$	Решить уравнения: $7-2x=3\sqrt{x-1}$ $\sqrt{10-3x}-\sqrt{7-x}=1$ $\sqrt{x-13}=\sqrt{x+8}-3$ Решите неравенство $\frac{\sqrt{x+1}-3}{2\sqrt{x+1}-5}\geq 0$

Раздел III КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПО КУРСУ «МАТЕМАТИКА: ЭЛЕКТИВНЫЙ КУРС»

Контрольная работа № 1 по теме «Текстовые задачи»

Вариант 1.

№1.Флакон шампуня стоит 160 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно
купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25%?

№2 В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во
вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали
стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько
процентов подорожали акции компании в понедельник?

3 Строительной фирме нужно приобрести 73 кубометра пенобето
поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблиц
заплатить за самую дешёвую покупку с доставкой (в рублях)

Поставщик	Стоимость пенобетона (руб. за 1 м^3)	Стоимость доставки (руб.)	Дополни
А	2650	4400	Нет
Б	2800	5400	При заказе н 150 000 руб.
В	2680	3400	При заказе доставка бес

Ответ:_____.

№4Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по законуh(t)= 1.6 + 8t – $5t^2$.где *h* — высота в метрах, *t* — время в секундах, прошедшее с
момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее трех
метров?

№5Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние
между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно в А со
скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В
результате велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько
на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из В в А. Ответ дайте в
км/ч.

Вариант 2

№1. Шариковая ручка стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно
будет купить на 900 рублей после повышения цены на 10%?

№2.Флакон шампуня стоит 160 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно
купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25%?

№3

3 Керамическая плитка одной и той же торговой марки выпускается трёх размеров. Плитки упакованы в пачки. Требуется купить плитку, чтобы вать пол квадратной комнаты со стороной 3 м 60 см. Размеры плитки, ко плиток в пачке и стоимость пачки приведены в таблице.

Размер плитки	Количество плиток в пачке	Цена пачки (руб. з
30 см × 40 см	11	693
30 см × 30 см	14	667,8
20 см × 40 см	16	704

Во сколько рублей обойдётся самый дешёвый вариант покупки?

Ответ:_____.

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t (мин) — прошедшее от начального момента время, T (мин) — период полураспада. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 156$ мг изотопа Z, период полураспада которого $T = 8$ мин. Через какое время после начала распада масса изотопа станет меньше 39 мг?

Ответ:_____.

№4

№5 Виноград содержит 90% влаги, а изюм — 5%. Сколько килограммов винограда
требуется для получения 20 килограммов изюма?

Контрольная работа № 2 по теме «Уравнения и их системы»

Контрольная работа. Тема: Тригонометрические выражения, уравнения.

Вариант 1	Вариант 2
1). Найдите $tg\alpha$, если $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$	**1).** Найдите $tg\alpha$, если $\cos\alpha = -\frac{5}{\sqrt{26}}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$
2). Найдите значение выражения: $\frac{36\sin 102^\circ \cdot \cos 102^\circ}{\sin 204^\circ}$.	**2).** Найдите значение выражения: $\frac{18\sin 174^\circ \cdot \cos 174^\circ}{\sin 348^\circ}$.
3). Найдите корень уравнения: $\cos\frac{\pi(x+5)}{3} = \frac{1}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.	**3).** Найдите корень уравнения: $\cos\frac{4\pi x}{3} = \frac{1}{2}$ В ответе запишите наибольший отрицательный корень
4) Решите уравнение $\frac{2\cos^2 x - 5\sin x + 1}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0$	4). Решите уравнение $\frac{(\sin x - 1)(2\cos x + 1)}{\sqrt{tgx}} = 0$

Контрольная работа. Тема: Тригонометрические выражения, уравнения.

Вариант 1	Вариант 2
1). Найдите $tg\alpha$, если $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2};2\pi\right)$	**1).** Найдите $tg\alpha$, если $\cos\alpha = -\frac{5}{\sqrt{26}}$ и $\alpha \in \left(\pi;\frac{3\pi}{2}\right)$
2). Найдите значение выражения: $\frac{36\sin 102^\circ \cdot \cos 102^\circ}{\sin 204^\circ}$.	**2).** Найдите значение выражения: $\frac{18\sin 174^\circ \cdot \cos 174^\circ}{\sin 348^\circ}$.
3). Найдите корень уравнения: $\cos\frac{\pi(x+5)}{3} = \frac{1}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.	**3).** Найдите корень уравнения: $\cos\frac{4\pi x}{3} = \frac{1}{2}$ В ответе запишите наибольший отрицательный корень
4) Решите уравнение $\frac{2\cos^2 x - 5\sin x + 1}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0$	4). Решите уравнение $\frac{(\sin x - 1)(2\cos x + 1)}{\sqrt{tgx}} = 0$

Контрольная работа № 3 по теме «Неравенства и их системы»

Контрольная работа № 4 по теме «Стереометрия»

Контрольная работа № 5 по теме " Финансовая математика "

Контрольная работа № 6 по теме " Уравнения и неравенства с параметром "

Итоговая контрольная работа

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федеральный компонент государственного Стандарта среднего (полного) общего образования по математике.
2. Программа по алгебре и началам математического анализа. Ш.А.Алимов, Ю.М.Колягин, Ю.В.Сидоров и др. М., «Просвещение», 2011г.
3. Учебник: «Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений/ Ш.А.Алимов, Ю.М.Колягин, Ю.В.Сидоров и др. – 15 изд.-М.: Просвещение, 2007г.
4. Алгебра и начала анализа: учеб. Для 10 класса общеобразовательных учреждений/С.М. Никольского и др., М., Просвещение, 2013г.
5. Тесты для подготовки к ЕГЭ под ред. А.Л. Семенова, И.В. Ященко. Изд. «Национальное образование»
6. Типовые экзаменационные варианты (Математика профильный уровень, 36 вариантов) под редакцией И.В. Ященко; национальное образование, М., 2016 (2017г) – для физико-математического класса.
7. ЕГЭ 2020. Математика. Профильный уровень. 10 вариантов. Типовые тестовые задания от разработчиков ЕГЭ / И. В. Ященко, М. А. Волчкевич, И. Р. Высоцкий, Р. К. Гордин, П. В. Семёнов, О.Н. Косухин, Д.А. Фёдоровых, А.И. Суздальцев, А.Р. Рязановский, В. А. Смирнов, А. В. Хачатурян, С. А. Шестаков, Д. Э. Шноль; под ред. И. В. Ященко. —М. : Издательство «Экзамен», 2020. — 63, [1] с. (Серия «ЕГЭ. ОФЦ. Тесты от разработчиков»)
8. ЕГЭ 2019, Математика, Уравнения и системы уравнений, Задача 13, Профильный уровень, Шестаков С.А., Захаров П.И., Ященко И.В.

Интернет ресурсы

1. Сайт ФИПИ *http://www fipi.ru*,
2. Сайт А. Ларина *http://www alexlarin.net*,
3. Открытый банк заданий *http://www mathege.ru и др.*
4. Сайт элементарной математики Дмитрия Гущина *http://www.mathnet.spb.ru*
5. Материалы по математике в Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов *http://school-collection.edu.ru/collection/matematika*

Учебное издание

Коренюгина Людмила Михайловна

МАТЕМАТИКА: ЭЛЕКТИВНЫЙ КУРС
в 10-11 классах
Методические указания по подготовке к практическим занятиям и самостоятельному изучению дисциплины для учащихся 11 классов общеобразовательных школ
(углубленный уровень)

Составитель: Л.М.Коренюгина
Редактор:
Оригинал-макет и верстка: Л.М.Коренюгина

Подписано в печать | Сдано в производство

Формат 14,85х21,0 | Бумага потребительская.
Печать трафаретная. | Усл. печ. л. 3,5
Изд. № | Заказ №
Тираж экз. | завод - экз.

Редакционно-издательский центр МБОУ СОШ 63.
660059, Россия, Красноярский край, г. Красноярск, ул. им. Академика Вавилова, 49б, тел.8(391)201-53-62, e-mail sch63@mail.ru

159