КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

Вариант 1

1. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-2x+2}{2x^2-7x+6}$, **б)** $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{25x^2+2x+1}-5x)$, **в)** $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-4x+1}{2x^2+3x-5}$,

г) $\lim\limits_{x\to 9}\dfrac{x^2-8x-9}{\sqrt{2x+7}-5}$, **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cdot \operatorname{tg}^2(x/3)}{\cos 2x\,\sin^3(2x)}$, **е)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-5}{2x+1}\right)^{3x-2}$.

2. Найти производные dy/dx данных функций:

а) $y=2\sqrt{4x+3}-\dfrac{3}{\sqrt{x^3+x+1}}$, **б)** $y=\left(e^{\cos x}+3\right)^2$,

в) $y=\log_5\left(3^{-x}-\operatorname{tg}\sqrt{1-x^2}\right)$, **г)** $y=(2+\ln x)^{\sin x}$,

д) $\operatorname{tg}(x/y)=3x^2+4y^2+6xy$. **е)** $x=\cos(t^2),\quad y=\sin(t^2)$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=x^2+\dfrac{x}{2}$ на отрезке [–3;3].

4. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график:

$$y=\frac{1-2x}{x^2}.$$

5. Найти все частные производные 1-го порядка:

а) $z=2xy-\operatorname{tg}x+\sqrt{y}$, **б)** $z=\dfrac{\cos(2x)}{1+y^2}$, **в)** $z=(1+\operatorname{ctg}y)^{\sqrt{x}}$.

6. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int\dfrac{\cos(3+4\ln x)}{4x}dx$ **б)** $\int x^3\sqrt{9+3x^4}\,dx$,

в) $\int(4-5x)e^{8x}dx$, **г)** $\int\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}dx$,

д) $\int\dfrac{7dx}{(x-2)^2(x+5)}$, **е)** $\int\operatorname{ctg}^2 x\,dx$.

7. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^8\dfrac{96-160\sqrt[3]{x}}{x^2}dx$, **б)** $\int\limits_0^4\dfrac{3xdx}{\sqrt{9-2x}}$, **в)** $\int\limits_{-\pi/2}^{\pi}9x\sin 3x\,dx$.

Вариант 2

1. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2+8x+5}{5x^2+4x+10}$, **б)** $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{36x^2+8x+9}-6x)$, **в)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{4x^2-7x-2}{5x^2-11x+2}$,

г) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2-x-12}{\sqrt{4x+21}-3}$, **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x\cdot\sin^2(x/4)}{\operatorname{tg}(2x^2)}$, **е)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+4}{3x-1}\right)^{4x-5}$.

2. Найти производные *dy*/*dx* данных функций:

а) $y=(\sqrt[3]{x^2}+1)\sqrt{x^3+4}$, **б)** $y=\dfrac{4\sin x}{\cos^2 x}$,

в) $y=9^{\sqrt{x+\ln(x+\ln x)}}$, **г)** $y=(\operatorname{ctg}\ x)^{3x-1}$,

д) $\sin(xy)=x^2+\operatorname{arctg}\ y$, **е)** $x=\operatorname{ctg} t,\quad y=1/\cos^2 t$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=x^4+8x^2-9$ на отрезке [0;3].

4. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график:

$$y=\frac{2x}{4x^2-1}.$$

5. Найти все частные производные 1-го порядка:

а) $z=\dfrac{x^3}{6}-\operatorname{ctg}(xy)+\dfrac{1}{\sqrt{y}}$, **б)** $z=\dfrac{\sin(y^3)}{x^4}$, **в)** $z=(\cos x)^{\ln y}$.

6. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int\dfrac{\sin(2+3\ln x)}{x}dx$, **б)** $\int x^2\sqrt{2+3x^3}\,dx$,

в) $\int(2x+1)\sin 2x\,dx$, **г)** $\int(4x+1)\ln x\,dx$,

д) $\int\dfrac{x+2}{x^2(x+1)}dx$, **е)** $\int\dfrac{dx}{\sin^4 x}$.

7. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^4\dfrac{42x-14x^3}{\sqrt{x}}dx$, **б)** $\int\limits_1^5\dfrac{\sqrt{11}\,dx}{x\sqrt{11-2x}}$, **в)** $\int\limits_{\pi/2}^{\pi}2x\cos 2x\,dx$.

Вариант 3

1. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-6x-7}$, **б)** $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+4}-\sqrt{x^2-8x})$, **в)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3x^2-11x+6}{2x^2-5x-3}$,

г) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+2x-2)(3x-2)}{2x^3+3x^2-2x+1}$, **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(x/2)\cdot\operatorname{tg}3x}{\arcsin 6x\cdot\sin 5x}$, **е)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{9x-2}{9x+1}\right)^{2x+5}$.

2. Найти производные *dy*/*dx* данных функций:

а) $y=\dfrac{x\sqrt{x^2+1}}{1-x}$, **б)** $y=\dfrac{1}{\operatorname{ctg}^2 x}$,

в) $y=\log_2\operatorname{tg}\log_3(x-\cos x)$, **г)** $y=(2-\sqrt{x})^{\cos x}$,

д) $xe^{3y}+ye^{-4x}=\ln(x^2+y^2)$, **е)** $x=\operatorname{tg}t,\quad y=1/\sin^2 t$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=x+\dfrac{4}{x}$ на отрезке [1;4].

4. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график:

$$y=\frac{(x+1)^2}{x^2}.$$

5. Найти все частные производные 1-го порядка:

а) $z=\dfrac{x^3}{6}-\operatorname{ctg}(xy)+\dfrac{1}{\sqrt{y}}$, **б)** $z=\dfrac{\sin(y^3)}{x^4}$, **в)** $z=(\cos x)^{\ln y}$.

6. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int\dfrac{e^{3\operatorname{tg}x+5}}{\cos^2 x}dx$, **б)** $\int x^5\sqrt{2+7x^6}\,dx$,

в) $\int(4x+5)e^{-3x}dx$, **г)** $\int(3x^2-2x)\ln x\,dx$,

д) $\int\dfrac{1-x}{(x+1)^2 x}dx$, **е)** $\int\dfrac{\sin^3 x}{\cos^4 x}dx$.

7. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^{16}48\,\dfrac{3x+5\sqrt[4]{x}}{x^2}dx$, **б)** $\int\limits_0^6\dfrac{3x\,dx}{\sqrt{16-2x}}$, **в)** $\int\limits_{-\pi}^{\pi}x\sin\dfrac{x}{3}dx$.

Вариант 4

1. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-3x-4}{1-\sqrt{9-2x}}$, **б)** $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{49x^2+3x+16}-7x)$, **в)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{4x^2+3x-1}{3x^2+2x-1}$,

г) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(2x+7)(3x^2+3x+1)}{2x^3+4x+5}$, **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2(2x)\cdot \operatorname{tg}(x/2)}{x^2\sin(x/3)}$, **е)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-7}{3x+2}\right)^{4x+3}$.

2. Найти производные *dy*/*dx* данных функций:

а) $y=\dfrac{3+6x}{\sqrt{3-4x+5x^2}}$, **б)** $y=\sin 3x - x\cos 2x$,

в) $y=\sqrt{2+\ln(1-\operatorname{ctg} 2x)}$, **г)** $y=(1-\ln x)^{\sqrt{x}}$,

д) $\cos(xy)=y^3+\arcsin x$, **е)** $x=1-\cos t,\quad y=t-\sin^2 t$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=x^4/2+x^3-x^2+2$ на отрезке [–3;1].

4. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график:

$$y=e^{-x^2+8x-14}.$$

5. Найти все частные производные 1-го порядка:

а) $z=\operatorname{ctg}(xy)-\dfrac{1}{\sqrt{x}}+e^{-2y^2}$, **б)** $z=\dfrac{x^4}{\cos 3y}$, **в)** $z=(1-3^y)^{\ln x}$.

6. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int\dfrac{\operatorname{ctg}(2+5\operatorname{tg} x)}{\cos^2 x}dx$, **б)** $\int x^4\sqrt{5+8x^5}\,dx$,

в) $\int(2x-1)\cos 3x\,dx$ **г)** $\int\ln(3x+8)dx$,

д) $\int\dfrac{x^2+2}{(x+1)^2(x+2)}dx$, **е)** $\int\sin^2 4x dx$.

7. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^4\dfrac{3x^2-9x}{\sqrt{x^3}}dx$, **б)** $\int\limits_1^{10}\dfrac{\sqrt{6}\,dx}{2x\sqrt{6+3x}}$, **в)** $\int\limits_0^{\pi}x\cos\dfrac{x}{4}dx$.

Вариант 5

1. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2+6x+9}{7x^2+6x+1}$, **б)** $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{81x^2+4x+9}-9x)$ **в)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-5x-2}{2x^2+x-10}$,

г) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2+5x+4}{\sqrt{7-2x}-3}$, **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x\cdot \operatorname{tg}(x/3)}{\operatorname{tg}^2(x/4)}$, **е)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-4}{3x+1}\right)^{5x-2}$.

2. Найти производные *dy*/*dx* данных функций:

а) $y=\dfrac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{1-x^2}}$, **б)** $y=\sin^2 x(2+3\cos^2 x)$,

в) $y=\ln\left(\dfrac{1}{x}+\operatorname{tg} e^{\sin x}\right)$, **г)** $y=(1+\sin x)^{\ln x}$,

д) $1+x^3+y^3=e^{x^2+y^2}$, **е)** $x=2^{-t},\quad y=2^{3t}$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=\dfrac{x}{3}+\dfrac{3}{x}$ на отрезке [–6;–1].

4. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график:

$$y=xe^{-x^2/2}.$$

5. Найти все частные производные 1-го порядка:

а) $z=x^7-\cos(2xy)+\sqrt{y^3}$, **б)** $z=\dfrac{e^{1/x}}{y^2}$, **в)** $z=(\cos x)^{\operatorname{ctg} y}$.

6. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int\dfrac{\sin 5x}{9+\cos^2 5x}dx$, **б)** $\int x^8\sqrt{3+5x^9}\,dx$,

в) $\int(7x+6)e^{x/2}dx$, **г)** $\int\dfrac{\ln x}{x^2}dx$,

д) $\int\dfrac{52\,dx}{(x^2+1)(x+5)}$ **е)** $\int\sin^3 x\cos^3 x\,dx$.

7. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^8 64\,\dfrac{3x-5\sqrt[3]{x^2}}{x^3}dx$, **б)** $\int\limits_0^3\dfrac{27\,x\,dx}{\sqrt{25-3x}}$, **в)** $\int\limits_{\pi/2}^{\pi}4x\sin 2x\,dx$.

Вариант 6

1. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2-5x+18}{8x^2+5x+6}$, **б)** $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{49x^2+3x+4}-7x)$, **в)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-4x-4}{2x^2-5x+2}$,

г) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-x-6}{\sqrt{2x+3}-3}$, **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3\cdot\sin(x/4)}{\operatorname{tg}^2(3x^2)}$, **е)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{7x+3}{7x-5}\right)^{4x+5}$.

2. Найти производные dy/dx данных функций:

а) $y=\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}+\dfrac{5}{\sqrt[3]{x^5}}$, **б)** $y=\dfrac{1}{2}\operatorname{tg}^2 x+\ln\cos x$,

в) $y=\operatorname{ctg}\sqrt{x+\ln\cos x}$, **г)** $y=(1+\sqrt{x})^{\operatorname{tg} x}$,

д) $e^{x/y}=x^5-y^5$, **е)** $x=\operatorname{arctg} t,\quad y=t^2$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=x^3-3x^2-9x+1$ на отрезке [–1;2].

4. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график:

$$y=(1+x)e^{x+2}.$$

5. Найти все частные производные 1-го порядка:

а) $z=e^{xy}+\operatorname{tg} x^3+\sqrt[4]{y}$, **б)** $z=\dfrac{\ln(1+y^2)}{\sqrt{x}}$, **в)** $z=(\sin y)^{x^2}$.

6. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int \sin 2x e^{2-3\cos 2x}dx$, **б)** $\int x^7\sqrt{2x^8-9}\,dx$,

в) $\int(4x-3)\sin\dfrac{x}{2}dx$, **г)** $\int(4x^3+1)\ln x dx$,

д) $\int\dfrac{49x^2}{(x+2)^2(x-1)}dx$, **е)** $\int\dfrac{dx}{\cos^6 x}$.

7. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^8\dfrac{60x-50}{\sqrt[3]{x}}dx$, **б)** $\int\limits_1^4\dfrac{\sqrt{7}\,dx}{x\sqrt{28-3x}}$, **в)** $\int\limits_{\pi/4}^{\pi}72x\cos 6x\,dx$.

Вариант 7

1. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{x^2 + x - 6}{\sqrt{x + 4} - 1}$,

б) $\lim\limits_{x \to \infty} (\sqrt{64\,x^2 + 7x + 4} - 8x)$,

в) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{2x^2 - 7x + 6}{x^2 - 5x + 6}$,

г) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{(3x^2 + 5x + 2)(2x + 1)}{4 + 8x^2 - 5x^3}$,

д) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 3x \cdot \operatorname{tg}^2 (x/2)}{x \cdot \sin^2 (2x)}$,

е) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{4x + 9}{4x + 1} \right)^{9x - 5}$.

2. Найти производные *dy*/*dx* данных функций:

а) $y = \dfrac{\sqrt[3]{1 + x^2}}{1 - x^2}$,

б) $y = \sin(x^2) \operatorname{arctg} \sqrt{x}$,

в) $y = 10^{x^2 + \ln \operatorname{ctg} \sqrt{x}}$,

г) $y = (\operatorname{tg} x)^{1/x}$,

д) $x^2 \ln y = \cos(x^3 + y^3)$,

е) $x = \log_2 t, \quad y = t^3$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = \dfrac{x^2 + 4}{x}$ на отрезке [1;4].

4. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график:

$$y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}.$$

5. Найти все частные производные 1-го порядка:

а) $z = \dfrac{6}{x^3} - \operatorname{ctg} \dfrac{y}{x} + \dfrac{1}{\sqrt{y^5}}$,

б) $z = \dfrac{\sin \sqrt{y}}{1 + x}$,

в) $z = (\cos 2x)^{1/y}$

6. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int \dfrac{e^{3 - 8 \operatorname{ctg} x}}{\sin^2 x} dx$,

б) $\int x^4 \sqrt{2x^5 - 7}\, dx$,

в) $\int (4 - 6x) e^{-x/3} dx$,

г) $\int (2x + 5x^4) \ln x\, dx$,

д) $\int \dfrac{25x + 50}{(x + 3)^2 (x - 2)} dx$

е) $\int \dfrac{\sin^3 x}{\cos^7 x} dx$.

7. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^{16} \dfrac{3 - 2\sqrt[4]{x^3}}{2x} dx$,

б) $\int\limits_0^6 \dfrac{3x\, dx}{\sqrt{4 + 2x}}$,

в) $\int\limits_{-\pi}^{-\pi/2} \sqrt{2}\, x \sin \dfrac{x}{2} dx$.

Вариант 8

1. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2+x-6}{\sqrt{13-x}-4}$,

б) $\lim\limits_{x\to \infty}(\sqrt{x^2+3x+1}-\sqrt{x^2+2x})$,

в) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-7x+2}{x^2-5x+6}$,

г) $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{(3x^2-2x+3)(2x+1)}{2x^3+7x^2+6x+4}$,

д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x\cdot \operatorname{tg}^2(x/5)}{\arcsin^3(2x)}$,

е) $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\dfrac{6x-2}{6x+5}\right)^{4x+3}$.

2. Найти производные dy/dx данных функций:

а) $y=\dfrac{3\sqrt[3]{x^3+5x^4-5}}{x}$,

б) $y=(1+\sin 2x)\arccos x$,

в) $y=\sqrt{1+\ln(1+\operatorname{tg} 3x)}$,

г) $y=(1+\ln x)^{x^2}$,

д) $xe^{3y}-ye^{-4x}=x^2+y^2$,

е) $x=1/t,\quad y=e^t$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=x-2\sqrt{x}$ на отрезке [0;4].

4. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график:

$$y=\frac{(x-1)^2}{x^2}.$$

5. Найти все частные производные 1-го порядка:

а) $z=\operatorname{tg}(4xy)-\dfrac{1}{\sqrt{x^3}}+e^{\frac{-y^2}{4}}$,

б) $z=\dfrac{1+x^3}{\cos 6y}$,

в) $z=(\ln x)^{\sin y}$.

6. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int\dfrac{e^{3-8\operatorname{ctg} x}}{\sin^2 x}dx$,

б) $\int x^4\sqrt{2x^5-7}\,dx$,

в) $\int(4-6x)e^{-x/3}dx$,

г) $\int(2x+5x^4)\ln x\,dx$,

д) $\int\dfrac{25x+50}{(x+3)^2(x-2)}dx$,

е) $\int\dfrac{\sin^3 x}{\cos^7 x}dx$.

7. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^{16}\dfrac{3-2\sqrt[4]{x^3}}{2x}dx$,

б) $\int\limits_0^6\dfrac{3x\,dx}{\sqrt{4+2x}}$,

в) $\int\limits_{-\pi}^{-\pi/2}\sqrt{2}x\sin\dfrac{x}{2}dx$.

Вариант 9

1. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^2+2x+12}{4x^2+2x+6}$, **б)** $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{9x^2+4x+25}-3x)$, **в)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{4x^2-5x-21}{2x^2-x-15}$,

г) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-4x+3}{\sqrt{5x+1}-4}$, **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}^2(3x)\sin(x/2)}{x^2\cdot\sin(2x)}$, **е)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{8x+3}{8x+2}\right)^{5x-2}$.

2. Найти производные *dy*/*dx* данных функций:

а) $y=\dfrac{5\sqrt[5]{x^2-x+3}}{x}$, **б)** $y=2^x e^{-3x}$,

в) $y=\log_7\left(2^x-\operatorname{ctg}\sqrt{1+x}\right)$, **г)** $y=(\ln x)^{\cos x}$,

д) $\arcsin y=\ln(1+xy)-x$, **е)** $x=\cos(t/2),\quad y=t-\sin t$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=\dfrac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ на отрезке [–1;1].

4. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график:

$$y=x^2-\frac{2}{x}.$$

5. Найти все частные производные 1-го порядка:

а) $z=xy^2-\operatorname{tg}\dfrac{x}{3}+\sqrt{y^7}$, **б)** $z=\dfrac{\sin(4x)}{y^2-4}$, **в)** $z=(\operatorname{ctg}x)^{\sqrt{y}}$.

6. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int\dfrac{\operatorname{ctg}(3\ln x-7)}{x}dx$ **б)** $\int x^4\sqrt{7x^5-6}\,dx$,

в) $\int(4x+5)e^{x/2}dx$, **г)** $\int\dfrac{\ln x}{x^3}dx$,

д) $\int\dfrac{x\,dx}{(x-3)^2(x-2)}$ **е)** $\int\operatorname{ctg}^3 x\,dx$.

7. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^{16}\dfrac{6-3\sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}}dx$, **б)** $\int\limits_0^4\dfrac{147x\,dx}{\sqrt{36+7x}}$, **в)** $\int\limits_{-\pi/2}^{\pi}8x\sin 4x\,dx$.

Вариант 10

1. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2+9x+2}{4x^2+3x+1}$, **б)** $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{4x^2+9x+4}-2x)$, **в)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-5x-2}{2x^2+x-10}$,

г) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2+5x+4}{\sqrt{7x-2}-3}$, **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x\cdot \operatorname{tg}(x/3)}{\operatorname{tg}^2(x/4)}$, **е)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5x-1}{5x+3}\right)^{8x+1}$.

2. Найти производные dy/dx данных функций:

а) $y=\dfrac{\sqrt[3]{x^3+1}}{\sqrt{x^2+1}}$, **б)** $y=\operatorname{arctg}\sqrt{x}\cos 4x$,

в) $y=\log_3\log_5\operatorname{ctg}\left(x+\sqrt{\sin x}\right)$, **г)** $y=(1+\sqrt{x})^{\cos x}$

д) $\sin(x/y)=x^2-y^3$, **е)** $x=1/\sin^2 t,\quad y=\operatorname{tg} t$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=(x^2-2x)^2$ на отрезке [0;3].

4. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график:

$$y=x(\ln x+1).$$

5. Найти все частные производные 1-го порядка:

а) $z=\sin(xy)+\dfrac{1}{x^5}+\lg y$, **б)** $z=\dfrac{\operatorname{ctg}(x^5)}{\sqrt[3]{y^2}}$, **в)** $z=(1+\ln x)^{1/y}$.

6. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int\dfrac{\operatorname{tg}(3\ln x-5)}{x}dx$, **б)** $\int x^6\sqrt{2x^7-3}\,dx$,

в) $\int(2+7x)\sin 4x\,dx$, **г)** $\int(4-9x)\ln x\,dx$

д) $\int\dfrac{25(x-3)}{(x-4)^2(x+1)}dx$, **е)** $\int\dfrac{dx}{\cos^4 2x}$.

7. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^8\dfrac{10-15x}{\sqrt[3]{x}}dx$, **б)** $\int\limits_1^6\dfrac{\sqrt{3}\,dx}{x\sqrt{12+4x}}$, **в)** $\int\limits_{\pi/2}^{\pi}18x\cos 3x\,dx$.

Вариант 11

1. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2-6x+2}{10x^2-3x+4}$, **б)** $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{100x^2+8x+1}-10x)$, **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{5x^2+3x-2}{3x^2+5x+2}$,

г) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{x^2-2x-8}{\sqrt{4x-7}-3}$, **д)** $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\operatorname{tg}^2(x/3)}{1-\cos^2(5x)}$, **е)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5x-7}{5x+2}\right)^{2x-9}$.

2. Найти производные dy/dx данных функций:

а) $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{\sqrt[4]{x^3}}$, **б)** $y=\arcsin\sqrt{x}\cos(1/x)$,

в) $y=\lg\left(\operatorname{ctg}5^{8x^2}\right)$, **г)** $y=(3-\ln x)^{\sin 2x}$,

д) $e^{x^2+y^3}=\dfrac{x}{y}+\sin(xy)$, **е)** $x=7^{2t}$, $y=7^{-3t}$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=(x-1)^2(x+2)$ на отрезке [–3;2].

4. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график:

$$y=x^2\ln x.$$

5. Найти все частные производные 1-го порядка:

а) $z=\dfrac{y^5}{10}+\operatorname{ctg}(xy)+\dfrac{1}{\sqrt{x}}$, **б)** $z=\dfrac{\sin(x^4)}{y^3}$, **в)** $z=(\cos y)^{\ln x}$.

6. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int\dfrac{e^{3-5\ln x}}{5x}dx$ **б)** $\int x^7\sqrt{8+3x^8}\,dx$

в) $\int(5-3x)e^{-x/3}dx$ **г)** $\int(4x^3+7)\ln x\,dx$

д) $\int\dfrac{27(1-x)}{(x+2)^2(x-7)}dx$, **е)** $\int\dfrac{\cos^3 x}{\sin^4 x}dx$.

7. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^9 81\,\dfrac{2\sqrt{x^3}-\sqrt{x}}{x^3}dx$, **б)** $\int\limits_0^5\dfrac{27x\,dx}{\sqrt{49+3x}}$, **в)** $\int\limits_{-\pi}^{\pi}\sqrt{2}\,x\sin\dfrac{x}{4}dx$.

Вариант 12

1. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+9x+7}{7x^2+3x+7}$, **б)** $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{25x^2+6x+6}-5x)$, **в)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{4x^2-5x-6}{3x^2-7x+2}$,

г) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-8x+15}{\sqrt{4x+5}-5}$, **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}^3(x/3)}{\sin(2x^2)\arcsin(x/5)}$, **е)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{7x-3}{7x+4}\right)^{4x+9}$.

2. Найти производные dy/dx данных функций:

а) $y=\dfrac{\sqrt[3]{x^5}}{\sqrt{x^2+1}}$, **б)** $y=(x-\sin 3x)\cos 4x$,

в) $y=8^{\sqrt{2x-\ln(x^2+\ln x)}}$, **г)** $y=(\operatorname{tg} x)^{\operatorname{arctg} x}$,

д) $x\sin 5y+y\cos 5x=x^2-y^2$, **е)** $x=t^3+8t,\quad y=t^5+2t$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=x^4-2x^2+5$ на отрезке [–1;2].

4. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график:

$$y=\ln(x+4)-x.$$

5. Найти все частные производные 1-го порядка:

а) $z=\dfrac{x^3}{6}-\operatorname{ctg}(xy)+\dfrac{1}{\sqrt{y}}$, **б)** $z=\dfrac{\sin(y^3)}{x^4}$, **в)** $z=(\cos x)^{\ln y}$.

6. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int \sin 3x\operatorname{tg}(4+\cos 3x)\,dx$, **б)** $\int x^3\sqrt{6-7x^4}\,dx$,

в) $\int(2+3x)\cos\dfrac{x}{3}dx$, **г)** $\int\ln(3-5x)dx$,

д) $\int\dfrac{27(x^2-3)}{(x+3)^2(x-6)}dx$, **е)** $\int\sin^4 x\,dx$.

7. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^{27}\dfrac{20\sqrt[3]{x^2}-10x}{\sqrt[3]{x}}dx$, **б)** $\int\limits_1^{7}\dfrac{\sqrt{21}\,dx}{2x\sqrt{21+4x}}$, **в)** $\int\limits_0^{\pi}\dfrac{2}{3}x\cos\dfrac{x}{3}dx$.

Вариант 13

1. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{6x^2-5x-1}{3x^2-5x+2}$, **б)** $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+2x}-\sqrt{x^2-3x})$, **в)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{3-\sqrt{7-x}}{x^2+6x+8}$,

г) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+4x+3)(5x+4)}{3x^3+4x^2+2x+1}$, **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(x^2/4)}{\operatorname{arctg}\,7x\cdot\operatorname{tg}5x}$, **е)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{6x+7}{6x+4}\right)^{5x-3}$.

2. Найти производные *dy*/*dx* данных функций:

а) $y=\dfrac{\sqrt[4]{x^3}}{\sqrt{x^2+4}}$, **б)** $y=\sin 3x\operatorname{arctg}\dfrac{1}{x}$,

в) $y=\log_2\operatorname{tg}\log_3(x-\cos x)$, **г)** $y=(2-\sqrt{x})^{\cos x}$,

д) $xe^{3y}+ye^{-4x}=\ln(x^2+y^2)$, **е)** $x=3\cos^2 t,\quad y=2\sin^3 t$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=x^3-12x+7$ на отрезке [0;3].

4. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график:

$$y=\frac{x^4}{x^3-1}.$$

5. Найти все частные производные 1-го порядка:

а) $z=y^9-\cos(4xy)+\sqrt{x^3}$, **б)** $z=\dfrac{e^{-1/y}}{x^2}$, **в)** $z=(\cos y)^{\operatorname{tg}x}$.

6. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int\dfrac{\cos 4x}{\sqrt{9-\sin^2 4x}}dx$, **б)** $\int x^9\sqrt{4-5x^{10}}\,dx$,

в) $\int(7x-3)e^{-x/2}dx$ **г)** $\int\dfrac{\ln x}{x^4}dx$,

д) $\int\dfrac{26x^2dx}{(x^2+9)(x-2)}$, **е)** $\int\sin^3 x\sqrt{\cos x}\,dx$.

7. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^{16}35\dfrac{3\sqrt{x}-x}{\sqrt[4]{x}}dx$, **б)** $\int\limits_0^7\dfrac{3x\,dx}{\sqrt{4x-3}}$, **в)** $\int\limits_{\pi/2}^{\pi}9x\sin 3x\,dx$.

Вариант 14

1. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^2 + 7x + 10}{4 - \sqrt{6 - 5x}}$,

б) $\lim\limits_{x \to \infty} (\sqrt{36x^2 - 9x + 7} - 6x)$,

в) $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{2x^2 - 9x - 5}{3x^2 - 13x - 10}$,

г) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{(4x + 5)(2x^2 + 4x + 3)}{3x^3 + 8x + 2}$,

д) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 3x \operatorname{tg}(x/2)}{1 - \cos 3x}$,

е) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{4x - 3}{4x + 5}\right)^{7x+3}$.

2. Найти производные dy/dx данных функций:

а) $y = \dfrac{3\sqrt[3]{x^5 + 5x^4 - 5}}{x}$,

б) $y = \dfrac{1}{3}\operatorname{tg}^3 x \arcsin 4x$,

в) $y = \sqrt{2 + \ln(1 - \operatorname{ctg} 2x)}$,

г) $y = (1 - \ln x)^{\sqrt{x}}$,

д) $\cos(x^3 + y^4) = x^2 / y$,

е) $x = t + \ln\cos t, \quad y = t + \ln\sin t$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^5 - \dfrac{5}{3}x^3 + 2$ на отрезке [0;2].

4. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график:

$$y = \frac{(x + 1)^2}{x - 2}.$$

5. Найти все частные производные 1-го порядка:

а) $z = e^{xy} + \operatorname{tg} x^4 + \sqrt[5]{y}$,

б) $z = \dfrac{\ln(1 + x^3)}{\sqrt{y}}$,

в) $z = (\sin x)^{y^2}$.

6. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int \cos 7x\, e^{5 + 3\sin 7x} dx$,

б) $\int x^5 \sqrt{6x^7 + 4}\, dx$,

в) $\int (9x + 4)\cos\dfrac{x}{3} dx$,

г) $\int (5x^4 + 3x^2)\ln x dx$,

д) $\int \dfrac{16(x + 4)}{(x + 7)^2 (x - 5)} dx$,

е) $\int \dfrac{dx}{\sin^6 x}$.

7. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^{64} \dfrac{10x - 250}{\sqrt[3]{x}} dx$,

б) $\int\limits_1^7 \dfrac{3\sqrt{3}\, dx}{x\sqrt{4x - 3}}$,

в) $\int\limits_0^{\pi/4} \dfrac{72}{\sqrt{2}} x \sin 3x\, dx$.

Вариант 15

1. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^2+4x+3}{5x^2+4x+1}$, **б)** $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{81x^2+3x+4}-9x)$, **в)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-x-6}{5x^2-11x+2}$,

г) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-4x-5}{\sqrt{2x-1}-3}$, **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 4x\cdot\operatorname{arctg}(x/7)}{\operatorname{tg}^2(x/3)}$, **е)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-3}{2x+1}\right)^{6x-7}$.

2. Найти производные *dy*/*dx* данных функций:

а) $y=\dfrac{\sqrt[4]{x^4+x^2+16}}{x^3-1}$, **б)** $y=(x+\arcsin 2x)3^x$,

в) $y=\ln\left(\dfrac{1}{x}+\operatorname{tg} e^{\sin x}\right)$, **г)** $y=(1+\sin x)^{\ln x}$,

д) $x^2y+\sqrt{y^3}=e^{x^2+y^2}$, **е)** $x=\arcsin t,\quad y=\ln t$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}x+\cos x$ на отрезке [0; □/2].

4. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график:

$$y=\frac{x}{(x+1)^2}.$$

5. Найти все частные производные 1-го порядка:

а) $z=\dfrac{2}{x^4}-\operatorname{ctg}\dfrac{x}{y}+\dfrac{1}{\sqrt{y^7}}$, **б)** $z=\dfrac{\sin\sqrt{x}}{1+y}$, **в)** $z=(\cos 2y)^{1/x}$.

6. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int\dfrac{e^{3-8\operatorname{ctg}x}}{\sin^2 x}dx$, **б)** $\int x^4\sqrt{2x^5-7}\,dx$,

в) $\int(4-6x)e^{-x/3}dx$, **г)** $\int(2x+5x^4)\ln x\,dx$,

д) $\int\dfrac{25x+50}{(x+3)^2(x-2)}dx$, **е)** $\int\dfrac{\sin^3 x}{\cos^7 x}dx$.

7. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^{81}81\dfrac{2\sqrt[4]{x^3}-50}{x^2}dx$, **б)** $\int\limits_0^9\dfrac{2x\,dx}{\sqrt{9+3x}}$, **в)** $\int\limits_{-\pi}^{-\pi/2}18x\cos 3x\,dx$.

Вариант 16

1. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2+5x+12}{9x^2+5x+6}$, **б)** $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{49x^2+5x+4}-7x)$, **в)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{3x^2-x-4}{2x^2-3x-5}$,

г) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+4x-12}{\sqrt{7x-5}-3}$, **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x\,\mathrm{tg}(x^2/3)}{\sin^2(5x^2)}$, **е)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{6x+5}{6x-7}\right)^{2x+9}$.

2. Найти производные dy/dx данных функций:

а) $y=\dfrac{5\sqrt[5]{x^2}}{x^4+1}$, **б)** $y=2^x e^{1/x}$,

в) $y=\mathrm{ctg}\,\sqrt{x+\ln\cos x}$, **г)** $y=(1+\sqrt{x})^{\mathrm{tg}\,x}$,

д) $x\sin 7y+y\cos 7x=\mathrm{arctg}(x+y)$, **е)** $x=\dfrac{1}{t},\quad y=e^{t^2}$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=3x^4-16x^3+2$ на отрезке $[-3;-1]$.

4. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график:

$$y=10\,x\,e^{2x}.$$

5. Найти все частные производные 1-го порядка:

а) $z=\mathrm{tg}(xy)-\dfrac{1}{\sqrt{y^3}}+e^{\frac{-x^2}{2}}$, **б)** $z=\dfrac{1-x^4}{\cos 4y}$, **в)** $z=(\ln y)^{\sin x}$.

6. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int\dfrac{e^{5\,\mathrm{tg}\,x-2}}{\cos^2 x}dx$, **б)** $\int x^3\sqrt{5-7x^4}\,dx$,

в) $\int(2-8x)\cos 4x\,dx$, **г)** $\int\ln(3-7x)\,dx$,

д) $\int\dfrac{8(x^2+5)}{(x+1)^2(x-3)}dx$, **е)** $\int\cos^2 5x\,dx$.

7. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^9\dfrac{5x^2-5}{\sqrt{x^3}}dx$, **б)** $\int\limits_1^{14}\dfrac{\sqrt{11}\,dx}{2x\sqrt{11+5x}}$, **в)** $\int\limits_0^{\pi/3}150x\sin 5x\,dx$.

Вариант 17

1. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2+x-12}{\sqrt{3x+4}-4}$, **б)** $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{64x^2+9x+14}-8x)$, **в)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{2x^2+5x-3}{4x^2+13x+3}$,

г) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(4x^2+6x+3)(2x+1)}{3+7x^2+5x^3}$, **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} 3x\sin^3(x/2)}{\arcsin^2(5x^2)}$, **е)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{8x+5}{8x+3}\right)^{3x-5}$.

2. Найти производные *dy*/*dx* данных функций:

а) $y=\dfrac{6\sqrt[6]{x^3+x+1}}{x}$, **б)** $y=\arcsin\sqrt{x}\cos\dfrac{x}{3}$,

в) $y=10^{x^2+\ln\operatorname{ctg}\sqrt{x}}$, **г)** $y=(\operatorname{tg} x)^{1/x}$,

д) $x^2y+2\sqrt{x^3}=2^{x^2+y^2}$, **е)** $x=\sin(t^2),\quad y=\cos(t^2)$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=x^3-3x+1$ на отрезке [1/2; 2].

4. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график:

$$y=(3x+5)e^{-3x-2}.$$

5. Найти все частные производные 1-го порядка:

а) $z=2xy-\operatorname{tg} x+\sqrt{y}$, **б)** $z=\dfrac{\cos(2x)}{1+y^2}$, **в)** $z=(1+\operatorname{ctg} y)^{\sqrt{x}}$.

6. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int\dfrac{\cos(3+4\ln x)}{4x}dx$, **б)** $\int x^3\sqrt{9+3x^4}\,dx$,

в) $\int(4-5x)e^{8x}dx$, **г)** $\int\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}dx$,

д) $\int\dfrac{7\,dx}{(x-2)^2(x+5)}$, **е)** $\int\operatorname{ctg}^2 x\,dx$.

7. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^8\dfrac{48\sqrt[3]{x}-80}{x^2}dx$, **б)** $\int\limits_0^4\dfrac{75x\,dx}{\sqrt{36-5x}}$, **в)** $\int\limits_{-\pi/2}^{\pi}50x\cos 5x\,dx$.

Вариант 18

1. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{\sqrt{13-2x}-3}$,

б) $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+5x+1}-\sqrt{x^2-2x})$,

в) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3x^2-11x+6}{2x^2-5x-3}$,

г) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(4x^2+3x+3)(4x+1)}{5x^3+9x^2+4x+1}$,

д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x\,\mathrm{tg}^2(x/4)}{\mathrm{arctg}^3(3x)}$,

е) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{6x-5}{6x+4}\right)^{5x+3}$.

2. Найти производные dy/dx данных функций:

а) $y=\dfrac{6\sqrt[3]{x^3+8}}{x^2+1}$,

б) $y=\left(\dfrac{1}{\sin x}+1\right)\mathrm{arctg}\sqrt{x}$,

в) $y=\sqrt{1+\ln(1+\mathrm{tg}\,3x)}$,

г) $y=(1+\ln x)^{x^2}$,

д) $xe^{y^2}+ye^{x^2}=\cos(x^2+y^2)$,

е) $x=\mathrm{ctg}\,t,\quad y=\cos^2 t$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=x^3-3x+1$ на отрезке $[1/2;\,2]$.

4. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график:

$$y=x^2e^{-x}.$$

5. Найти все частные производные 1-го порядка:

а) $z=\sin(xy)-\dfrac{1}{x^3}+\ln y$,

б) $z=\dfrac{\mathrm{ctg}(x^4)}{\sqrt[3]{y}}$,

в) $z=(1+2^x)^{\sqrt{y}}$.

6. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int\dfrac{\sin(2+3\ln x)}{x}dx$,

б) $\int x^2\sqrt{2+3x^3}\,dx$

в) $\int(2x+1)\sin 2x\,dx$

г) $\int(4x+1)\ln x\,dx$,

д) $\int\dfrac{x+2}{x^2(x+1)}dx$,

е) $\int\dfrac{dx}{\sin^4 x}$.

7. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^{16}\dfrac{9\sqrt{x^3}-90}{4\sqrt[4]{x}}dx$,

б) $\int\limits_1^{5}\dfrac{\sqrt{5}\,dx}{2x\sqrt{5+4x}}$,

в) $\int\limits_{\pi/2}^{\pi}162x\cos 9x\,dx$.

Вариант 19

1. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2+6x+12}{4x^2+3x+4}$, **б)** $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{9x^2+7x+36}-3x)$, **в)** $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{4x^2-19x+12}{2x^2-7x-4}$,

г) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2+2x-3}{\sqrt{1-5x}-4}$, **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}^2(x/3)\sin 5x}{\arcsin(x^3/4)}$, **е)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{7x+5}{7x+4}\right)^{3x-2}$.

2. Найти производные dy/dx данных функций:

а) $y=\dfrac{\sqrt[4]{x^8+x^4+1}}{\sqrt{x}}$, **б)** $y=\sin\dfrac{1}{x}\cdot\operatorname{arctg}\,2x$,

в) $y=\log_7\left(2^x-\operatorname{ctg}\sqrt{1+x}\right)$, **г)** $y=(\ln x)^{\cos x}$,

д) $3^{xy}=4x^2+\log_2 y$, **е)** $x=\cos(2t),\quad y=t\sin(2t)$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=x^4+4x$ на отрезке $[-2;2]$.

4. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график:

$$y=\frac{2x+1}{x^2}.$$

5. Найти все частные производные 1-го порядка:

а) $z=\dfrac{x^3}{6}-\operatorname{ctg}(xy)+\dfrac{1}{\sqrt{y}}$, **б)** $z=\dfrac{\sin(y^3)}{x^4}$, **в)** $z=(\cos x)^{\ln y}$.

6. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int\dfrac{e^{3\operatorname{tg}x+5}}{\cos^2 x}dx$, **б)** $\int x^5\sqrt{2+7x^6}\,dx$,

в) $\int(4x+5)e^{-3x}dx$, **г)** $\int(3x^2-2x)\ln x\,dx$,

д) $\int\dfrac{1-x}{(x+1)^2x}dx$, **е)** $\int\dfrac{\sin^3 x}{\cos^4 x}dx$.

7. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^{27}\dfrac{2\sqrt[3]{x^2}-8\sqrt[3]{x}}{x}dx$, **б)** $\int\limits_0^4\dfrac{24x\,dx}{\sqrt{81-8x}}$, **в)** $\int\limits_0^{\pi}x\cos\dfrac{x}{6}dx$.

Вариант 20

1. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2+9x+8}{3x^2+3x+4}$, **б)** $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{4x^2+5x+64}-2x)$, **в)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{5x^2-11x+2}{2x^2-3x-2}$,

г) $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^2+2x-8}{\sqrt{16-3x}-2}$, **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 2x\,\mathrm{tg}(x/3)}{\sin^2(x/4)}$, **е)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5x-2}{5x+4}\right)^{7x+1}$.

2. Найти производные dy/dx данных функций:

а) $y=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{1+\sqrt[3]{x^3+1}}$, **б)** $y=e^{1/x}\arcsin(3x^2)$,

в) $y=\log_3\log_5\mathrm{ctg}\left(x+\sqrt{\sin x}\right)$, **г)** $y=(1+\sqrt{x})^{\cos x}$,

д) $\sin(1+xy)=x+\log_3(x+y)$, **е)** $x=1-\sin t,\quad y=t-\cos t$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=81x-x^4$ на отрезке $[-1;4]$.

4. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график:

$$y=\frac{x^3+16}{x}.$$

5. Найти все частные производные 1-го порядка:

а) $z=\mathrm{ctg}(xy)-\dfrac{1}{\sqrt{x}}+e^{-2y^2}$, **б)** $z=\dfrac{x^4}{\cos 3y}$, **в)** $z=(1-3^y)^{\ln x}$.

6. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int\dfrac{\mathrm{ctg}(2+5\,\mathrm{tg}\,x)}{\cos^2 x}dx$, **б)** $\int x^4\sqrt{5+8x^5}\,dx$,

в) $\int(2x-1)\cos 3x\,dx$, **г)** $\int\ln(3x+8)\,dx$,

д) $\int\dfrac{x^2+2}{(x+1)^2(x+2)}dx$, **е)** $\int\sin^2 4x\,dx$.

7. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^4\dfrac{18x^2-3x^3}{\sqrt{x^5}}dx$, **б)** $\int\limits_1^3\dfrac{dx}{2x\sqrt{1+8x}}$, **в)** $\int\limits_0^{\pi/2}\sqrt{2}x\cos\dfrac{x}{2}\,dx$.

Вариант 21

1. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2+3x+2}{3x^2+8x+6}$, **б)** $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{25x^2+6x+121}-5x)$, **в)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{3x^2+8x-3}{2x^2+9x+9}$,

г) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2+2x-15}{\sqrt{2x+19}-5}$, **д)** $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos 4x\,\mathrm{tg}^2(x/4)}{\sin(5x^2)}$, **е)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-3}{2x+5}\right)^{3x-7}$.

2. Найти производные dy/dx данных функций:

а) $y=\dfrac{6\sqrt{x^3}}{x+\sqrt[3]{x}}$, **б)** $y=\log_6 x\cdot\mathrm{arctg}\,\dfrac{1}{x}$,

в) $y=\log_5\left(3^{-x}-\mathrm{tg}\sqrt{1-x^2}\right)$, **г)** $y=(2+\ln x)^{\sin x}$,

д) $\cos(1+xy)=e^{x^3+y^3}$, **е)** $x=3^{-4t}$, $y=9^t$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}x-\sin x$ на отрезке [0; □/2].

4. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график:

$$y=\frac{2-x^3}{2x}.$$

5. Найти все частные производные 1-го порядка:

а) $z=x^7-\cos(2xy)+\sqrt{y^3}$, **б)** $z=\dfrac{e^{1/x}}{y^2}$, **в)** $z=(\cos x)^{\mathrm{ctg}\,y}$.

6. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int\dfrac{\sin 5x}{9+\cos^2 5x}dx$, **б)** $\int x^8\sqrt{3+5x^9}\,dx$,

в) $\int(7x+6)e^{x/2}dx$, **г)** $\int\dfrac{\ln x}{x^2}dx$,

д) $\int\dfrac{52\,dx}{(x^2+1)(x+5)}$, **е)** $\int\sin^3 x\cos^3 x\,dx$.

7. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^8 16\dfrac{\sqrt[3]{x^2}-5\sqrt[3]{x}}{x^2}dx$, **б)** $\int\limits_0^3\dfrac{6x\,dx}{\sqrt{1+8x}}$, **в)** $\int\limits_0^{3\pi/2}\sqrt{2}\,x\sin\dfrac{x}{2}dx$.

Вариант 22

1. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2+5x+2}{3x^2+5x+6}$, **б)** $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{25x^2+8x+16}-5x)$, **в)** $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-5x+2}{6x^2-7x+1}$,

г) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2-3x-10}{\sqrt{5-2x}-3}$, **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{arctg}\ 4x\cdot\operatorname{tg}^2(x/5)}{\sin^3(3x)}$, **е)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-3}{2x+7}\right)^{3x-4}$.

2. Найти производные dy/dx данных функций:

а) $y=\dfrac{4\sqrt{x^5}}{(1+\sqrt[3]{x})^3}$, **б)** $y=\lg(1+x)\cdot\arcsin\dfrac{1}{x}$,

в) $y=9^{\sqrt{x+\ln(x+\ln x)}}$, **г)** $y=(\operatorname{ctg}\ x)^{3x-1}$,

д) $x\sin 3y-y\cos 3x=\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}$, **е)** $x=\arcsin t,\quad y=t^2$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 3–2x^2$ на отрезке $[–1;3]$.

4. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график:

$$y=x\cdot(\ln x+1).$$

5. Найти все частные производные 1-го порядка:

а) $z=e^{xy}+\operatorname{tg} x^3+\sqrt[4]{y}$, **б)** $z=\dfrac{\ln(1+y^2)}{\sqrt{x}}$, **в)** $z=(\sin y)^{x^2}$.

6. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int \sin 2x e^{2-3\cos 2x}dx$, **б)** $\int x^7\sqrt{2x^8-9}dx$,

в) $\int(4x-3)\sin\dfrac{x}{2}dx$, **г)** $\int(4x^3+1)\ln x\,dx$,

д) $\int\dfrac{49x^2}{(x+2)^2(x-1)}dx$, **е)** $\int\dfrac{dx}{\cos^6 x}$.

7. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^8\dfrac{7\sqrt[3]{x^5}-35x}{2\sqrt[3]{x}}dx$, **б)** $\int\limits_1^9\dfrac{dx}{x\sqrt{4+5x}}$, **в)** $\int\limits_0^{\pi/4}36\sqrt{2}\,x\cos 3x\,dx$.

Вариант 23

1. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3-\sqrt{2x+7}}{x^2+6x-7}$,

б) $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+4x}-\sqrt{x^2-8x})$,

в) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3x^2-11x+6}{2x^2-7x+3}$,

г) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+5x+4)(3x+4)}{3x^3+4x^2+2x+1}$,

д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 7x}{\arcsin 4x\cdot\sin 3x}$,

е) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{9x-5}{9x+2}\right)^{2x+3}$.

2. Найти производные *dy*/*dx* данных функций:

а) $y=\dfrac{\sqrt[4]{x^4+4x^2+1}}{\sqrt{x^3}}$,

б) $y=\operatorname{tg}(1+3x)\arcsin 5x$,

в) $y=\log_2\operatorname{tg}\log_3(x-\cos x)$,

г) $y=(2-\sqrt{x})^{\cos x}$,

д) $xe^{4y}+ye^{4x}=\sin x+\cos y$,

е) $x=\log_3 t,\quad y=3^{-5t}$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=\dfrac{4-x^2}{4+x^2}$ на отрезке [–1;3].

4. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график:

$$y=\ln(x+4)-x.$$

5. Найти все частные производные 1-го порядка:

а) $z=\dfrac{6}{x^3}-\operatorname{ctg}\dfrac{y}{x}+\dfrac{1}{\sqrt{y^5}}$,

б) $z=\dfrac{\sin\sqrt{y}}{1+x}$,

в) $z=(\cos 2x)^{1/y}$.

6. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int\dfrac{e^{3-8\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx$,

б) $\int x^4\sqrt{2x^5-7}\,dx$,

в) $\int(4-6x)e^{-x/3}dx$,

г) $\int(2x+5x^4)\ln x\,dx$,

д) $\int\dfrac{25x+50}{(x+3)^2(x-2)}dx$,

е) $\int\dfrac{\sin^3 x}{\cos^7 x}dx$.

7. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^{16}\dfrac{63\sqrt[4]{x^3}-35x}{2\sqrt[4]{x}}dx$,

б) $\int\limits_1^{9}\dfrac{75x\,dx}{\sqrt{4+5x}}$,

в) $\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/4}x\cos 2x\,dx$.

Вариант 24

1. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-5x+4}{3-\sqrt{2x+1}}$, **б)** $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{36x^2+7x+49}-6x)$, **в)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{4x^2+x-3}{3x^2+5x+2}$,

г) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(3x+7)(5x^2+3x+1)}{4x^3+5x+6}$, **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2(4x)\,\mathrm{tg}(x/2)}{1-\cos 9x}$, **е)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-8}{3x+5}\right)^{4x+7}$.

2. Найти производные dy/dx данных функций:

а) $y=\dfrac{\sqrt[3]{x^6+1}}{1+2\sqrt{x}}$, **б)** $y=\log_4(x^2+1)\,\mathrm{arcctg}\ x$,

в) $y=\sqrt{2+\ln(1-\mathrm{ctg}\ 2x)}$, **г)** $y=(1-\ln x)^{\sqrt{x}}$,

д) $\cos(x^4+y^4)=e^{1/x}+e^{1/y}$, **е)** $x=\dfrac{1}{\sqrt{t}},\quad y=e^{\sqrt{t}}$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=x^3-12x+7$ на отрезке $[-3;3]$.

4. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график:

$$y=(x+1)\cdot\ln(x+1).$$

5. Найти все частные производные 1-го порядка:

а) $z=\mathrm{tg}(4xy)-\dfrac{1}{\sqrt{x^3}}+e^{\frac{-y^2}{4}}$ **б)** $z=\dfrac{1+x^3}{\cos 6y}$, **в)** $z=\dfrac{1+x^3}{\cos 6y}$.

6. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int\dfrac{\mathrm{tg}(2+3\ln x)}{5x}dx$, **б)** $\int x^3\sqrt{5-7x^4}\,dx$,

в) $\int(2-8x)\cos 4x\,dx$, **г)** $\int\ln(3-7x)\,dx$,

д) $\int\dfrac{8(x^2+5)}{(x+1)^2(x-3)}dx$, **е)** $\int\cos^2 5x\,dx$.

7. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^4\dfrac{54\sqrt{x^3}-30x}{5\sqrt{x}}dx$, **б)** $\int\limits_1^9\dfrac{\sqrt{7}\,dx}{2x\sqrt{7+2x}}$, **в)** $\int\limits_0^{\pi/6}96x\sin 4x\,dx$.

Вариант 25

1. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^2+12x+9}{5x^2+6x+9}$, **б)** $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{81x^2+7x+81}-9x)$, **в)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-4x-4}{2x^2+x-10}$,

г) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2+5x+4}{\sqrt{5x+9}-2}$, **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x\cdot \operatorname{tg}(x/4)}{\operatorname{arctg}^2(x/3)}$, **е)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-7}{3x+2}\right)^{5x-3}$.

2. Найти производные *dy*/*dx* данных функций:

а) $y=\dfrac{10\sqrt[5]{x^3+x}}{1-\sqrt{x}}$, **б)** $y=\log_9(x^2+x)\arccos x$,

в) $y=\ln\left(\dfrac{1}{x}+\operatorname{tg} e^{\sin x}\right)$, **г)** $y=(1+\sin x)^{\ln x}$,

д) $x^2y^2+e^{2x}+e^{2y}=\cos(3x+3y)$, **е)** $x=\cos 2t,\quad y=t+\sin t$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x–\sin x$ на отрезке $[0; 2\square]$.

4. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график:

$$y=\frac{1-2x}{x^2}.$$

5. Найти все частные производные 1-го порядка:

а) $z=xy^2-\operatorname{tg}\dfrac{x}{3}+\sqrt{y^7}$, **б)** $z=\dfrac{\sin(4x)}{y^2-4}$, **в)** $z=(\operatorname{ctg} x)^{\sqrt{y}}$.

6. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int\dfrac{\operatorname{ctg}(3\ln x-7)}{x}dx$, **б)** $\int x^4\sqrt{7x^5-6}\,dx$,

в) $\int(4x+5)e^{x/2}dx$, **г)** $\int\dfrac{\ln x}{x^3}dx$,

д) $\int\dfrac{x\,dx}{(x-3)^2(x-2)}$, **е)** $\int\operatorname{ctg}^3 x\,dx$.

7. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_1^{81}\dfrac{21\sqrt[4]{x^3}-7x}{4\sqrt[4]{x}}dx$, **б)** $\int\limits_1^{9}\dfrac{3x\,dx}{\sqrt{7+2x}}$, **в)** $\int\limits_0^{\pi/6}18x\cos 3x\,dx$.