Обычный курс, 5 лет Семестр 3

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Контрольная работа №3

для экономических специальностей заочной формы обучения

Содержание

Задание №1 2
Задание №2 3
Задание №3 4
Задание №4 5
Задание №5 5
Задание №6 7
Задание №7 11
Задание №8 12
Задание №9 18

Вариант 22

Задание №1

Брошены две игральные кости. Найти вероятности того, что: а) на первой кости выпала 1, б) выпала хотя бы одна 6.

а) на первой кости выпала 1,

P(A)=(1/6)*(6/6)=0,1667

б) выпала хотя бы одна 6.

Бросаем первую кость — шесть исходов. И для каждого из них возможны еще шесть — когда мы бросаем вторую кость.
Получаем, что у данного действия — бросания двух игральных костей — всего 36 возможных исходов, так как $6^2 = 36$.

А теперь — благоприятные исходы:

1и 6 6и1
2и 6 6и2
3и6 6и3
4и6 6 и 4
5и6 6 и 5
6 и6

Вероятность выпадения хотя бы одной 6 равна P(B)=11/36 ≈ 0,3056

Задание №2

Вероятность сдать экзамен студентом равна 0,9. Какова вероятность того, что студент сдаст экзамен со второй попытки?

Решение:

Происходящие элементарные события-

A_1 –первая попытка удачная.

A_2 –вторая попытка удачная.

P(A_1)=0,9

P(A_2)=0,9

$\overline{A_1}$ первая попытка неудачная.

P($\overline{A_1}$)=1-0,9=0,1

P(M)= $p(\overline{A_1} \cdot A_2) = 0.1 * 0{,}9 = 0{,}09$

Задание №3

Три группы студентов одновременно сдают письменно зачет, причем в первой группе находится 15 человек, во второй – 19 человек, в третьей – 25. Известно, что в среднем с первой попытки сдают зачет в первой группе 70% студентов, во второй и третьей – 60% и 40%, соответственно. Наудачу взятая работа оказалась зачтенной. Какова вероятность того, что эта работа из третьей группы?

Решение:

n_1=15 человек в первой группе

n_2 =19 человек во второй группе

n_3 =25 человек в третьей группе

$n = n_1 + n_2 + n_3 = 15 + 19 + 25 = 59$ человек всего в трех группах

A_1 – работа из первой группы

$$p(A_1) = \frac{n_1}{n} = \frac{15}{59}$$

A_2 – работа из второй группы

$$p(A_2) = \frac{n_2}{n} = \frac{19}{59}$$

A_3 – работа из третьей группы

$$p(A_3) = \frac{n_3}{n} = \frac{25}{59}$$

Н- работа зачтена

Н/ A_1 – из первой группы работа зачтена

$$p(H / A_1) = \frac{70\%}{100\%} = 0{,}7$$

Н/ A_2 – из второй группы работа зачтена

$$p(H / A_2) = \frac{60\%}{100\%} = 0{,}6$$

Н/ A_3 – из третьей группы работа зачтена

$$p(H / A_3) = \frac{40\%}{100\%} = 0{,}4$$

$$p(H) = p(A_1) \cdot p(H / A_1) + p(A_2) \cdot p(H / A_2) + p(A_3) \cdot p(H / A_3) = \frac{15}{59} \cdot 0{,}7 + \frac{19}{59} \cdot 0{,}6 + \frac{25}{59} \cdot 0{,}4 =$$

$$= \frac{10{,}5 + 11{,}4 + 10}{59} = \frac{31{,}9}{59} = 0{,}5407$$

Задание №4

Решить задачи, используя формулу Бернулли и теоремы Муавра-Лапласа.

а) Всхожесть семян составляет 80%. Определить вероятность того, что из 7 посеянных семян взойдет не менее 5.

б) Вероятность попадания стрелком в цель равно 0,95. Найти вероятность того, что при 90 выстрелах он попадет в цель: 1) ровно 85 раз; 2) не менее 83, но не более 88 раз.

Решение. а) Проведем n испытаний Бернулли, т.е. что все n испытаний независимы и вероятность появления события А в каждом отдельном взятом испытании постоянна и от испытания к испытанию не изменяется (т.е. испытания проводятся в одинаковых условиях). Обозначим вероятность P(A) появлений события А в отдельном испытании буквой p, т.е. P(A)=p, а вероятность противоположного события P($\bar{A}$) – буквой q, т.е. P($\bar{A}$) = 1–P(A) = 1–p = q. Вероятность $P_n(m)$ того, что событие А появится ровно m раз в n испытаниях Бернулли равна

$$P_n(m) = C_n^m p^n q^{n-m}.$$

Это есть формула Бернулли.

По условию задачи, вероятность того, что наудачу взятое семя взойдет, равна p=80%/100%=0,8

Вероятность того, что семя не взойдет, равна q=1-p=1-0,8=0,2. Поскольку эти вероятности постоянны и не изменяются от испытания к испытанию, то для подсчета вероятности можно применить формулу Бернулли. Появление не менее пяти всхожих семян означает, что среди 7 взятых семян окажутся 5, 6 или 7всхожих семян. Следовательно

$$P_7(5 \le m \le 7) = P_7(5) + P_7(6) + P_7(7) = C_7^5 p^5 q^2 + C_7^6 p^6 q^1 + C_7^7 p^7 q^0 =$$
$$= \frac{7!}{5!2!} 0.8^5 0.2^2 + \frac{7!}{6!1!} 0.8^6 0.2^1 + \frac{7!}{7!0!} 0.8^7 0.2^0 = 0.27525 + 0.3670 + 0.2097 = 0.851967$$

б) если в схеме Бернулли число испытаний n велико (обычно n>50), при этом npq>1, то справедлива приближенная формула , то применим к случаю 1 локальную теорему Муавра-Лапласа:

$$P_n(m) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi(x), \quad \text{где } \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2},\ x = \frac{m-np}{\sqrt{npq}}.$$

Ввиду важности функции □(x), которая называется плотностью стандартного нормального распределения, для нее составлены специальные таблицы. При использовании таблиц следует учитывать, что функция □(x) четная, т.е. □(–x)=□(x).

Согласно условию задачи: n=90, m=85, p=0,95, q=1-0,95=0,05. Поскольку n=90>50 и npq=90*0,95*0,05=4,275, то можно применить теорему Муавра-Лапласа. Найдем

$$x = \frac{m-np}{\sqrt{npq}} = \frac{85-90\cdot 0{,}95}{\sqrt{90\cdot 0{,}95\cdot 0{,}05}} = \frac{-1.5}{\sqrt{4.275}} \approx -0.73.$$

После этого находим значение функции □(–0,6667)=0,31945. В результате, получаем

$$\mathrm{P}_{90}(85) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi(-0.73) = \frac{1}{\sqrt{4.275}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-(-0.73)^2/2} = \frac{1}{\sqrt{4.275\cdot 2\cdot 3.14}}\cdot 2.71828^{-(-0.73)^2/2} = 0.2301$$

.

п2)в схеме Бернулли число испытаний n велико, то для вероятности $P_n(k_1 \le m \le k_2)$ того, что число успехов заключено в пределах от k_1 до k_2, справедливо приближенная формула локальная теорема Муавра-Лапласа

$$\mathrm{P}_n(k_1 \le m \le k_2) \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1),$$

где $x_i = \frac{k_i - np}{\sqrt{npq}}$, $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-t^2/2}dt$ – функция Лапласа.

Отметим, что функция Лапласа – нечетная функция, т.е. Ф(–x) = –Ф(x), для которой составлены специальные таблицы. Обратите внимание, что 0≤Ф(x)≤0,5.

В нашем случае k_1=83, k_2=88:

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{83-90\cdot 0{,}95}{\sqrt{90\cdot 0{,}95\cdot 0{,}05}} \approx -1{,}2091,\ x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{88-90\cdot 0{,}95}{\sqrt{90\cdot 0{,}95\cdot 0{,}05}} \approx 1.2091,$$

$$P_{400}(350 \le m \le 400) = \Phi(1.21) - \Phi(-1.21) = 2\Phi(1.21) = 2\cdot 0.3869 = 0.7738$$

Задание №5

Дискретная случайная величина X имеет только два возможных значения: x_1 и x_2, причем $x_1 < x_2$. Вероятность того, что X примет значение x_1 равно 0,7. Найти закон распределения X, зная математическое ожидание M[X] = –1,1 и дисперсию D[X] = 1,89.

Решение:

$p_1 = 0{,}7$ $M(x) = -1{,}1$ Д(x)=1,89

x1<x2

X	X1	X2
p	0,7	P2

$\sum_{i=1}^{n} pi = 1$ 0,7+p2=1

p2=1-0,7=0,3

X	X1	X2
p	0,7	0,3

математическое ожидание

$$M(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = x_1 \cdot 0{,}7 + x_2 \cdot 0{,}3 = 0{,}1$$

$$x_1 \cdot 0{,}7 + x_2 \cdot 0{,}3 = -1{,}1$$

$$x_1 \cdot 7 + x_2 \cdot 3 = -11$$

$$7x_1 + 3x_2 = -11$$

$$x_2 = \frac{-11 - 7x_1}{3}$$

Дисперсия

$$Д(x) = \sum_{i=1}^{n} (x_i)^2 p_i - (M(x))^2 = (x_1)^2 \cdot p_1 + (x_2)^2 \cdot p_2 - (-1{,}1)^2 = 1{,}89$$

$$(x_1)^2 \cdot p_1 + (x_2)^2 \cdot p_2 - (-1{,}1)^2 = 1.89$$

$$(x_1)^2 \cdot p_1 + (x_2)^2 \cdot p_2 - 1{,}21 = 1.89$$

$$(x_1)^2 \cdot p_1 + (x_2)^2 \cdot p_2 = 1{,}21 + 1.89$$

$$(x_1)^2 \cdot p_1 + (x_2)^2 \cdot p_2 = 3{,}1$$

$$(x_1)^2 \cdot p_1 + \left(\frac{-11 - 7x_1}{3}\right)^2 \cdot p_2 = 3{,}1$$

$$(x_1)^2 \cdot 0.7 + \left(\frac{-11 - 7x_1}{3}\right)^2 \cdot 0.3 = 3{,}1$$

$$(x_1)^2 \cdot 7 + \left(\frac{11 + 7x_1}{3}\right)^2 \cdot 3 = 31$$

$$(x_1)^2 \cdot 7 + \frac{(11 + 7x_1)^2}{9} \cdot 3 = 31$$

$$(x_1)^2 \cdot 21 + (11 + 7x_1)^2 = 93$$

$$x_1{}^2 \cdot 21 + 121 + 154x_1 + 49x_1{}^2 = 93$$

$70x_1^2 + 154x_1 + 28 = 0$

$5x_1^2 + 11x_1 + 2 = 0$

Решим квадратное уравнение

$Д = (11)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = 121 - 40 = 81$

$x_{11} = \frac{-11 + \sqrt{81}}{2 \cdot 5} = -0{,}2$

$x_{12} = \frac{-11 - \sqrt{81}}{2 \cdot 5} = -2$

$x_{21} = \frac{-11 - 7 * (-0{,}2)}{3} = -3{,}2$

$x_{22} = \frac{-11 - 7 * (-2)}{3} = 1$ так как x1<x2,то x1=-2;x2=1

X	-2	1
p	0,7	0,3

Закон распределения

Задание №6

Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ kx^3, & 0<x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$$

Найти: а) параметр k; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

Решение:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ kx^3, & 0<x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$$

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases}0 & \textit{если} \quad x\le 0\\ 3kx^2, & \textit{если} \quad 0<x\le 2\\ 0, & \textit{если} \quad x>2\end{cases}$$

Найдем значение величины параметра k

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1$$

$$\int_{-\infty}^{0} 0dx+\int_{0}^{2} k*3x^2dx+\int_{2}^{+\infty} 0dx=1$$

$$0+\int_{0}^{2} k*3x^2dx+0=1$$

$$k(\frac{3x^3}{3})\Big|_0^2=1$$

$$k*x^3\Big|_0^2=1$$

$$k(2^3-0^3)=1$$

$$8k=1$$

$$k=\frac{1}{8}$$

$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{если} \quad x\le 0\\ \frac{1}{8}x^3, & \text{если} \quad 0<x\le 2\\ 1, & \text{если} \quad x>2\end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases}0 & \text{если} \quad x\le 0\\ \frac{3}{8}x^2, & \text{если} \quad 0<x\le 2\\ 0, & \text{если} \quad x>2\end{cases}$$

Математическое ожидание непрерывной случайной величины

$$M(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx=\int_{-\infty}^{0} x\cdot 0dx+\int_{0}^{2} x\cdot\frac{3}{8}x^2dx+\int_{2}^{+\infty} x\cdot 0dx=0+\int_{0}^{2}\frac{3}{8}x^3dx+0=$$

$$=\left(\frac{1}{8}x^3\right)\Big|_0^2=\left(\frac{2^3}{8}-\frac{0^3}{8}\right)=1$$

Дисперсия непрерывной случайной величины

$$D(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx-(M(x))^2=$$

$$\int_{-\infty}^{0} x^2\cdot 0dx+\int_{0}^{2} x^2\cdot\frac{3x^2}{8}dx+\int_{1}^{+\infty} x^2\cdot 0dx-(1)^2=\int_{0}^{2}\frac{3x^4}{8}dx-1=\frac{3x^5}{40}\Big|_0^2-1=$$

$$=\frac{3*2^5}{40}-\frac{3*0^5}{40}-1=\frac{3*32}{40}-1=2.4-1=1.4$$

Задание №7

Известны математическое ожидание *a*=2 и среднее квадратичное отклонение σ=4 *нормально распределенной* случайной величины *X*. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (1, 8); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на δ=5.

Решение:

а) Вероятность того случайная величина X, описываемая нормальным распределением, примет значение, принадлежащее интервалу (1,8), имеет вид

$$P(\alpha < X < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right).$$

где $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt$ – функция Лапласа.

В нашем случае получим

$$P(170 < X < 180) = \Phi\left(\frac{8-2}{4}\right) - \Phi\left(\frac{1-2}{4}\right) = \Phi(1.5) - \Phi(-0.25) = 0{,}4332 + 0{,}0987 = 0{,}5319.$$

б) Вероятность того, что отклонение случайной величины X от математического ожидания по абсолютной величине меньше заданного положительного числа □ □ □вычисляется по формуле:

$$P(|X - a| < \delta) = 2\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma}\right).$$

В нашем случае получим

$$P(|X - 2| < 5) = 2\Phi\left(\frac{5}{4}\right) = 2\Phi(1{,}25) = 2 \cdot 0{,}3944 = 0{,}7888.$$

Известны математическое ожидание a=6 и среднее квадратичное отклонение σ=3 нормально распределенной случайной величины X. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (1, 8); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на $\delta = 6$

Задание №8

Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а) Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью $\gamma=0,95$. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости $\alpha=0,05$.

4,1-4,5	4,5-4,9	4,9-5,3	5,3-5,7	5,7-6,1	6,1-6,5	6,5-6,9
9	14	28	34	29	18	10

x	4,1-4,5	4,5-4,9	4,9-5,3	5,3-5,7	5,7-6,1	6,1-6,5	6,5-6,9
n	9	14	28	34	29	18	10

Решение:

$\overline{x_i}$	4,3	4,7	5,1	5,5	5,9	6,3	6,7
n	9	14	28	34	29	18	10

Таблица 1 Расчет значений для определения числовых характеристик

№	$\overline{x_i}$	f_i	$x_i \cdot f_i$	$x-\bar{x}$	$\left(x-\bar{x}\right)^2$	$\left(x-\bar{x}\right)^2 \cdot f$
1	4,3	9	38,7	-33,8181818	1143,67	18298,71
2	4,7	14	65,8	-21,8181818	476,03	10472,73
3	5,1	28	142,8	-9,81818182	96,40	2699,11
4	5,5	34	187	2,181818182	4,76	161,85
5	5,9	29	171,1	14,18181818	201,12	5229,22
6	6,3	18	113,4	26,18181818	685,49	12338,78
7	6,7	10	67	38,18181818	1457,85	14578,51
Итого:	38,5	142	785,8	15,27272727	4065,322314	63778,9091

	x	частоты	x*n	X^2*n	Интервалы	
1	4,3	9	38,7	166,41	4,1	4,5
2	4,7	14	65,8	309,26	4,5	4,9
3	5,1	28	142,8	728,28	4,9	5,3
4	5,5	34	187	1028,5	5,3	5,7
5	5,9	29	171,1	1009,49	5,7	6,1
6	6,3	18	113,4	714,42	6,1	6,5
8	6,7	10	67	448,9	6,5	6,9
итого	38,5	142	785,8	4405,26		

Среднее	59,81818182
Дисперсия	414,1487603
СКО	20,35064521
Вариация	34,02083545

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + ... + x_n f_n}{f_1 + f_2 + ... + f_n} = \frac{1912}{7} = 59{,}82$$

Дисперсия $\sigma^2 = \frac{\sum \left(x - \bar{x}\right)^2 \cdot f}{\sum f} = \frac{63778{,}9}{7} = 414{,}15$

Среднее квадратическое отклонение

$$\sigma(x) = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{414{,}15} = 20{,}35$$

Определим доверительный интервал

Ф(t)=0,95

0.95/2=0.475

T=1.96

$$(\bar{x} - \frac{t \cdot \sigma(x)}{\sqrt{n}}; \bar{x} - \frac{t \cdot \sigma(x)}{\sqrt{n}})$$

$$(59{,}82 - 1.96 * \frac{20{,}35}{\sqrt{7}}; 59{,}82 + 1.96 * \frac{20{,}35}{\sqrt{7}})$$

$$(44{,}744509; 74{,}8955)$$

№	$\overline{x_i}$	f_i	$x-\bar{x}$	$(x-\bar{x})^2 \cdot f$	$(x-\bar{x})^3 \cdot f$	$(x-\bar{x})^4 \cdot f$
1	26	16	-33,8181818	18298,71	-618829,13	20927675,93
2	38	22	-21,8181818	10472,73	-228495,87	4985364,39
3	50	28	-9,81818182	2699,11	-26500,33	260185,03
4	62	34	2,181818182	161,85	353,13	770,47
5	74	26	14,18181818	5229,22	74159,89	1051722,10
6	86	18	26,18181818	12338,78	323051,61	8458078,58
7	98	10	38,18181818	14578,51	556634,11	21253302,37
Итого:	434	154	15,27272727	63778,9091	80373,42	56937098,87

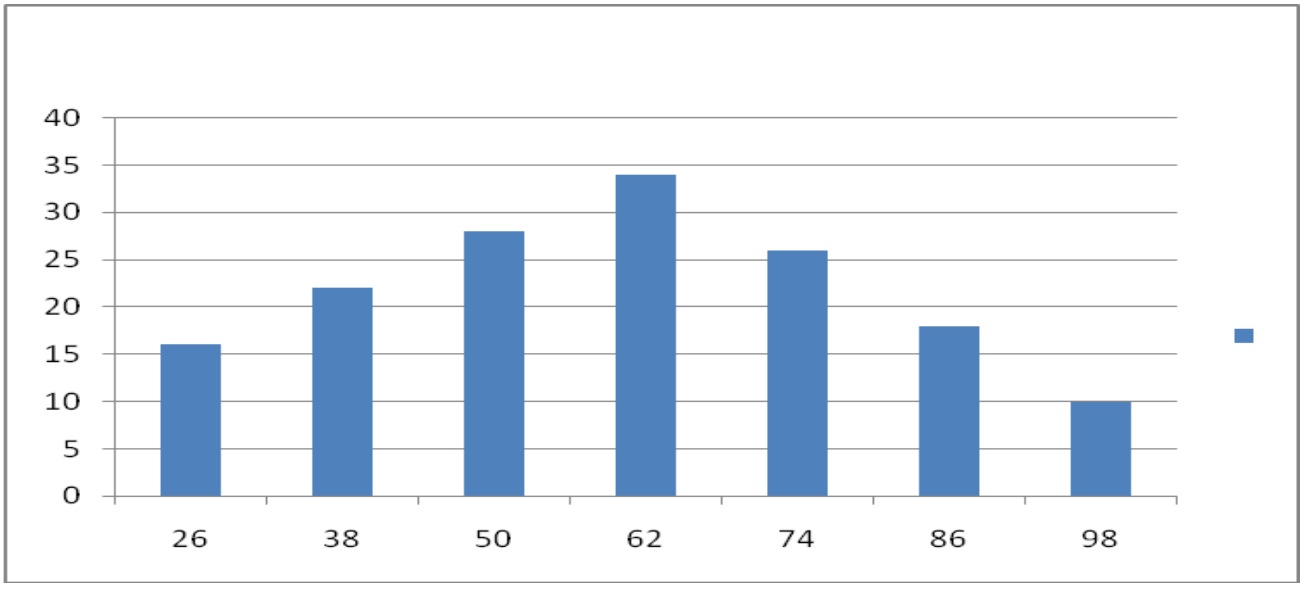
Среднее значение x=	59,82	Дисперсия x=	414,15	Среднее квадратическое отклонение x =	20,35	Коэффициент вариации x=	34,02

Асимметрия

$$A(x)=\frac{\sum(x-\bar{x})^3 \cdot f}{\sigma^3(x)\cdot\sum f}=\frac{80373,42}{20,35^3\cdot 154}=0,0619$$

Эксцесс

$$E(x)=\frac{\sum(x-\bar{x})^4 \cdot f}{\sigma^4(x)\cdot\sum f}-3=\frac{56937098,87}{20,35^4\cdot 154}-3=-0,84443$$



	x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	x_i	f_i	
1	26	16	416	10816	7,8	17,8
2	38	22	836	31768	17,8	27,8
3	50	28	1400	70000	27,8	37,8
4	62	34	2108	130696	37,8	47,8
5	74	26	1924	142376	47,8	57,8
6	86	18	1548	133128	57,8	67,8
7	98	10	980	96040	67,8	77,8
итого	434	154	9212	614824		

H0: Распределение нормальное

Вычислим теоретические значения частот

Интервалы	u		Ф(u)		p
$[-\infty;17,8)$	$-\infty$	-2,06	-0,5	-0,4803	0,0197
[17,8;27,8)	-2,06	-1,57	-0,4803	-0,4418	0,0385
[27,8;37,8)	-1,57	-1,08	-0,4418	-0,3599	0,0819
[37,8;47,8)	-1,08	-0,59	-0,3599	-0,2224	0,1375
[47,8;57,8)	-0,59	-0,10	-0,2224	-0,0398	0,1826
[57,8;67,8)	-0,10	0,39	-0,0398	0,1517	0,1915
$[67,8;\infty)$	0,39	∞	0,1517	0,5	0,3483

Таблица значений функции $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0040	0080	0120	0160	0199	0239	0279	0319	0359
0,1	0398	0438	0478	0517	0557	0596	0636	0675	0714	0753
0,2	0793	0832	0871	0910	0948	0987	1026	1064	1103	1141
0,3	1179	1217	1255	1293	1331	1368	1406	1443	1480	1517
0,4	1554	1591	1628	1664	1700	1736	1772	1808	1844	1879
0,5	1915	1950	1985	2019	2054	2088	2123	2157	2190	2224
0,6	2257	2291	2324	2357	2389	2422	2454	2486	2517	2549
0,7	2580	2611	2642	2673	2708	2734	2764	2794	2823	2852
0,8	2881	2910	2939	2967	2995	3023	3051	3078	3106	3133
0,9	3159	3186	3212	3238	3264	3289	3315	3340	3365	3389
1,0	3413	3438	3461	3485	3508	3531	3554	3577	3599	3621
1,1	3643	3665	3696	3708	3729	3749	3770	3790	3810	3830
1,2	3849	3869	3883	3907	3925	3944	3962	3980	3997	4015
1,3	4032	4049	4066	4082	4099	4115	4151	4147	4162	4177
1,4	4192	4207	4222	4236	4251	4265	4279	4292	4306	4319
1,5	4332	4345	4357	4370	4382	4394	4406	4418	4429	4441
1,6	4452	4463	4473	4484	4495	4505	4515	4525	4535	4545
1,7	4554	4564	4573	4582	4591	4599	4608	4616	4625	4633
1,8	4641	4649	4656	4664	4671	4678	4686	4693	4699	4706
1,9	4713	4719	4726	4732	4738	4744	4750	4756	4761	4767
2,0	4772	4778	4783	4788	4793	4798	4803	4808	4812	4817
2,1	4821	4826	4830	4834	4838	4842	4846	4850	4854	4857
2,2	4861	4864	4868	4871	4875	4878	4881	4884	4887	4890
2,3	4893	4896	4898	4901	4904	4906	4909	4911	4913	4916
2,4	4918	4920	4922	4925	4927	4929	4931	4932	4934	4936
2,5	4938	4940	4941	4943	4945	4946	4948	4949	4951	4951

2,6	4953	4955	4956	4957	4959	4960	4961	4962	4963	4964
2,7	4965	4966	4967	4968	4969	4970	4971	4972	4973	4974
2,8	4974	4975	4976	4977	4977	4978	4979	4979	4980	4981
2,9	4981	4982	4982	4983	4984	4984	4985	4985	4986	4986

Таблица 5 Расчет ХИ- квадрат наблюдаемое

n	n_i'	$n_i - n_i'$	$\left(n_i - n_i'\right)^2$	$\frac{\left(n_i - n_i'\right)^2}{n_i'}$
16	3,03	-12,97	168,1	55,416422
22	5,93	-16,07	258,3	43,561653
28	12,6	-15,39	236,8	18,772662
34	21,2	-12,83	164,5	7,76768
26	28,1	2,1204	4,496	0,1598873
18	29,5	11,491	132	4,4774026
10	53,6	43,638	1904	35,502543
154				130,15571

$$\chi^2_{наблюдаемое} = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'} = 130{,}15571 \qquad R = S - 1 = 7 - 1 = 6$$

$$\chi^2_{критическое} = \chi^2_{критическое}(0{,}05;6) = 1.27$$

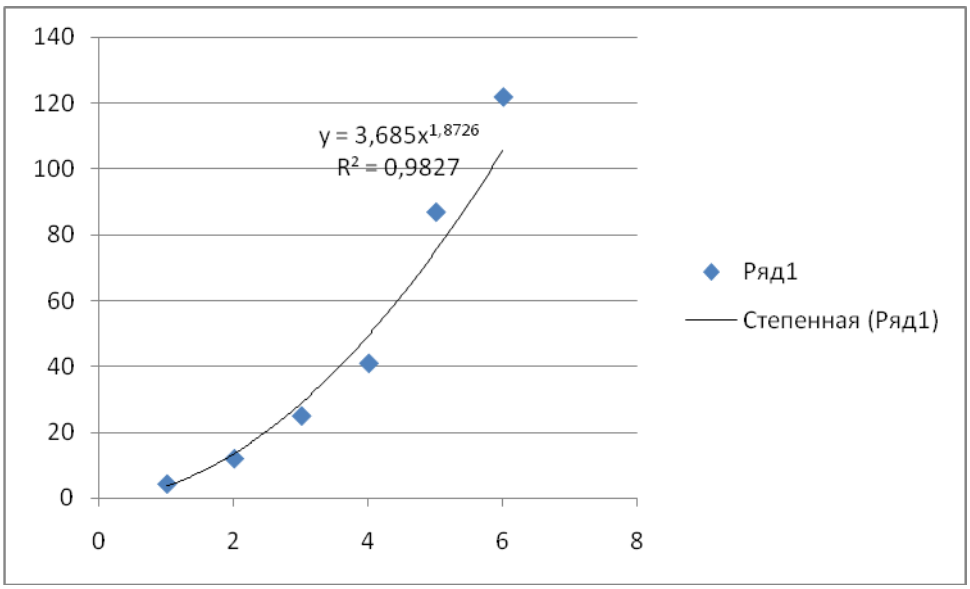
Наблюдаемое значение больше критического, гипотезу о нормальном распределении не принимаем

Задание №9

Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y = a\,x^b$, по табличным данным и сделать чертеж.

x	1	2	3	4	5	6
y	4,3	12	25	41	87	122

Решение:



Индекс детерминации.
Величину R^2 (равную отношению объясненной уравнением регрессии дисперсии результата y к общей дисперсии y) для нелинейных связей называют **индексом детерминации**.
Чаще всего, давая интерпретацию индекса детерминации, его выражают в процентах.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum(y_i - y_x)^2}{\sum(y_i - \overline{y})^2}$$

$$R^2 = 1 - \frac{0.14}{7.83} = 0.98$$

т.е. в 98.27 % случаев изменения x приводят к изменению y. Другими словами - точность подбора уравнения регрессии - высокая. Остальные 1.73 % изменения Y объясняются факторами, не учтенными в модели.
Для расчета параметров линейной регрессии построим расчетную таблицу (табл.)

ln(x)	ln(y)	x^2	y^2	x • y	y(x)	$(y_i - y_{ср})^2$	$(y - y(x))^2$	$(x_i - x_{ср})^2$	$\lvert y - y_x \rvert : y$

0	1.46	0	2.13	0	1.3	3.61	0.0238	1.2	0.11
0.69	2.48	0.48	6.17	1.72	2.6	0.76	0.0138	0.16	0.0472
1.1	3.22	1.21	10.36	3.54	3.36	0.0193	0.0203	4E-06	0.0443
1.39	3.71	1.92	13.79	5.15	3.9	0.13	0.0348	0.084	0.0503
1.61	4.47	2.59	19.94	7.19	4.32	1.23	0.0218	0.26	0.0331
1.79	4.8	3.21	23.08	8.61	4.66	2.09	0.0209	0.48	0.0301
6.58	20.15	9.41	75.48	26.2	20.15	7.83	0.14	2.2	0.31

Параметры уравнения регрессии.

Выборочные средние.

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{6.58}{6} = 1.1$$

$$\overline{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{20.15}{6} = 3.36$$

$$\overline{xy} = \frac{\sum x_i y_i}{n} = \frac{26}{6} = 4$$

Выборочные дисперсии:

$$S^2(x) = \frac{\sum x^2_i}{n} - \overline{x}^2 = \frac{9}{6} - 1^2 = 0.37$$

$$S^2(y) = \frac{\sum y^2_i}{n} - \overline{y}^2 = \frac{75}{6} - 3.36^2 = 1.31$$

Среднеквадратическое отклонение

$$S(x) = \sqrt{S^2(x)} = \sqrt{0.37} = 0.6$$

$$S(y) = \sqrt{S^2(y)} = \sqrt{1.31} = 1.14$$

$$У=3,685x^{1,8726}$$