Содержание

Задание 1 2

Задание 2 3

Задание 3. 4

Задание 4. 5

Задание 5 6

Задание 1

Даны два вектора

$\bar{a} = (3 \;;\; -6 \;;\; -2)$

$\bar{b} = (0.25;1;-5.8)$

1. Найти : длины векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$
2. скалярное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$
3. угол между векторами $\bar{a}$ и $\bar{b}$
4. векторное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$

Решение:

Длина вектора равна корню квадратному из суммы квадратов координат.

$$\left|\vec{a}\right| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

1) Длины векторов

$$\left|\vec{a}\right| = \sqrt{(3)^2 + (-6)^2 + (-2)^2} = \sqrt{9 \;+\; 36 \;+\; 4} = \sqrt{49} = 7$$

$$\left|\vec{b}\right| = \sqrt{(0.25)^2 + (1)^2 + (-5.8)^2} = \sqrt{0.0625 + 1 + 33.64} = \sqrt{34.7025} = 5.891$$

2) Скалярное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = (3 \;;\; -6 \;;\; -2) \cdot (0.25;1;-5.8) = 3 \cdot 0.25 + (-6) \cdot 1 + (-2) \cdot (-5.8) = 6.35$$

3) Угол между векторами $\bar{a}$ и $\bar{b}$

$$cos\bar{a}\wedge\bar{b} = \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{\left|\bar{a}\right| \cdot \left|\bar{b}\right|}$$

$$\bar{a}\wedge\bar{b} = \arccos\frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{\left|\bar{a}\right| \cdot \left|\bar{b}\right|} = \arccos\frac{6.35}{7 \cdot 5.891} = \arccos 0.1540$$

4) Векторное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$

$$\left[\bar{a} \times \bar{b}\right] = \begin{Vmatrix} i & j & k \\ 3 & -6 & -2 \\ 0.25 & 1 & -5.8 \end{Vmatrix} =$$

$$= (i \cdot (-6) \cdot (-5.8) + 3 \cdot 1 \cdot k + j \cdot (-2) \cdot 0.25 -$$
$$- 0.25 \cdot (-6) \cdot k - 1 \cdot (-2) \cdot i - 3 \cdot j \cdot (-5.8)) =$$
$$= 36.8 \;\; i \;\; +16.9 \;\; j \;\; + \;\; 4.5k \;\; = (36.8;16.9;4.5)$$

Задание 2

Даны два комплексных числа

$z_1 = -4 + 0.2i$

$z_2 = 5 + 0.8i$

Алгебраическая форма записи комплексного числа имеет вид : x+yi , где x - действительная часть числа, y - мнимая часть числа,i-мнимая единица.

$z_1 = -4 + 0.2i \quad \Rightarrow x = -4 \quad y = 0.2$

$z_2 = 5 + 0.8i \quad \Rightarrow x = 5 \quad y = 0.8$

$z = 4i = 0 + 4i \quad \Rightarrow x = 0 \quad y = 4$

$z = 2 = 2 + 0i \quad \Rightarrow x = 2 \quad y = 0$

Модулем комплексного числа называется длина радиус- вектора.

$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$z_1 = -4 + 0.2i \quad \Rightarrow x = -4 \quad y = 0.2$

$\Rightarrow r = |z| = \sqrt{(-4)^2 + 0.2^2} = \sqrt{16 + 0.04} = \sqrt{16.04} = 4.005$

$z_2 = 5 + 0.8i \quad \Rightarrow x = 5 \quad y = 0.8$

$\Rightarrow r = |z| = \sqrt{0.8^2 + 5^2} = \sqrt{0.64 + 25} = \sqrt{25.64} = 5.064$

Аргументом комплексного числа называется угол между радиус-вектором комплексного числа и положительным направлением оси ox.

$\varphi = arctg\,\frac{y}{x}$

$z_1 = -4 + 0.2i \quad \Rightarrow x = -4 \quad y = 0.2 => \varphi = arctg\,\frac{y}{x} = arctg\,\frac{0.2}{-4} = arctg(-0.05) =$ -0,04996

$z_2 = 5 + 0.8i \quad \Rightarrow x = 5 \quad y = 0.8 => \varphi = arctg\,\frac{y}{x} = arctg\,\frac{0.8}{5} = arctg(0.16)$ =0,158655

Тригонометрическая форма записи комплексного числа

$z = |z|(\cos\varphi + i\sin\varphi) \quad z = |z| \cdot (\cos\varphi + i \cdot \sin\varphi)$

$z_1 = 4.005 \cdot (\cos(-0.0499) + i \cdot \sin(-0.0499))$

$z_1 = 5.064 \cdot (\cos(0.158655) + i \cdot \sin(0.158655))$

Задание 3.

Вычислите производные функций

$f(x)=\left(2x^5-4x^4+2x-3\right)$

$f'(-1)=?$

$f(x)=\left(\dfrac{4x+1}{3x^2-x}\right)$

$f'(1)=?$

$f(x)=4\cdot\left(2x^5-4x^4+2x-3\right)^4$

$f'(x)=?$

Решение:

а) $f'(x)=\left(2x^5-4x^4+2x-3\right)'=\left(2x^5\right)'-\left(4x^4\right)'+\left(2x\right)'-3'=$

$=2\cdot5\cdot x^4-4\cdot4\cdot x^3+2\cdot1-0=10\cdot x^4-16\cdot x^3+2$

$f'(-1)=10\cdot1^4-16\cdot1^3+2=-4$

б) $f'(x)=\left(\dfrac{4x+1}{3x^2-x}\right)'=\left[\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'\cdot v-u\cdot v'}{v^2}\right]=$

$$\frac{(4x+1)'\cdot\left(3x^2-x\right)-(4x+1)\cdot\left(3x^2-x\right)'}{\left(3x^2-x\right)^2}==$$

$$=\frac{4\cdot1\cdot\left(3x^2-x\right)-(4x+1)\cdot(3\cdot2x-1)}{\left(3x^2-x\right)^2}=\frac{\left(12x^2-4x\right)-\left(24x^2-4x+6x-1\right)}{\left(3x^2-x\right)^2}=$$

$$=\frac{12x^2-4x-24x^2+4x-6x+1}{\left(3x^2-x\right)^2}=\frac{-12x^2-6x+1}{\left(3x^2-x\right)^2}$$

$$f'(1)=\frac{-12\cdot1^2-6\cdot1+1}{\left(3\cdot1^2-1\right)^2}=\frac{-17}{4}$$

в) $f(x)=4\cdot\left(2x^5-4x^4+2x-3\right)^4$

$f'(x)=\left(4\cdot\left(2x^5-4x^4+2x-3\right)^4\right)'=4\cdot4\cdot\left(2x^5-4x^4+2x-3\right)^3\cdot\left(2x^5-4x^4+2x-3\right)'=$

$=16\cdot\left(2x^5-4x^4+2x-3\right)^3\cdot\left(\left(2x^5\right)'-\left(4x^4\right)'+\left(2x\right)'-3'\right)=$

$=16\cdot\left(2x^5-4x^4+2x-3\right)^3\cdot(2\cdot5\cdot x^4-4\cdot4\cdot x^3+2\cdot1-0)=$

$=16\cdot\left(2x^5-4x^4+2x-3\right)^3\cdot(10\cdot x^4-16\cdot x^3+2)$

Задание 4.

Зависимость пути от времени при прямолинейном движении тел задана уравнениями: $S_1(t)=\frac{1}{3}\cdot t^3+2\cdot t^2-45$ и $S_2(t)=\frac{1}{2}\cdot t^2+4t+115$

В какой момент времени скорости их движения будут равны?

Решение:

Прямолинейное движение первого тела

$$S_1(t)=\frac{1}{3}\cdot t^3+2\cdot t^2-45$$

Производная функции пути , которая задает пройденный путь материальной точки с момента начала движения есть скорость.

$$v_1(t)=S_1'(t)=\left(\frac{1}{3}\cdot t^3+2\cdot t^2-45\right)'=(\frac{1}{3}\cdot 3t^2+2\cdot 2t-0)=t^2+4t$$

Прямолинейное движение второго тела

$$S_2(t)=\frac{1}{2}\cdot t^2+4t+115$$

$$v_2(t)=S_2'(t)=(\frac{1}{2}\cdot t^2+4t+115)'=\frac{1}{2}\cdot 2t+4\cdot 1=t+4$$

$$v_1(t)=v_2(t)$$

$$t^2+4t=t+4$$

$$t^2+4t-t-4=0$$

$$t^2+3t-4=0$$

$$Д=в^2-4ac=(3)^2-4\cdot 1\cdot(-4)=9+16=25$$

$$t_1=\frac{-в+\sqrt{Д}}{2a}=\frac{-3+\sqrt{25}}{2\cdot 1}=\frac{-3+5}{2}=1$$

$$t_2=\frac{-в-\sqrt{Д}}{2a}=\frac{-3-\sqrt{25}}{2\cdot 1}=\frac{-3-5}{2}=-4<0$$

Ответ: t=1

Задание 5 .

Определение, изображение и обозначение вектора, координаты вектора, длина вектора.

Решение:

Вектор- это отрезок, имеющий определенную длину и определенное направление.

Обозначение $\vec{a}$, $\bar{a}$, a $\overrightarrow{AB}$, $\overline{AB}$

Упорядоченную совокупность ($x_1, x_2, \dots, x_n$) n вещественных чисел называют *n-мерным вектором*, а числа x_i (i = $\overline{1,n}$) - *компонентами,* или *координатами,* вектора.

Координатные формулы

Пусть $\bar{i}, \ \bar{j}, \ \bar{k}$ - взаимно ортогональные единичные векторы, имеющие направления координатных осей;

$x_1, \ y_1, \ z_1$ - координаты вектора $\bar{a}$;

$x_2, \ y_2, \ z_2$ - координаты вектора $\bar{b}$;

$\bar{a} = x_1\bar{i} + y_1\bar{j} + z_1\bar{k}, \ \bar{b} = x_2\bar{i} + y_2\bar{j} + z_2\bar{k},$

или

$\bar{a} = (x_1; \ y_1; \ z_1), \bar{b} = (x_2; \ y_2; \ z_2).$

Длина вектора, модуль (абсолютная величина):

$|\overline{AB}|, \ |\overrightarrow{AB}|, \ |\bar{a}|, \ |\vec{a}|, \ a.$

$$|\bar{a}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}.$$

Если $A(a_1; \ a_2; \ a_3)$ - начало вектора,

$B(b_1; \ b_2; \ b_3)$ - его конец,

то $\overline{AB} = (b_1 - a_1; \ b_2 - a_2; \ b_3 - a_3),$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2}.$$