Вариант 1

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 1 & -5 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} -3 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 & 5 \\ -5 & 4 & 3 & 5 \\ -1 & -3 & -8 & 3 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 5221 & 5223 & 5225 \\ 5220 & 5221 & 5221 \\ 5218 & 5221 & 5224 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} -x+y+4z=1, \\ 2x+2y-z=0, \\ 3x+3y+2z=7. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1+x_2-2x_3-3x_4=4, \\ 2x_1+5x_2-x_3-4x_4=9, \\ x_1+3x_2+x_3-x_4=5. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 3 & -4 \\ 4 & -7 & -2 & 1 \\ -2 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (2;–1;1), $\boldsymbol{b}$ = (–1;2;1), $\boldsymbol{c}$ = (1;3;1), $\boldsymbol{d}$ = (–1;–2;3).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})(3\boldsymbol{a}+4\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\times(3\boldsymbol{a}+4\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=2$, $|\boldsymbol{b}|=3$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/6$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(1;3;3), *B*(–1;2;–2), *C*(0;–1;3), *D*(2;1;0).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-3}{-2} \quad \text{и} \quad \frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{-2}.$$

10. Построить кривую $\rho = 2\sin(2\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-5;0)$ и $F_2(3;0)$ есть величина постоянная и равна $p=10$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $16x^2-9y^2-64x-54y-161=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 2

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & 3 & -1 \\ 4 & 2 & -2 & 2 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 1362 & 1363 & 1363 \\ 1361 & 1366 & 1364 \\ 1362 & 1367 & 1365 \end{vmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} x+2y+3z=4, \\ 2x+4y+3z=-1, \\ 3x+y-z=-3. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1-4x_2+2x_3+3x_5=5, \\ 2x_1-7x_2+4x_3+x_4=9, \\ x_1-3x_2+2x_3+x_4-3x_5=4. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 7 & 2 & -1 & -2 & 2 \\ 1 & -3 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы ***a***, ***b***, ***c***, образуют базис. Найти разложение вектора ***d*** по этому базису, если ***a*** = (2;4;2), ***b*** = (–1;–2;–2), ***c*** = (3;5;1), ***d*** = (3;5;–1).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$, **б)** $|(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})\times(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=4$, $|\boldsymbol{b}|=2$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=2\pi/3$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(3;2;1), *B*(1;–2;3), *C*(0;–1;4), *D*(2;1;0).

9. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases} 2x+3y-2z-5=0, \\ x-y+3z+6=0. \end{cases}$$

10. Построить кривую $\rho = 2(1+\sin\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если абсолютная величина разности расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-3;0)$ и $F_2(7;0)$ есть величина постоянная и равна $p=6$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $4x^2+5y^2+24x+30y+61=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 3

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 4 & 2 & 2 & -2 \\ 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 2 & -1 & 8 \\ 4 & 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 8127 & 8129 & 8131 \\ 8126 & 8128 & 8132 \\ 8125 & 8126 & 8127 \end{vmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} x+y+z=6, \\ 2x-y-z=-3, \\ 3x-2y-4z=-7. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1+7x_2+3x_3+x_4=6, \\ 3x_1+5x_2+2x_3+2x_4=4, \\ 9x_1+4x_2+x_3+7x_4=2. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 6 & -9 & 21 & -3 & -12 \\ -4 & 6 & -14 & 2 & 8 \\ 2 & -3 & 7 & -1 & -4 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (2;2;3), $\boldsymbol{b}$ = (5;1;2), $\boldsymbol{c}$ = (–1;–3;–2), $\boldsymbol{d}$ = (8;0;1).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})$, **б)** $|(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=2$, $|\boldsymbol{b}|=3$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/4$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(2;–1;1), *B*(5;5;4), *C*(3;2;–1), *D*(4;1;3).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x+3}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{-3} \quad \text{и} \quad \frac{x-1}{-1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-3}.$$

10. Построить кривую $\rho = 2(1+\sin\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-4;0)$ и $F_2(2;0)$ есть величина постоянная и равна $p=10$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $5x^2-3y^2-10x-18y-37=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 4

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -1 & 4 & -2 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 3 & -3 \\ 3 & 9 & 3 & 2 \\ 2 & 7 & -3 & 1 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 6241 & 6243 & 6245 \\ 6240 & 6242 & 6246 \\ 6239 & 6240 & 6241 \end{vmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} x+2y+z=5, \\ 3x-5y+3z=4, \\ 2x+7y-z=7. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1+x_2+5x_3-x_4+6x_5=1, \\ 3x_1+3x_2+7x_3-3x_4+6x_5=3, \\ 2x_1+2x_2+4x_3-x_4+3x_5=2. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 10 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 8 & -2 & 2 \\ 3 & -3 & -12 & -4 & 4 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (1;0;1), $\boldsymbol{b}$ = (0;–2;1), $\boldsymbol{c}$ = (1;3;0), $\boldsymbol{d}$ = (8;9;4).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=3$, $|\boldsymbol{b}|=4$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/3$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(2;-1;2), *B*(1;2;-1), *C*(3;2;1), *D*(4;2;3).

9. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases} x-y+z+2=0, \\ x-2y+3z-8=0. \end{cases}$$

10. Построить кривую $\rho = 2(1+\cos 2\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если абсолютная величина разности расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-7;0)$ и $F_2(13;0)$ есть величина постоянная и равна p=16. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $36x^2+49y^2+72x-196y-1442=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 5

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -3 \\ -2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 4 & 1 & 2 \\ 5 & 5 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 3 & 3 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 2327 & 2328 & 2329 \\ 2326 & 2329 & 2330 \\ 2327 & 2329 & 2331 \end{vmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x+5y-z=8, \\ 2x+y-3z=0, \\ 3x+2y-2z=1. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1+3x_2-x_3-2x_4=1, \\ 2x_1+7x_2-4x_3-3x_4=3, \\ x_1+4x_2-3x_3-x_4=2. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 10 & -3 & -2 & -1 \\ 4 & 19 & -4 & -5 & -1 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (1;1;0), $\boldsymbol{b}$ = (–4;3;2), $\boldsymbol{c}$ = (–1;2;1), $\boldsymbol{d}$ = (1;–1;–1).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=6$, $|\boldsymbol{b}|=2$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/6$..

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(2;1;4), *B*(–1;5;2), *C*(3;3;2), *D*(–1;4;3).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-3}{-2} \quad \text{и} \quad \frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{-2}.$$

10. Построить кривую $\rho = 3(2-\cos 2\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-6;0)$ и $F_2(2;0)$ есть величина постоянная и равна $p=10$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $5x^2-4y^2+30x+8y+21=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 6

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 1 \\ -3 & 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 4 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 4 & 5 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 9148 & 9149 & 9150 \\ 9151 & 9153 & 9156 \\ 9151 & 9152 & 9153 \end{vmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x+2y-2z=1, \\ x+4y-2z=7, \\ 2x+y-3z=0. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1+x_2+4x_3+2x_5=0, \\ 3x_1+4x_2+x_3+3x_4=1, \\ 2x_1+3x_2-3x_3+3x_4-2x_5=1. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 & 9 & -4 & -1 \\ 1 & 4 & 2 & 2 & -5 \\ 6 & 2 & 11 & -2 & -6 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (5;4;1), $\boldsymbol{b}$ = (–3;5;2), $\boldsymbol{c}$ = (2;–1;3), $\boldsymbol{d}$ = (7;23;4).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=4$, $|\boldsymbol{b}|=3$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/3$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(2;3;1), *B*(4;1;-2), *C*(6;3;3), *D*(5;4;3).

9. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases} 3x+2y-z+5=0, \\ x-y-z+1=0. \end{cases}$$

10. Построить кривую $\rho = 3(2-\cos 2\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если абсолютная величина разности расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-4;0)$ и $F_2(6;0)$ есть величина постоянная и равна p=8. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $9x^2+16y^2+18x-64y-64=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 7

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 5 & -1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -3 & 5 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} -2 & -1 & 4 & 2 \\ -1 & 1 & 8 & 7 \\ 4 & 3 & 0 & 3 \\ -5 & -3 & 5 & 1 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 4313 & 4312 & 4311 \\ 4315 & 4315 & 4312 \\ 4317 & 4318 & 4314 \end{vmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x+9y=6, \\ 4x-3y+4z=-3, \\ x-2y+z=-2. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1-2x_2+2x_3+3x_4=0, \\ 2x_1-3x_2+x_3+4x_4=1, \\ 3x_1-5x_2+3x_3+7x_4=1. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 12 & -1 & 7 & 11 & -1 \\ 24 & -2 & 14 & 22 & -2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (2;1;0), $\boldsymbol{b}$ = (1;0;1), $\boldsymbol{c}$ = (4;2;1), $\boldsymbol{d}$ = (3;1;3).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=4$, $|\boldsymbol{b}|=1$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=2\pi/3$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(4;5;–3), *B*(6;5;–4), *C*(3;2;0), *D*(6;3;–3).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x+3}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{-3} \quad \text{и} \quad \frac{x-1}{-1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-3}.$$

10. Построить кривую $\rho = 2\sin(4\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-5;0)$ и $F_2(3;0)$ есть величина постоянная и равна $p=10$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $3x^2-5y^2+18x+10y+37=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 8

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -2 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 3 & 7 & 9 & 5 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 6189 & 6186 & 6185 \\ 6190 & 6191 & 6192 \\ 6191 & 6192 & 6193 \end{vmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} x+2y+3z=4, \\ 2x+y-z=6, \\ 3x+3y+4z=8. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1-x_2+4x_3+3x_4=0, \\ 3x_1-2x_2+x_3+2x_5=0, \\ 3x_1-x_2-3x_3-3x_4+2x_5=1. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & -5 \\ 1 & 3 & -1 & 6 & -1 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (3;–1;2), $\boldsymbol{b}$ = (–2;3;1), $\boldsymbol{c}$ = (4;–5;–3), $\boldsymbol{d}$ = (–3;2;–3).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(4\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})$, **б)** $|(4\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=3$, $|\boldsymbol{b}|=2$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/4$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(1;2;0), *B*(3;0;3), *C*(5;2;6), *D*(4;4;4).

9. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases} -2x+y-z-3=0, \\ x+2y+3z+4=0. \end{cases}$$

10. Построить кривую $\rho = 2\cos(3\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если абсолютная величина разности расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-11;0)$ и $F_2(9;0)$ есть величина постоянная и равна p=12. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $4x^2+5y^2-8x+20y+4=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 9

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ -2 & 6 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -1 & 0 & -1 \\ -2 & 5 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 8 & 2 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 3155 & 3154 & 3153 \\ 3158 & 3157 & 3154 \\ 3159 & 3160 & 3155 \end{vmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} x+2y+3z=4, \\ 2x+4y+3z=-1, \\ 3x+y-z=-3. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1+4x_2-2x_3-3x_4=2, \\ 2x_1+9x_2-x_3-4x_4=5, \\ x_1+5x_2+x_3-x_4=3. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & -6 & -4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (2;2;3), $\boldsymbol{b}$ = (3;1;2), $\boldsymbol{c}$ = (1;3;1), $\boldsymbol{d}$ = (4;0;1).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=5$, $|\boldsymbol{b}|=2$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=3\pi/4$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(2;0;4), *B*(–1;3;-1), *C*(1;3;–3), *D*(3;5;0).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-3}{-2} \quad \text{и} \quad \frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{-2}.$$

10. Построить кривую $\rho = 3\cos(4\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-4;0)$ и $F_2(2;0)$ есть величина постоянная и равна $p=10$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $9x^2-4y^2-72x-16y+96=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 10

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix}3\\2\\4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4 & -2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & 1 & 5\\2 & -1 & 0\\-2 & 2 & 5\end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix}-2 & 2 & 1 & 3\\1 & 3 & 2 & 5\\-2 & 4 & 3 & 5\\-9 & -3 & -8 & 3\end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix}8241 & 8243 & 8245\\8240 & 8241 & 8242\\8238 & 8242 & 8244\end{vmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases}x+2y+3z=4,\\2x+2y-z=0,\\3x+3y+2z=7.\end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases}x_1-3x_2+4x_3+3x_5=2,\\3x_1-8x_2+x_3+2x_4=5,\\2x_1-5x_2-3x_3+2x_4-3x_5=3.\end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & -1 & 1 & -1\\1 & 1 & 2 & -1 & 0\\3 & 5 & 0 & 1 & -1\end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (–3;1;4), $\boldsymbol{b}$ = (–1;5;4), $\boldsymbol{c}$ = (–1;1;6), $\boldsymbol{d}$ = (0;4;3).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})$, **б)** $|(\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=3$, $|\boldsymbol{b}|=2$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=5\pi/6$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(3;1;4), *B*(–1;5;4), *C*(1;1;6), *D*(0;4;3).

9. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases}3x+2y-2z+3=0,\\-2x-y+3z+7=0.\end{cases}$$

10. Построить кривую $\rho = 2\sin(4\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если абсолютная величина разности расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-7;0)$ и $F_2(3;0)$ есть величина постоянная и равна p=8. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $5x^2+9y^2+20x+72y+119=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 11

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 1 & -5 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & 2 & -1 \\ 4 & 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 1362 & 1364 & 1363 \\ 1361 & 1366 & 1364 \\ 1362 & 1367 & 1365 \end{vmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} x-2y+2z=4, \\ -2x+3y-z=0, \\ 2x-3y+2z=7. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1-3x_2+x_3+2x_4=4, \\ 2x_1-5x_2+4x_3+3x_4=7, \\ x_1-2x_2+3x_3+x_4=3. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 8 & 1 & 1 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & -2 & 1 & -3 \\ 5 & 4 & 3 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (2;–1;1), $\boldsymbol{b}$ = (–1;2;1), $\boldsymbol{c}$ = (1;3;1), $\boldsymbol{d}$ = (–1;–2;3).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})(3\boldsymbol{a}+4\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\times(3\boldsymbol{a}+4\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=2$, $|\boldsymbol{b}|=3$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/6$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(–1;–2;0), *B*(1;1;2), *C*(1;2;2), *D*(1;3;3).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x+3}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{-3} \quad \text{и} \quad \frac{x-1}{-1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-3}.$$

10. Построить кривую $\rho = 4\sin(2\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-6;0)$ и $F_2(2;0)$ есть величина постоянная и равна $p=10$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $16x^2-9y^2-64x-54y-161=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 12

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 4 & 2 & 3 & -2 \\ 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 2 & -1 & 6 \\ 4 & 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 7129 & 7130 & 7131 \\ 7126 & 7128 & 7132 \\ 7125 & 7126 & 7127 \end{vmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_5 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 4x_4 + 2x_5 = 1. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 21 & -1 \\ 2 & -2 & -1 & -10 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (2;4;2), $\boldsymbol{b}$ = (–1;–2;–2), $\boldsymbol{c}$ = (3;5;1), $\boldsymbol{d}$ = (3;5;–1).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})(3\boldsymbol{a}+4\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\times(3\boldsymbol{a}+4\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=2$, $|\boldsymbol{b}|=3$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/6$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(1;3;–1), *B*(2;–2;0), *C*(–1;1;2), *D*(3;2;1).

9. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases} x - 2y + 3z - 4 = 0, \\ 3x + 2y - 5z - 4 = 0. \end{cases}$$

10. Построить кривую $4(2-\cos\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если абсолютная величина разности расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-11;0)$ и $F_2(9;0)$ есть величина постоянная и равна p=12. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $4x^2+5y^2+24x+30y+61=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 13

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 3 & -3 \\ 3 & 9 & 3 & 2 \\ 2 & 7 & -3 & 1 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 5241 & 5243 & 5245 \\ 5240 & 5242 & 5246 \\ 5239 & 5240 & 5241 \end{vmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} x-3y+z=-4, \\ 3x-5y+3z=-4, \\ 2x+4y-z=3. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1+4x_2-2x_3-3x_4=2, \\ 2x_1+9x_2-x_3-4x_4=5, \\ x_1+5x_2+x_3-x_4=3. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 7 & -14 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -3 & 7 \\ 5 & -10 & 1 & 5 & -13 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (2;2;3), $\boldsymbol{b}$ = (5;1;2), $\boldsymbol{c}$ = (–1;–3;–2), $\boldsymbol{d}$ = (8;0;1).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})$, **б)** $|(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=2$, $|\boldsymbol{b}|=3$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/4$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(2;3;4), *B*(–2;0;3), *C*(–1;2;1), *D*(2;–1;1).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-2}{3} \quad \text{и} \quad \frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z}{3}.$$

10. Построить кривую $\rho = 5(2-\sin\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-7;0)$ и $F_2(5;0)$ есть величина постоянная и равна $p=20$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $3x^2-5y^2+18x+10y+37=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 14

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -1 & 4 & -2 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 4 & 1 & 2 \\ 5 & 5 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 3 & 3 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 4327 & 4328 & 4329 \\ 4325 & 4329 & 4330 \\ 4324 & 4320 & 4331 \end{vmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x+4y-z=9, \\ -2x+y+3z=-2, \\ 3x+2y-2z=9. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1-2x_2+3x_3+4x_4=1, \\ 4x_1-7x_2+2x_3+x_4=3, \\ 3x_1-5x_2-x_3+x_4-4x_5=2. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & -6 & -4 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (1;0;1), $\boldsymbol{b}$ = (0;–2;1), $\boldsymbol{c}$ = (1;3;0), $\boldsymbol{d}$ = (8;9;4).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=3$, $|\boldsymbol{b}|=4$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/3$.

8. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани ABC, **в)** косинус угла между ребрами AB и AC, **г)** уравнение прямой AB, **д)** уравнение плоскости ABC, если $A(4;-1;2)$, $B(2;2;-2)$, $C(3;0;1)$, $D(2;1;2)$.

9. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases} 2x+3y-2z-5=0, \\ x-y+3z+6=0. \end{cases}$$

10. Построить кривую $\rho = 4(2-\cos\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если абсолютная величина разности расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-3;0)$ и $F_2(7;0)$ есть величина постоянная и равна $p=6$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $36x^2+49y^2+72x-196y-1442=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 15

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -3 \\ -2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 4 & 5 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 6148 & 6149 & 6150 \\ 6151 & 6153 & 6156 \\ 6151 & 6152 & 6153 \end{vmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x+2y-2z=2, \\ x+3y+2z=14, \\ 2x+y-3z=-1. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1-x_2+3x_3+4x_4=0, \\ 2x_1-x_2+2x_3+x_4=1, \\ 4x_1-3x_2+8x_3+9x_4=1. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 5 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (1;1;0), $\boldsymbol{b}$ = (–4;3;2), $\boldsymbol{c}$ = (–1;2;1), $\boldsymbol{d}$ = (1;–1;–1).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=6$, $|\boldsymbol{b}|=2$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/6$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(–3;–2;2), *B*(1;1;3), *C*(2;1;–1), *D*(2;1;4).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x+1}{2}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-2}{-4} \quad \text{и} \quad \frac{x-2}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+3}{-4}.$$

10. Построить кривую $\rho = 2(1+\cos 2\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-4;0)$ и $F_2(8;0)$ есть величина постоянная и равна $p=20$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $9x^2-4y^2-72x-16y+96=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 16

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 1 \\ -3 & 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 4 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} -2 & -1 & 4 & 2 \\ -1 & 1 & 8 & 7 \\ 4 & 3 & 0 & 3 \\ -5 & -3 & 5 & 1 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 8313 & 8312 & 8311 \\ 8315 & 8315 & 8312 \\ 8317 & 8318 & 8313 \end{vmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x + 7y + z = 3, \\ 4x - 3y + 4z = -3, \\ x - 2y + z = -2. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 3x_5 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 = 7, \\ x_1 - 4x_2 - x_3 - 3x_4 = 3. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & -3 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & -2 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (1;1;0), $\boldsymbol{b}$ = (–3;5;2), $\boldsymbol{c}$ = (2;–1;3), $\boldsymbol{d}$ = (7;23;4).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=4$, $|\boldsymbol{b}|=3$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/3$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(5;–1;3), *B*(4;1;2), *C*(3;2;1), *D*(5;2;4).

9. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases} x - y + z + 2 = 0, \\ x - 2y + 3z - 8 = 0. \end{cases}$$

10. Построить кривую $\sin^2(2\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если абсолютная величина разности расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-7;0)$ и $F_2(13;0)$ есть величина постоянная и равна p=16. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $9x^2+16y^2+18x-64y-64=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 17

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 5 & -1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -3 & 5 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 3 & 7 & 9 & 5 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 5189 & 5186 & 5185 \\ 5190 & 5191 & 5192 \\ 5191 & 5192 & 5193 \end{vmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} x-3y+2z=4, \\ 2x+y-z=6, \\ 3x-3y+4z=8. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1-5x_2+3x_3+4x_4=4, \\ 2x_1-9x_2+2x_3+x_4=7, \\ x_1-4x_2-x_3-3x_4=3. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 7 & -14 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -3 & 7 \\ 5 & -10 & 1 & 5 & -13 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если = (2;1;0), $\boldsymbol{b}$ = (1;0;1), $\boldsymbol{c}$ = (4;2;1), $\boldsymbol{d}$ = (3;1;3).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=4$, $|\boldsymbol{b}|=3$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/3$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(5;–1;0), *B*(2;2;–1), *C*(3;1;–2), *D*(4;5;1).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-2}{3} \quad \text{и} \quad \frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z}{3}.$$

10. Построить кривую $\rho = 2\cos(3\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-7;0)$ и $F_2(5;0)$ есть величина постоянная и равна $p=20$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $16x^2-9y^2-64x-54y-161=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 18

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -2 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 8 & 2 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 9155 & 9154 & 9153 \\ 9157 & 9157 & 9154 \\ 9159 & 9160 & 9155 \end{vmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} x+3y+3z=3, \\ 3x+4y+3z=13, \\ 3x+y-z=17. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1+2x_2-3x_3-4x_4=1, \\ 3x_1+7x_2-2x_3+x_5=4, \\ 2x_1+5x_2+x_3+4x_4+x_5=3. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 7 & 5 \\ 1 & -2 & 3 & -5 & -7 \\ 1 & -1 & 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы ***a***, ***b***, ***c***, образуют базис. Найти разложение вектора ***d*** по этому базису, если ***a*** = (3;–1;2), ***b*** = (–2;3;1), ***c*** = (4;–5;–3), ***d*** = (–3;2;–3).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(4\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})$, **б)** $|(4\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=3$, $|\boldsymbol{b}|=2$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/4$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(3;–3;0), *B*(–1;1;2), *C*(2;1;1), *D*(4;0;2).

9. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases} 3x+2y-z+5=0, \\ x-y-z+1=0. \end{cases}$$

10. Построить кривую $\rho = 6\sin(3\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если абсолютная величина разности расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-4;0)$ и $F_2(6;0)$ есть величина постоянная и равна $p=8$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $4x^2+5y^2-8x+20y+4=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 19

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ -2 & 6 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -1 & 0 & -1 \\ -2 & 5 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} -2 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 5 \\ -2 & 4 & 3 & 5 \\ -9 & -3 & -8 & 3 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 1241 & 1243 & 1245 \\ 1240 & 1241 & 1242 \\ 1238 & 1242 & 1244 \end{vmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} -x + y + 4z = 8, \\ -2x + 2y + z = 9, \\ 3x - 2y + 2z = -5. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_5 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 3, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 2. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -3 & -7 & 2 \\ 1 & 11 & 0 & 34 & -5 \\ 1 & -5 & -2 & -16 & 3 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (2;2;3), $\boldsymbol{b}$ = (3;1;2), $\boldsymbol{c}$ = (1;3;1), $\boldsymbol{d}$ = (4;0;1).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=5$, $|\boldsymbol{b}|=2$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=3\pi/4$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(1;2;–3), *B*(2;–1;1), *C*(1;3;–2), *D*(3;1;2).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-2}{-4} \quad \text{и} \quad \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{-4}.$$

10. Построить кривую $\rho = 4(1-\cos\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-7;0)$ и $F_2(5;0)$ есть величина постоянная и равна $p=20$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $5x^2-3y^2-10x-18y-37=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 20

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix}3\\2\\4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4 & -2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & 1 & 5\\2 & -1 & 0\\-2 & 2 & 5\end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix}2 & 1 & 0 & -1\\3 & 2 & -1 & -2\\2 & 3 & 3 & -1\\4 & 2 & -2 & 2\end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix}4362 & 4363 & 4363\\4361 & 4366 & 4364\\4362 & 4367 & 4365\end{vmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases}x-3y+2z=4,\\2x-y+2z=-1,\\3x-y+z=-3.\end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases}x_1-x_2+4x_3+3x_4=0,\\3x_1-2x_2+x_3+2x_4=1,\\2x_1-x_2-3x_3-x_4=1.\end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix}3 & 1 & -8 & 2 & 1\\1 & 11 & -12 & 0 & -5\\1 & -5 & 2 & 1 & 3\end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы ***a***, ***b***, ***c***, образуют базис. Найти разложение вектора ***d*** по этому базису, если ***a*** = (–3;1;4), ***b*** = (–1;5;4), ***c*** = (–1;1;6), ***d*** = (0;4;3).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})$, **б)** $|(\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=3$, $|\boldsymbol{b}|=2$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=5\pi/6$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(4;4;5), *B*(2;3;4), *C*(1;2;2), *D*(3;1;3).

9. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases}-2x+y-z-3=0,\\x+2y+3y+4=0.\end{cases}$$

10. Построить кривую $\rho = 5(1-\sin\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если абсолютная величина разности расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-11;0)$ и $F_2(9;0)$ есть величина постоянная и равна $p=12$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $5x^2+9y^2+20x+72y+119=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 21

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 1 & -5 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 4 & 2 & 2 & -2 \\ 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 2 & -1 & 8 \\ 4 & 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 8127 & 8129 & 8131 \\ 8126 & 8128 & 8132 \\ 8125 & 8126 & 8127 \end{vmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 3, \\ 2x - y - z = -2, \\ 3x - 2y - 4z = 1. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_5 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 1. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & -1 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & -3 & 3 & 5 \\ 6 & 3 & -2 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (2;–1;1), $\boldsymbol{b}$ = (–1;2;1), $\boldsymbol{c}$ = (1;3;1), $\boldsymbol{d}$ = (–1;–2;3).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})(3\boldsymbol{a}+4\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\times(3\boldsymbol{a}+4\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=2$, $|\boldsymbol{b}|=3$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/6$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(–1;–2;0), *B*(1;1;2), *C*(1;2;2), *D*(1;3;3).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x+5}{-4}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{-3} \quad \text{и} \quad \frac{x-3}{-4}=\frac{y+3}{2}=\frac{z}{-3}.$$

10. Построить кривую $\rho = 2(1-\sin\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-4;0)$ и $F_2(2;0)$ есть величина постоянная и равна $p=10$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $5x^2-3y^2-10x-18y-37=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 22

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 3 & -3 \\ 3 & 9 & 3 & 2 \\ 2 & 7 & -3 & 1 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 7241 & 7243 & 7245 \\ 7240 & 7242 & 7246 \\ 7239 & 7240 & 7241 \end{vmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} x-2y-z=2, \\ 3x+4y+3z=4, \\ 2x+3y+3z=5. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1-3x_2+4x_3+3x_4=2, \\ 3x_1-8x_2+x_3+2x_4=5, \\ 2x_1-5x_2-3x_3-x_4=3. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & -2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 16 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (2;4;2), $\boldsymbol{b}$ = (–1;–2;–2), $\boldsymbol{c}$ = (3;5;1), $\boldsymbol{d}$ = (3;5;–1).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$, **б)** $|(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})\times(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=4$, $|\boldsymbol{b}|=2$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=2\pi/3$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(1;3;–1), *B*(2;–2;0), *C*(–1;1;2), *D*(3;2;1).

9. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases} x-3y+z+2=0, \\ x-2y+3z+3=0. \end{cases}$$

10. Построить кривую $\rho = 3(1-\cos 2\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если абсолютная величина разности расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-7;0)$ и $F_2(13;0)$ есть величина постоянная и равна p=16. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $36x^2+49y^2+72x-196y-1442=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 23

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 4 & 1 & 2 \\ 5 & 5 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 3 & 3 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 6327 & 6328 & 6329 \\ 6325 & 6329 & 6330 \\ 6324 & 6320 & 6331 \end{vmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x - y - z = 8, \\ 2x + y - 3z = 0, \\ 3x + 2y - 2z = 1. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 5x_2 + 4x_3 + 3x_5 = 7, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 3. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 & -1 & 4 \\ 7 & 5 & -3 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -7 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (2;2;3), $\boldsymbol{b}$ = (5;1;2), $\boldsymbol{c}$ = (–1;–3;–2), $\boldsymbol{d}$ = (8;0;1).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})$, **б)** $|(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=2$, $|\boldsymbol{b}|=3$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/4$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(2;3;4), *B*(–2;0;3), *C*(–1;2;1), *D*(2;–1;1).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x-4}{3}=\frac{y+1}{9}=\frac{z-3}{-2} \quad \text{и} \quad \frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{9}=\frac{z+3}{-2}.$$

10. Построить кривую $\rho = 3(2+\cos 2\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-6;0)$ и $F_2(2;0)$ есть величина постоянная и равна $p=10$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $5x^2-4y^2+30x+8y+21=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 24

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -1 & 4 & -2 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 4 & 5 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 7148 & 7149 & 7150 \\ 7151 & 7153 & 7156 \\ 7151 & 7152 & 7153 \end{vmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x + y - 2z = -1, \\ x + 2y + 2z = 5, \\ 2x + y - 3z = -4. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1, \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 = 3, \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 - 3x_4 = 2. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 6 & 3 & -2 & 4 & 7 \\ 7 & 4 & -3 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (1;0;1), $\boldsymbol{b}$ = (0;–2;1), $\boldsymbol{c}$ = (1;3;0), $\boldsymbol{d}$ = (8;9;4).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=3$, $|\boldsymbol{b}|=4$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/3$.

8. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани ABC, **в)** косинус угла между ребрами AB и AC, **г)** уравнение прямой AB, **д)** уравнение плоскости ABC, если $A(4;-1;2)$, $B(2;2;-2)$, $C(3;0;1)$, $D(2;1;2)$.

9. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases} 3x + 2y - z + 7 = 0, \\ x - y + 3z - 1 = 0. \end{cases}$$

10. Построить кривую $\rho = 4(2-\sin 2\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если абсолютная величина разности расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-4;0)$ и $F_2(6;0)$ есть величина постоянная и равна $p=8$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $9x^2+16y^2+18x-64y-64=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 25

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -3 \\ -2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} -2 & -1 & 4 & 2 \\ -1 & 1 & 8 & 7 \\ 4 & 3 & 0 & 3 \\ -5 & -3 & 5 & 1 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 4313 & 4312 & 4311 \\ 4315 & 4315 & 4312 \\ 4317 & 4318 & 4313 \end{vmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} x-2y+3z=-4, \\ 2x+2y-z=5, \\ 3x-3y+4z=-4. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1+4x_2-2x_3-3x_5=2, \\ 2x_1+9x_2-x_3-4x_4=5, \\ x_1+5x_2+x_3-4x_4+3x_5=3. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & 2 & 5 \\ 7 & -4 & 1 & 3 \\ 5 & 7 & 0 & -9 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ $\boldsymbol{a}$ = (1;1;0), $\boldsymbol{b}$ = (–4;3;2), $\boldsymbol{c}$ = (–1;2;1), $\boldsymbol{d}$ = (1;–1;–1).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=6$, $|\boldsymbol{b}|=2$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/6$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(–3;–2;2), *B*(1;1;3), *C*(2;1;–1), *D*(2;1;4).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x+4}{-7}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-1}{-3} \quad \text{и} \quad \frac{x-4}{-7}=\frac{y+2}{3}=\frac{z}{-3}.$$

10. Построить кривую $\rho = 4\sin(4\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-5;0)$ и $F_2(3;0)$ есть величина постоянная и равна $p=10$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $3x^2-5y^2+18x+10y+37=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.