СОДЕРЖАНИЕ

Введение 4
Глава 1 ОДНОРАЗОВЫЕ ПЛАТЕЖИ 5
1.1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ 5
1.2 ПРОСТЫЕ ПРОЦЕНТЫ 6
1.3 СЛОЖНЫЕ ПРОЦЕНТЫ 8
1.3.1 Формула сложных процентов 8
1.3.2 Определение будущей суммы 8
1.3.3 Определение текущей стоимости. Дисконтирование 9
1.3.4 Определение срока ссуды (вклада) 10
1.3.5 Определение размера процентной ставки 10
1.3.6 Номинальная и эффективная ставки 11
1.4 НАЧИСЛЕНИЕ НАЛОГОВ И ПРОЦЕНТЫ 11
1.5 ПРОЦЕНТЫ И ИНФЛЯЦИЯ 13
1.5.1 Основные понятия 13
1.5.2 Учет инфляции 13
Задачи 16
Глава 2 ПОСТОЯННЫЕ РЕГУЛЯРНЫЕ ПОТОКИ ПЛАТЕЖЕЙ 18
2.1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ 18
2.2 БУДУЩАЯ СУММА ПРЕНУМЕРАНДО И ПОСТНУМЕРАНДО БЕЗ ПЕРВОНАЧАЛЬНОЙ СУММЫ 18
2.2.1 Рента пренумерандо 18
2.2.2 Рента постнумерандо 19
2.3 УРАВНЕНИЕ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ В ОБЩЕМ ВИДЕ 20
2.3.1 Определение будущей суммы 21
2.3.2 Определение текущей суммы 21
2.3.3 Определение периодических выплат 22
2.3.4 Расчет срока ренты 22
2.3.5 Определение размера процентной ставки 23
2.4 РЕШЕНИЕ ФИНАНСОВЫХ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ ФИНАНСОВЫХ ФУНКЦИЙ EXCEL 23
2.4.1 Общие рекомендации 23
2.4.2 Вызов финансовых функций 24
2.4.3 Вычисление будущего значения 24
2.4.4 Расчет текущей суммы 25
2.4.5 Определение периодических выплат 25
2.4.6 Расчет срока ренты 26
2.4.7 Определение размера процентной ставки 26
2.5 ВЫБОР БАНКА КРЕДИТОВАНИЯ И СОСТАВЛЕНИЕ ПЛАНА ПОГАШЕНИЯ КРЕДИТА 28
2.5.1 Постановка задачи 28
2.5.2 Выбор банка кредитования 28
2.5.3 План погашения кредита 29
2.6 ВЫПЛАТЫ p РАЗ В ГОДУ, А НАЧИСЛЕНИЕ ПРОЦЕНТОВ m РАЗ В ГОДУ 31
2.7 ВЫБОР ИПОТЕЧНОЙ ССУДЫ 33
Задачи 35
Глава 3 ОБЩИЙ ПОТОК ПЛАТЕЖЕЙ 38
3.1 ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ 38
3.2 РЕГУЛЯРНЫЕ НЕ ПОСТОЯННЫЕ ПЛАТЕЖИ 38
3.2.1 Постановка задачи 38
3.2.2 Наращенная сумма не постоянной ренты 38
3.2.3 Дисконтированная сумма не постоянной ренты 39
3.2.4 Внутренняя норма доходности 40
3.2.5 Дисконтный срок окупаемости инвестиционного проекта . 41
3.2.6 Индекс доходности инвестиционного проекта 41

3.2.7 Сравнение эффективности двух инвестиционных проектов при платежах m раз в году 42
3.3 НЕРАВНОМЕРНЫЕ И НЕРЕГУЛЯРНЫЕ ПОТОКИ 45
Сумма выплат, приведенная к моменту t_0 45
3.4 БУДУЩЕЕ ЗНАЧЕНИЕ ПРИ ПЛАВАЮЩЕЙ ПРОЦЕНТНОЙ СТАВКЕ 46
Задачи 48
Глава 4 ОПЕРАЦИИ С ВЕКСЕЛЯМИ 49
4.1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ 49
4.2 ДИСКОНТИРОВАНИЕ ПО ПРОСТОЙ УЧЕТНОЙ СТАВКЕ 49
4.3 УЧЕТ ВЕКСЕЛЕЙ ПО СЛОЖНОЙ УЧЕТНОЙ СТАВКЕ 51
4.4 ВЕКСЕЛЯ И ИНФЛЯЦИЯ 52
4.4.1 Простая учетная ставка и инфляция 52
4.4.2 Сложная учетная ставка и инфляция 53
4.5 ОБЪЕДИНЕНИЕ ВЕКСЕЛЕЙ 54
4.5.1 Определение стоимости объединенного векселя 54
4.5.2 Определение срока погашения объединенного вектора 56
4.5.3 Объединение векселей с учетом инфляции 57
4.6 ЭФФЕКТИВНОСТЬ СДЕЛОК С ВЕКСЕЛЯМИ 58
4.6.1 Эффективность сделок по простым процентам 58
4.6.2 Эффективность сделок по сложным процентам 60
Задачи 60
Глава 5 АМОРТИЗАЦИЯ ОСНОВНЫХ СРЕДСТВ И НЕМАТЕРИАЛЬНЫХ АКТИВОВ 62
5.1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ 62
5.2 ЛИНЕЙНЫЙ МЕТОД УЧЕТА АМОРТИЗАЦИИ 62
5.3 НЕЛИНЕЙНЫЙ, ГЕОМЕТРИЧЕСКИ-ДЕГРЕССИВНЫЙ МЕТОД УЧЕТА АМОРТИЗАЦИИ 63
5.4 ФУНКЦИИ Excel ДЛЯ РАСЧЕТА АМОРТИЗАЦИИ 65
5.4.1 Линейный метод учета амортизации. Функции АМР 65
5.4.2 Метод уменьшаемого остатка (геометрически - дегрессивный метод). Функция ДДОБ 65
5.5 СРАВНЕНИЕ ЛИНЕЙНОГО МЕТОДА УЧЕТА АМОРТИЗАЦИИ С МЕТОДОМ УМЕНЬШАЕМОГО ОСТАТКА (Расчет в Excel) 66
Задачи 68
Глава 6 ЛИЗИНГ 70
6.1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ 70
6.1.1 Финансовый (капитальный) лизинг 70
6.1.2 Оперативный лизинг 70
6.2 СХЕМА ПОГАШЕНИЯ ЗАДОЛЖЕННОСТИ ПО ЛИЗИНГОВОМУ КОНТРАКТУ 71
6.3 РАСЧЕТ ЛИЗИНГОВЫХ ПЛАТЕЖЕЙ ПО ПЕРВОЙ СХЕМЕ 71
6.3.1 Лизинговые платежи при линейном законе амортизации ... 72
6.3.2 Лизинговые платежи с ускоренной амортизацией (метод уменьшаемого остатка) 73
6.4 РАСЧЕТ ЛИЗИНГОВЫХ ПЛАТЕЖЕЙ ПО ВТОРОЙ СХЕМЕ. 74
6.5 РАСЧЕТ ЛИЗИНГОВЫХ ПЛАТЕЖЕЙ ПО ВТОРОЙ СХЕМЕ С ПОМОЩЬЮ Excel 76
6.6 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФИНАНСОВОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЛИЗИНГОВЫХ ОПЕРАЦИЙ 77
Задачи 78
Список литературы 80

ВВЕДЕНИЕ

Финансовая математика является основой для банковских операций и коммерческих сделок. В предлагаемом пособии рассматривается начисление простых и сложных процентов при одноразовых платежах и потоках платежей, при постоянных и переменных рентах и ставках. Здесь излагается единый подход к решению широкого круга задач определения различных финансовых величин: будущей суммы сделки, текущей (дисконтированной) суммы, процентной ставки, выплат, срока сделки, ее эффективности и т. п. Учтено влияние инфляции на параметры финансовых операций. Формулы финансовой математики применяются в пособии для расчетов кредитных, депозитных, ипотечных операций, учетов векселей, для сравнения эффективности финансовых сделок. Чтобы были понятны операции по лизингу, в пособии излагаются различные методы учета амортизации.

Для изучения пособия достаточно знания школьной математики. Дан вывод всех формул.

По своей природе финансовые формулы, особенно для не постоянных и не равномерных платежей являются громоздкими, что затрудняет прямые расчеты по ним. Такие величины как процентная ставка или срок финансовой операции в общем случае не выражаются в явном виде. Для их определения необходимо решение нелинейного уравнения, например, методом итераций.

В Excel имеются встроенные финансовые функции, позволяющие легко вычислить все финансовые величины во многих практических случаях с помощью персонального компьютера. Поэтому в пособии подробно излагаются методы использования Excel для решения финансовых задач. Автор настоятельно рекомендует учащимся овладеть этими методами, чтобы в дальнейшем применять их в своей практической деятельности для анализа эффективности финансовых операций и работы своей фирмы.

В пособии приведено большое количество примеров, многие из которых представляют самостоятельную познавательную ценность. С целью закрепления теоретических знаний в конце каждой главы даны задачи для самостоятельной проработки.

Пособие "Финансовая математика" предназначено для заочников дистанционной формы образования, но может быть рекомендовано и студентам очной формы обучения по финансовым и экономическим специальностям. Пособие представляет практический интерес для работников банков, финансовых компаний, промышленных предприятий и коммерческих структур.

Принятая в пособии терминология может показаться непривычной для экономистов, воспитанных на книгах Е. М. Четыркина и его последователей. Например, процентная ставка обозначается у него буквой i (interest). Однако в математике буквой i принято обозначать целые величины (integer). Поэтому в пособии "Финансовая математика" введены обозначения, употребляемые в Excel и в [4].

Глава 1ОДНОРАЗОВЫЕ ПЛАТЕЖИ

1.1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

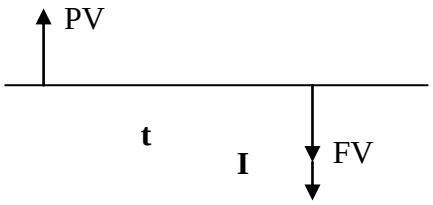
В основе всех финансовых расчетов лежит ***принцип временной ценности денег***. Деньги - это мера стоимости товаров и услуг. Покупательная способность денег падает по мере роста инфляции. Это означает, что денежные суммы, полученные сегодня (обозначим их **PV**-present value- настоящее, текущее значение), больше, ценнее тех же сумм, полученных в будущем. Для того чтобы деньги сохраняли или даже наращивали свою ценность, нужно обеспечить вложение денег, приносящее определенный доход. Принято обозначать доход буквой **I** (interest), на финансовом и бытовом жаргоне его называют процентом.

Существует много способов вложения (***инвестиции***) денег.

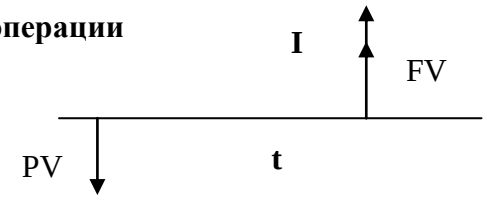
Можно открыть счет в сберегательном банке, но процент должен превышать темп инфляции. Можно одолжить деньги в виде кредита с целью получения в будущем, так называемой, наращенной суммы **FV** (future value - будущее значение). А можно инвестировать денежные средства в производство.

Простейшей финансовой операцией является однократное предоставление или получение суммы PV с условием возврата через время **t** наращенной (будущей) суммы FV. Сумму, которую получает дебитор (например, мы с Вами или фирма), будем считать положительной, а ту, которую отдает кредитор (опять же мы с Вами или банк) - отрицательной.

Схема операции



с точки зрения дебитора: он берет сумму PV с тем, чтобы через время **t** вернуть ее с процентами.



с точки зрения кредитора: он отдает сумму PV с тем, чтобы через время **t** получить ее с процентами.

Эффективность такой операции характеризуется темпом прироста денежных средств, отношением **r** (rate-отношение) дохода I к базовой величине PV, взятыми по абсолютной величине.

$$r = \frac{FV - PV}{PV} = \frac{I}{PV}. \qquad (1.1)$$

Темп роста капитала **r** за время **t** выражают десятичной дробью или в процентах и называют ***процентной ставкой, нормой доходности*** или ***скоростью оборота денежных средств*** за это время.

Поскольку PV и FV имеют противоположные знаки, то настоящее и будущее значения связаны соотношением (назовем его уравнением эквивалентности)

$$FV + PV(1 + r) = 0, \qquad (1.2)$$

где r - процентная ставка за время t.

Величину К, показывающую, во сколько раз будущая сумма возросла по абсолютному значению по отношению к текущей

$$К = FV / PV = (1 + r), \qquad (1.3)$$

называют ***коэффициентом наращения капитала.***

В расчетах, как правило, за **r** принимают ***годовую процентную ставку***, ее называют ***номинальной ставкой.***

Существуют две схемы наращения капитала:

- схема простых процентов;
- схема сложных процентов.

1.2 ПРОСТЫЕ ПРОЦЕНТЫ

Схема простых процентов **предполагает неизменность суммы, на которую происходит начисление процентов**. Простые проценты используются в краткосрочных финансовых операциях (со сроком менее периода начисления процентов) или когда проценты периодически выплачиваются и не присоединяются к основному капиталу.

Рассмотрим два вида вклада: постой и срочный.

1) По **простому вкладу** (деньги по такому вкладу можно снять в любой момент) за **t** дней будет начислено

$$FV+ PV (1+\frac{t}{T} r)=0 \quad (1.4)$$

где T - число дней в году. Коэффициент наращения при этом

$$K=(1+\frac{t}{T} r).$$

В зависимости от определения T и t применяют следующие методики.

1. ***Точные проценты***. В России, США, Великобритании и во многих других странах принято считать T =365 в обычном году и T =366 - в високосном, а t -число дней между датой выдачи (получения) ссуды и датой ее погашения. Дата выдачи и дата погашения считаются за один день.

2. ***Банковский метод***. В этом методе t определяется как точное число дней, а число дней в году принимается за 360. Метод дает преимущества банкам особенно при выдаче кредита на срок более 360 дней и широко используется коммерческими банками.

3. ***Обыкновенные проценты с приближенным числом дней***. В некоторых странах, например во Франции, Бельгии, Швейцарии принимают T =360, а t -приближенным, так как считается, что в месяце 30 дней.

Пример 1.1 Фирма взяла ссуду в банке на расширение производства в размере 1 млн. руб. под 18% годовых с 20.01 по 05.10 включительно. Какую сумму она должна вернуть в конце срока при начислении процентов один раз в год? Определите коэффициент наращения.

Решение. Пусть год не високосный T=365. Точное число дней между указанными датами **t** =258, а приближенное - t=255.

1. Из (1.4) по точному методу получим

$$FV= -1\ 000\ 000(1+\frac{258}{365} 0{,}18)= -1\ 127\ 233 \text{ руб.}$$

Итак, в конце срока фирме придется отдать (FV отрицательно) на 127 233 руб. больше, чем она брала.

Коэффициент наращения в этом случае

$$K=(1+\frac{258}{365} 0{,}18)=1{,}1273$$

2. По банковскому методу

$$FV= -1\ 000\ 000(1+\frac{258}{360} 0{,}18)= -1\ 129\ 000 \text{ руб.}$$

$$K=(1+\frac{258}{360} 0{,}18)=1{,}129$$

3. По обыкновенному методу с приближенным числом дней

$$FV= -1\ 000\ 000(1+\frac{255}{360} 0{,}18)= -1\ 127\ 500 \text{ руб.}$$

$$K=(1+\frac{258}{360} 0{,}18)=1{,}1275$$

Как видно из примера, при банковском методе расчета банку удастся больше "поживиться" за счет фирмы.

2) По **срочному вкладу** (деньги кладутся в банк на определенный срок: полгода, год или другой) проценты начисляются через определенные периоды. Обозначим m -число периодов в году.

m =12 - при ежемесячном начислении процентов;

m =4 - при ежеквартальном начислении;

m =2 - при начислении раз в полугодие;

m =1 - при начислении раз в год.

В этом случае процентная ставка за один период составит величину $\frac{r}{m}$, и уравнение эквивалентности запишется в виде

$$FV + PV\left(1+\frac{r}{m}\right)=0 \qquad (1.5)$$

Коэффициент наращения

$$K=\left(1+\frac{r}{m}\right).$$

Определим наращенную сумму

Пример 1.2 Пенсионер положил 3000 руб. на срочный пенсионный вклад на полгода под 14% годовых. Какая сумма у него накопится в конце срока, и какой процент он сможет снять? Каков коэффициент наращения?

Решение. Поскольку пенсионер отдал свои деньги банку, то первоначальная сумма отрицательна; m =2, так как начисления - раз в полгода.

FV = -(-3000)(1+0,14/2)=3210 руб.

I= FV- PV=210 руб.

K=1+0,14/2=1,07

По формулам (1.2)-(1.5) можно решить **обратную задачу**: какую первоначальную сумму PV нужно дать в долг или положить в банк, чтобы по истечении срока получить сумму FV при заданной годовой процентной ставке r:

$$PV = -\frac{FV}{1+r}, \qquad PV = -\frac{FV}{1+\frac{t}{T}r}, \qquad PV = -\frac{FV}{1+\frac{r}{m}}.$$

Пример 1.3 Через 180 дней после подписания договора фирма обязуется уплатить 310 тыс. руб. Кредит выдан под 16% годовых. Какова первоначальная сумма кредита?

Решение. В конце срока фирма должна вернуть деньги, следовательно, будущая сумма - отрицательная величина, а первоначальная - положительная. Из (1.5)

$$PV = -\frac{-310000}{1+\frac{180}{365}0,16} = 287\ 328\ ,59\ руб\ .$$

1.3 СЛОЖНЫЕ ПРОЦЕНТЫ

1.3.1 Формула сложных процентов

Схема сложных процентов предполагает их ***капитализацию***, таким образом, базовая сумма, с которой происходят начисления, постоянно растет. Сложные проценты применяются в среднесрочных и долгосрочных финансовых операциях, то есть ***срок операции составляет несколько периодов начисления процентов.***

Пусть Вы положили в банк срочный вклад в сумме PV на k лет под годовую процентную ставку r. Число периодов начисления процентов в году m .Тогда в соответствии с формулой (1.4) к концу первого периода, т.е. после первого начисления процентов, у Вас окажется сумма FV, определяемая соотношением

$FV + PV\ (1+\frac{r}{m})=0.$

Если Вы не забрали причитающиеся Вам проценты, то к началу нового периода первоначальная сумма составит уже PV(1+r/m), а к концу второго периода на нее снова нарастут проценты и Ваша сумма вклада будет определяться из соотношения

$$FV + PV\ (1+\frac{r}{m})^2 = 0$$

и так далее.

К концу года Ваш вклад будет равен

$$FV + PV\ (1+\frac{r}{m})^m = 0\ .$$

Сумма, накопленная Вами в банке через k лет при годовой ставке r и начислениях процентов m раз в году, составит $FV + PV\ (1+\frac{r}{m})^{m\cdot k} = 0$ (1.6)

Эквивалентное уравнение (1.6) называют ***формулой сложных процентов***.

Из уравнений (1.4) - (1.6) можно определить одну из величин:

FV - будущую сумму;

PV - текущую сумму;

r - номинальную процентную ставку;

t или k - срок сделки в днях или годах,

выразив их через остальные известные величины.

1.3.2 Определение будущей суммы

Пример 1.4 Как сохранить наследство

От продажи родительского дома у Вас оказалось 50 тыс. руб. Вы знаете, что в течение 5 лет Вам эти деньги не понадобятся, и Вы решили открыть счет в банке. Годовая ставка банка 12%. Банк предлагает следующие виды вкладов:

1. с ежемесячным начислением процентов;
2. с ежеквартальным начислением процентов;
3. депозит на 6 месяцев;
4. депозит на 12 месяцев.

Какой из вкладов принесет больший доход через 5 лет?

Решение. Воспользуемся формулой (1.6). В нашем примере PV= -50 000, r =0,12, k =5.

В первом случае m =12 и

$$FV = -(-50000)\cdot(1+\frac{0{,}12}{12})^{12\cdot 5} = 90834{,}83 \text{ руб.}$$

Во втором - m =4 и

$$FV = -(-50000)\cdot(1+\frac{0{,}12}{4})^{4\cdot 5} = 90305{,}56 \text{ руб.}$$

В третьем случае - m =2 и

$FV = -(-50000) \cdot (1 + \frac{0,12}{2})^{2 \cdot 5} = 89542,38$ руб.

В последнем варианте - m =1 и

$FV = -(-50000) \cdot (1 + 0,12)^{5} = 88117,08$ руб.

Очевидно, что во всех случаях банк вносит немалую лепту (больше 38 тыс. руб.) в Ваш будущий вклад.

Как видно из примера, ***чем меньше период начисления процентов при той же годовой процентной ставке, тем выгоднее вклад.***

1.3.3 Определение текущей стоимости. Дисконтирование

В финансовой практике часто сталкиваются с задачей, обратной наращению процентов: по заданной будущей сумме FV, которую следует уплатить или получить через некоторое время, необходимо рассчитать современную, текущую сумму PV полученной ссуды или вклада в банк. Такая ситуация может возникнуть: при разработке контракта, при определении текущей стоимости векселя (см. главу "Операции с векселями") и в обычных жизненных условиях.

По формуле простых процентов (1.4)

$$PV = -\frac{FV}{1 + \frac{t}{T} r}, \qquad (1.9)$$

где t - срок финансовой сделки в днях, T - число дней в году, r - годовая процентная ставка. Знак минус указывает на то, что в финансовых операциях настоящая и будущая суммы всегда имеют противоположные знаки.

Расчет PV по FV необходим и тогда, когда проценты с суммы удерживаются вперед, непосредственно при выдаче кредита, ссуды. В этих случаях говорят, что сумма FV ***дисконтируется***, или ***учитывается***, сам процесс начисления процентов и их удержания называют ***учетом***, а удержанные проценты - ***дисконтом***, или скидкой D.

$$D=FV-PV, \qquad (1.10)$$

где FV и PV берутся в (1.10) по абсолютной величине.

Отношение v=PV/FV называют ***дисконтным*** или ***дисконтирующим множителем***. По формуле простых процентов

$$v=1/(1+\frac{t}{T} \cdot r). \qquad (1.11)$$

По формуле сложных процентов (1.6) текущая сумма вклада или текущая стоимость векселя записывается в виде

$$PV = -\frac{FV}{(1 + \frac{r}{m})^{m \cdot k}}, \qquad (1.12)$$

где m - число раз начисления процентов в году, k - срок дисконтирования.

Дисконтирующий множитель

$$v = \frac{1}{(1 + \frac{r}{m})^{m \cdot k}}. \qquad (1.13)$$

Пример 1.5 Клиент должен получить в конце года 10000 руб. На какой вклад ему выгоднее положить деньги: простой или срочный с ежемесячным начислением процентов. Годовая процентная ставка в обоих случаях 16%

Решение.

FV=10000
t=T
m=12
r=0,16
k=1

Дисконтирующий множитель по простым процентам

v=1/(1+r t/T)=1/(1+0,16)=0,862069,

PV= - FV·v =10000·0,862= - 8620,69 руб.

Дисконтирующий множитель по сложным процентам

v=1/(1+r/m)^(m k)=1/(1+0,16/12)^12=0,853045

PV=-FV v=10000·0,853045= - 8530,45 руб.

PV=?

Совершенно очевидно, что срочный вклад выгоднее клиенту, так как в начале года по нему нужно вложить на 90 руб. меньше, чем по простому вкладу.

Пример 1.6 Фирме предстоит через 10 лет уплатить за кредит банку $100 000. Номинальная ставка 28%. Проценты начисляются раз в полгода. Определите текущую стоимость кредита и дисконт банка.

Решение.

FV= -$100000
r=0,28
m=2
k=10
PV=? D=?

Текущая стоимость

PV=-(-100000)/(1+0,28/2)^(2·10)=$7276,17

Такую ничтожную сумму фирма получит в качестве кредита.

Дисконт банка

D=FV- PV =100000-7276,17=$92723,83

Такую величину составит доход банка.

1.3.4 Определение срока ссуды (вклада)

По формуле простых процентов (1.4) срок финансовой сделки определяется в днях t

$$t=\frac{T}{r}\left(\frac{FV}{PV}-1\right), \qquad (1.14)$$

где T принятое число дней в году (см. раздел 1.2).

По формуле сложных процентов (1.6) срок финансовой сделки определяется в годах k

$$k=\frac{\ln\left(\frac{FV}{PV}\right)}{m\cdot\ln\left(1+\frac{r}{m}\right)}. \qquad (1.15)$$

В выражениях (1.14) и (1.15) r - номинальная ставка; текущая PV и будущая FV суммы берутся по абсолютной величине.

Пример 1.7 Сколько лет нужно копить деньги при первоначальном взносе 5000 руб., годовой процентной ставке 18% и ежеквартальных начислениях, чтобы накопить 10000 руб.?

Решение.

PV=5000 руб.
FV=10000 руб.
r=0,18
m=4

k=?

k=ln(FV/PV)/ln(1+r/m)/m

k= ln(10000/5000)/ln(1+0,18/4)/4=3,937 ≈ 4 года.

1.3.5 Определение размера процентной ставки

Нередко возникает вопрос, под какую ставку нужно дать кредит в сумме PV, чтобы через определенный срок получить обратно сумму FV?

По формуле простых процентов

$$r=\frac{T}{t}\left(\frac{FV}{PV}-1\right). \qquad (1.16)$$

По формуле сложных процентов

$$r=m\cdot\left(\sqrt[m\cdot k]{\frac{FV}{PV}}-1\right). \qquad (1.17)$$

Пример 1.8 Фирма дала в кредит дочерней фирме 50 000 руб. сроком на 3 года с ежегодным начислением процентов. Под какой процент нужно дать кредит, чтобы вернуть 60 000 руб.?

Решение.

PV=50 000 руб.
FV=60 000 руб
k=3
m=1
r=?

r=m·((FV/PV)^(1/(m·k))-1)

r=(6/5)^(1/3)-1=0,06266

r ≈ 6,27%

1.3.6 Номинальная и эффективная ставки

Величину годовой процентной ставки r часто называют **номинальной** ставкой в отличие от процентной ставки за период r t/T или 1/m.

Для сравнения эффективности предложений различных банков по кредитным операциям их пересчитывают к ***эффективной процентной ставке*** $r_{эф}$, обеспечивающей ту же доходность, но при начислении процентов один раз в году. Сравнивая (1.6) с

$$FV + PV\,(1 + r_{эф})^{k} = 0,$$

получим

$$(1 + \frac{r}{m})^{m \cdot k} = (1 + r_{эф})^{k},$$

откуда

$$r_{эф} = (1 + \frac{r}{m})^{m} - 1 \qquad (1.7)$$

Пример 1.9 Определим эффективную годовую ставку в первых трех случаях примера 1.4.

Решение. Очевидно, что в четвертом случае, при ежегодных начислениях процентов, она составляет 12%. Для

m = 12 $r_{эф}$ =(1+0,12/12)^12-1=0,1268;

m = 4 $r_{эф}$ =(1+0,12/4)^4-1=0,1255;

m = 2 $r_{эф}$ =(1+0,12/2)^2-1=0,1236.

Как и следовало ожидать, ежемесячное начисление обеспечивает самую большую эффективную ставку.

Замена в договоре номинальной ставки r при m - разовом начислении процентов на эффективную $r_{эф}$ не изменяет финансовых обязательств участвующих сторон. Обе ставки эквивалентны в финансовом отношении. Вообще **разные по величине номинальные ставки являются эквивалентными, если соответствующие им эффективные ставки имеют одну и ту же величину.**

При подготовке контрактов может возникнуть необходимость в определении r по заданным значениям $r_{эф}$ и m. Из (1.7) находим

$$r = m \cdot (\sqrt[m]{1 + r_{эф}} - 1). \qquad (1.8)$$

1.4 НАЧИСЛЕНИЕ НАЛОГОВ И ПРОЦЕНТЫ

Во многих странах проценты облагаются налогом. Очевидно, что налог на проценты уменьшает наращенную сумму и реальную процентную ставку банка.

Пусть процентная ставка банка r, ставка налога на проценты *н*, начальная сумма банковского вклада PV, задан срок размещения вклада.

1) Простые проценты

Наращенная сумма вклада: $FV= PV\ (1+\frac{t}{T}\ r)$**,** где FV и PV взяты по абсолютной величине.

Проценты: $I= FV-PV= PV\frac{t}{T}r$

Проценты после уплаты налога: $I_н=I.\cdot(1- н)= PV\cdot\frac{t}{T}\cdot r\cdot(1- н)$

Наращенная сумма после уплаты налога:

$FV=PV+I_н= PV\cdot[1+\frac{t}{T}\cdot r\cdot(1- н)].$ (1.18)

2) Сложные проценты

Наращенная сумма вклада: $FV = PV\cdot(1+\frac{r}{m})^{m\cdot k}$.

Проценты: $I= FV-PV= PV\cdot[(1+\frac{r}{m})^{m\cdot k}-1]$.

Проценты после уплаты налога: $I_н=I\cdot(1- н)= PV\cdot[(1+\frac{r}{m})^{m\cdot k}-1]\cdot(1- н)$.

Наращенная сумма после уплаты налога

$FV=PV+I_н= PV\cdot[1+[(1+\frac{r}{m})^{m\cdot k}-1]\cdot(1- н)]$, откуда

$FV= PV\cdot[(1+\frac{r}{m})^{m\cdot k}\cdot(1-н)+н]$ (1.19)

Пример 1.10 Клиент внес в банк 1000 $ на год. Процентная ставка банка 16%. Налог на проценты 8%. Требуется определить сумму налога N, процент и наращенную сумму в двух случаях: 1) простых процентов; 2) сложных процентов при ежемесячном начислении процентов.

Решение.

PV=1000 $
r=0,16
н=0,08
t=T
k=1
m=12
$I_н$=?, FV=?

1) Простые проценты

а) Без налога

$I= PV\frac{t}{T}r=1000\cdot0,16=160$ $,

FV=PV+I=1160$.

б) С налогом

N=

$PV\cdot\frac{t}{T}\cdot r\cdot н=1000\cdot0,16\cdot0,08=12,8$ $

$I_н = PV\cdot\frac{t}{T}\cdot r\cdot(1- н)= 1000\cdot0,16\cdot(1-0,08)=147,2$ $

Можно записать

$I_н = I- N=160-12,8=147,2$ $

$FV=PV+ I_н =1147,2$ $

FV=PV+I=1172,27 $

1) Сложные проценты

а) Без налога

$I = PV \cdot [(1 + \frac{r}{m})^{m \cdot k} - 1] = 1000*[(1+0,16/12)^12-1] = 172,27$ $

б) С налогом

$I_н = PV \cdot [(1 + \frac{r}{m})^{m \cdot k} - 1] \cdot (1- н) = 172,27*(1-0,08) = 158,49$ $

$FV=PV+ I_н = 1158,49$ $; $N=I- I_н=172,27-158,49=13,78$ $

1.5 ПРОЦЕНТЫ И ИНФЛЯЦИЯ

1.5.1 Основные понятия

Инфляция – это обесценивание денег, обусловленное чрезмерным увеличением выпущенной в обращение массы бумажных денег и безналичных выплат по сравнению с реальным предложением платных товаров и услуг.

Проявляется инфляция в росте цен на товары. На одни товары цены могут расти, на другие – уменьшаться, но если наблюдается устойчивая тенденция массового повышения цен, то это уже инфляция.

Изменение цен на товары и услуги определяется при помощи индекса цен. Индекс цен численно равен отношению цен на товары, услуги или работы в один период времени к ценам этих же товаров, услуг или работ в другой период времени. Вводят понятие агрегатного индекса цен. Агрегатный индекс цен численно равен отношению цены группы товаров (услуг) за данный период к цене той же группы в базисном периоде. Индекс цен на потребительские и промышленные товары регулярно публикуется. Процентное изменение индекса потребительских цен называется уровнем инфляции.

Пусть S - некоторая сумма денег, имеющаяся у человека в данный момент; S_τ - сумма денег через некоторое время t , покупательная способность которой равна S . Вследствие инфляции $S_\tau > S$ и $S_\tau = S+\Delta S$, где ΔS - некоторая сумма денег, которая добавляется к S для сохранения стоимости годовой "потребительской корзины".

Основными показателями инфляции являются

1. средний годовой уровень инфляции $\tau = (S_\tau - S)/S = \Delta S/S$
2. годовой индекс инфляции $IN = S_\tau/S = 1+\tau$

Коэффициент падения покупательной способности денег определяется как величина, обратная индексу цен. В США за базисный год принят1967 г. Индекс цен в 1967 году считается за 100%. Индекс цен в 1985 г. равен 322,2%, то есть цены за это время выросли более, чем в 3 раза. Коэффициент падения покупательной способности денег за 1985 г. равен 1/3,222*100%=31,04%. Таким образом, реальная покупательная способность денег равна 31,04% от уровня 1967 года.

Индекс потребительских цен определяется по стоимости "потребительской корзины". Она определяется для трудоспособного мужчины на месяц: хлеба черного - 7 кг 20 г, белого - 3 кг 60 г, муки пшеничной - 540 г, макаронных изделий - 580 г, крупы - 630 г, картофеля - 15 кг, капусты - 2 кг 480 г, яблок - 1 кг 670 г, говядины - 1 кг, свинины - 1 кг 580 г, колбасных изделий -580 г, молока - 10 литров, масла - 500 г, яиц -26 штук, сахара - 2 кг 130 г, чая - 80 г, соли - 830 г.

В России стоимость "потребительской корзины" фиксируется к уровню сентября 1977 года.

Годовой индекс инфляции показывает, во сколько раз возрастает цена "потребительской корзины" за год. При инфляции потребители ускоренно стараются материализовать деньги в товары, что в некоторой степени стимулирует производство, способствует более быстрому обороту денег и развитию экономики. Поэтому в последнее время инфляции не приписывают исключительно деструктивных качеств, так как развитие без инфляции приводит к накоплению денег и оттоку их из производства.

1.5.2 Учет инфляции

1) Простые проценты

Определим годовую процентную ставку r_τ, которая бы обеспечила прибыль от наращения по годовой ставке r и покрывала потери от инфляции. Пусть без инфляции будущая сумма

$$FV = PV\ (1+\frac{t}{T}\ r). \qquad (1.20)$$

Наращенная сумма с учетом инфляции, имеющая ту же покупательную способность, что и без инфляции

$$FV_\tau = PV\cdot(1+\frac{t}{T}\ r_\tau). \qquad (1.21)$$

Естественно, что FV_τ больше FV,

$$FV_\tau = FV\cdot(1+\frac{t}{T}\tau). \qquad (1.22)$$

Из (1.20)-(1.22) получаем

$$FV_\tau = PV\cdot(1+\frac{t}{T}\ r_\tau)= PV\ (1+\frac{t}{T}\ r)\ (1+\frac{t}{T}\tau) \qquad (1.23)$$

и годовая процентная ставка, покрывающая инфляцию, должна быть больше, чем без инфляции.

$$r_\tau=r+\tau+\frac{t}{T}\ r\cdot\tau \qquad (1.24)$$

Коэффициент наращения с учетом инфляции

$$К_\tau=(1+\frac{t}{T}\ r)\ (1+\frac{t}{T}\tau). \qquad (1.25)$$

Он должен быть больше, чем без инфляции $К=(1+\frac{t}{T}\ r)$.

Пусть клиент делает вклад в размере PV в условиях инфляции с годовым уровнем τ. Банк обеспечивает ставку r_τ . Какова реальная годовая процентная ставка прибыли r?

Из (1.24) получаем

$$r = \frac{r_\tau - \tau}{1 + \frac{t}{T}\tau} \qquad (1.26)$$

Следовательно, реальная покупательная стоимость будущего вклада составит

$$FV=PV\cdot(1+\frac{t}{T}\ \frac{r_\tau - \tau}{1 + \frac{t}{T}\tau}). \qquad (1.27)$$

Пример 1.11 Фирма договорилась с банком о выделении кредита размером 300 тыс. руб. сроком на полгода под 22% годовых без учета инфляции (проценты простые). Ожидаемый годовой уровень инфляции 14%.Какую процентную ставку с учетом инфляции возьмет банк, каков при этом коэффициент наращения и дисконт банка? По (1.24)

Решение.

PV=300 тыс. руб.

r=0,22

τ=0,14

t/T=0,5

r_τ=? $К_\tau$=? D=?

$r_\tau=r+\tau+\frac{t}{T}\ r\cdot\tau=0,22+0,14+0,5\cdot0,22\cdot0,14=0,4454$, т.е. $r_\tau=44,54\%$

Согласно (1.25)

$К_\tau=(1+\frac{t}{T}\ r)\ (1+\frac{t}{T}\tau)=(1+0,5\cdot0,22)\cdot(1+0,5\cdot0,14)= 1,1877$

пришлось бы вернуть

Наращенная сумма

FV=PV·$К_\tau$=300·1,1877=356,31 тыс. руб. - такую сумму фирме придется вернуть банку с учетом инфляции.

Дисконт банка

Пример 1.12 Клиент оформляет вклад в размере 10000 руб. на 3 месяца под простые проценты из расчета 24% годовых. Годовой уровень инфляции 15%. Определите реальную годовую ставку банка и реальную покупательную способность будущего вклада

Решение
PV=10000 руб.
t/T=0,25
r_τ=0,24
τ=0,15
r=?

В соответствии с (1.26)

$$r = \frac{r_\tau - \tau}{1 + \frac{t}{T}\tau} = (0{,}24-0{,}15)/(1+0{,}25\cdot 0{,}15) = 0{,}086747,$$ т.е.

r=8,67%

На руки клиент получит

$$FV=PV\cdot\left(1+\frac{t}{T}\cdot r\right)=$$

$$10000\cdot(1+0{,}25\cdot 0{,}24)= 10600 \text{ руб.}$$

Их покупательная способность по формуле (1.27) составит

$$FV=PV\cdot\left(1+\frac{t}{T}\,\frac{r_\tau - \tau}{1 + \frac{t}{T}\tau}\right)=10000\cdot$$

$$(1+0{,}25\cdot 0{,}086747)=10216{,}87 \text{ руб.}$$

Инфляция "съела" большую часть дохода.

2) Сложные проценты и инфляция

Абсолютная величина будущей суммы по формуле сложных процентов находится из (1.6). Напомним, что k - это число лет вклада, а m - количество раз начисления процентов в году. Если известен средний коэффициент инфляции за k лет τ, то наращенная сумма с учетом инфляции

$$FV_\tau = PV\cdot\left(1+\frac{r}{m}\right)^{m\cdot k}\cdot(1+\tau)^k. \qquad (1.28)$$

С другой стороны,

$$FV_\tau = PV\cdot\left(1+\frac{r_\tau}{m}\right)^{m\cdot k}. \qquad (1.29)$$

Из сравнения (1.28) и (1.29) получаем $\left(1+\frac{r_\tau}{m}\right)^{m\cdot k}=\left(1+\frac{r}{m}\right)^{m\cdot k}\cdot(1+\tau)^k$, откуда

$$r_\tau = \left(1+\frac{r}{m}\right)\cdot\left((1+\tau)^{1/m}-1\right)\cdot m \qquad (1.30)$$

Коэффициент наращения в условиях инфляции должен быть больше, чем без инфляции

$$K=\left(1+\frac{r}{m}\right)^{m\cdot k}\cdot(1+\tau)^k. \qquad (1.31)$$

Реальная процентная ставка банка при инфляции ниже указанной банком r_τ. Из (1.30)

$$r = \left(\left(1+\frac{r_\tau}{m}\right)/(1+\tau)^{1/m}-1\right)\cdot m \qquad (1.32)$$

Пример 1.13 Банк выдал ссуду в размере 80 тыс. руб. на три года с начислением процентов каждые полгода. Процентная ставка банка 28%.

Среднеодовая инфляция ожидается на уровне 16%. Определите сумму, которую придется выплатить в конце срока, реальную ставку банка.	
Решение PV=80 r_τ=0,28 τ=0,16 k=3 m=2 FV=? r=?	Из (1.29) $FV = PV \cdot (1 + \frac{r_\tau}{m})^{m \cdot k}$ =80*(1+0,28/2)^(2*3)= 175,5978 тыс. руб. Из (1.32) $r = \left(\left(1 + \frac{r_\tau}{m} \right) / (1 + \tau)^{1/m} - 1 \right) \cdot m$ =((1+0,28/2)/(1+0,16)^(1/2)-1)*2=0,116927 r=11,69% - по такой ставке банк получит реальный доход.

Задачи

1.1 Ссуда в размере 100 тыс. руб. выдана с 10 января по 10 сентября включительно под ставку 22% годовых. Какую сумму заплатит должник в конце срока? Рассчитать тремя методами.

1.2 Выдан кредит в сумме 10 тысяч долларов с 15.02 по 15.05 под 18% годовых. Рассчитайте будущую сумму тремя способами.

1.3 Фирма должна выплатить по кредиту, взятому на 4 месяца под ставку 20% годовых, 180 тыс. руб. Какова была сумма кредита и каков коэффициент наращения?

1.4 Банк принимает срочные вклады на 3 месяца с объявленной годовой ставкой 12%, на полгода с годовой ставкой 12,5% и на год с годовой ставкой 13%. Как выгоднее положить вклад на два года?

1.5 Ссуда в 15000 долларов выдана на 2,5 года под ставку 25% годовых с ежеквартальным начислением процентов. Определите сумму конечного платежа и коэффициент наращения.

1.6 Банк предлагает кредиты на 3 года с ежеквартальным начислением процентов и на два года с ежемесячным начислением процентов. В обоих случаях годовая процентная ставка составляет 20%. Какой кредит выгоднее фирме? Сравните эффективные ставки в обоих случаях.

1.7 Годовая процентная ставка коммерческого банка 24%. Начисление процентов ежемесячное. На какой минимальный срок нужно поместить клиенту вклад в 30 тысяч рублей, чтобы наращенная сумма составила не менее 35 тысяч рублей?

1.8 Рассчитайте будущее значение вклада 1000 долларов через 5 лет в зависимости от ставки (5%, 10%, 15%, 20%. 25%, 30%)

1.9 Рассчитайте коэффициент наращения вклада под 15% годовых через 1, 2, 3 года при ежеквартальном и ежемесячном начислении процентов.

1.10 Для совершения сделки клиенту необходимо иметь через полгода 3 тыс. долларов наличными. В настоящее время у него только 2,6 тыс. долларов. Под какую минимальную номинальную ставку он должен положить деньги в коммерческий банк, чтобы иметь нужную сумму к указанному времени при ежемесячном начислении процентов?

1.11 Клиент внес в банк 20 тыс. рублей сроком три квартала. Процентная ставка банка 18%, налог на проценты 10%. Определите наращенную сумму и сумму налога в случае простых процентов и сложных процентов при ежеквартальном начислении налогов.

1.12 Фирма договорилась с банком о выделении кредита в 100 тыс. руб. на год под 25% (проценты простые) без учета инфляции. Ожидаемый годовой уровень инфляции 13%. Определите процентную ставку с учетом инфляции, коэффициент наращения и дисконт банка.

1.13 Коммерческий банк принимает вклады населения сроком на один квартал, обещая доход 24% годовых (простые проценты). Годовой уровень инфляции 18%. Определите процентную ставку банка и коэффициент наращения с учетом инфляции.

1.14 Молодоженам выдана льготная ипотечная ссуда на покупку квартиры 10 тыс. долларов под 5% годовых сроком на 3 года. Начисление процентов ежеквартальное. Средний годовой уровень инфляции 15%. Определите процентную ставку с учетом инфляции и ту сумму, которую придется вернуть в конце срока.

1.15 Месячные уровни инфляции 1,5%. Какой процент за годовой кредит должна взять финансовая компания, чтобы обеспечить доходность не менее 20% , если они начисляются ежемесячно?

1.16 Сумма наращивается по сложной процентной ставке 18% с начислением раз в квартал. Определите эффективную ставку.

1.17 Фирма дала дочерней фирме в долг на три года 200000 руб. с условием возврата 250000 руб. Вычислите годовую процентную ставку.

1.18 Выдан кредит 200000 руб. на три года. Проценты начисляются раз в квартал. Определите величину процентной ставки за период, если по договору возврат должен составить 250000 руб.

1.19 Определите доход клиента и налоговые деньги по срочному депозиту в 8 млн. руб. не 6 мес. с номинальной процентной ставкой 28% годовых, если процентная ставка налога 13%. Начисление процентов производится: а) поквартально; б) ежемесячно.

1.20 Фирма получила кредит в 40 тыс. руб. на 3 мес. под годовую процентную ставку 18%. Проценты простые. Месячный уровень инфляции 1,5%. Определите месячную процентную ставку с учетом инфляции и наращенную сумму.

1.21 Рассчитайте процентную ставку, которую должны давать коммерческие банки, если месячный уровень инфляции 1,5%. Проценты простые. Доходность вклада должна составлять не менее 18%.

1.22 Клиент внес в банк 14 тыс. руб. на срок с 14 марта по 20 апреля того же года. Годовая процентная ставка 12%, проценты простые. Определите наращенную сумму при расчете по: а) точным процентам с точным числом дней; б) банковскому методу; в) обыкновенным процентам с приближенным числом дней.

1.23 Определите наращенную сумму вклада в300 тыс. руб. при сроке вклада 2 года. Годовая процентная ставка 14%. Начисление процентов производится: а) один раз в год; б) по полугодиям; в) поквартально; г) ежемесячно.

Глава 2

ПОСТОЯННЫЕ РЕГУЛЯРНЫЕ ПОТОКИ ПЛАТЕЖЕЙ

2.1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

При проведении большинства финансовых операций возникают ***денежные потоки*** - чередующиеся в течение ограниченного или неограниченного промежутка времени поступления и выплаты денежных средств. Поток состоит из отдельных ***элементов потока - платежей***. **Поступления** денег считаются ***положительными платежами***, а **выплаты** - ***отрицательными***. В первой главе мы рассмотрели одноразовые поступления и выплаты и наращенные на них проценты. Денежный поток - это последовательность платежей разных направлений. Денежные потоки делятся:

- по распределению во времени - на ***регулярные*** (*периодические*) и ***нерегулярные***;
- по величине элементов - на ***постоянные*** и ***переменные.***

Периодические платежи могут осуществляться в конце периода - ***постнумерандо*** (обыкновенные) или в начале периода - ***пренумерандо***.

Денежный поток, элементы которого C*i* поступают через равные промежутки времени, называются ***финансовой рентой***. *Постоянная рента* предполагает получение или выплату одинаковых сумм C в течение всего срока операции.

В этой главе будут рассматриваться только периодические постоянные потоки платежей, то есть постоянные ренты. Будем сначала полагать, что число платежей m раз в году и их момент (пренумерандо или постнумерандо) совпадают с числом и моментом начисления процентов, причем процентная ставка не меняется в течение всего срока операции.

Существует три основных вида операций.

Срочным аннуитетом называется денежный поток с равными поступлениями C в течение ограниченного промежутка времени в конце каждого периода. Например, клиент вносит в банк первоначальную сумму, а в обмен получает серию периодических выплат в течение срока действия договора. В конце срока договора ему причитается получить сумму FV.

Банковский кредит - это аннуитет наоборот. Клиент получает денежную ссуду PV, а потом выплачивает свой долг равными пл:C ами C в течение срока погашения кредита. В конце срока операции ему остается выплатить сумму FV.

Накопление периодическими взносами (формирование денежных фондов). В начале срока финансовой сделки вносится вклад в размере PV и через равные промежутки времени к нему добавляются суммы C. К концу срока сделки с учетом начисленных процентов накопится сумма FV.

Анализ потока платежей предполагает решение

а) *прямой задачи*, когда проводится оценка с позиции будущего, т. е. вычисляется сумма всех платежей с начисленными процентами на конец срока проведения операции;

б) *обратной задачи*, когда проводится оценка с позиции настоящего, т. е. определяется современная стоимость всех платежей, приведенная на момент начала операции.

2.2 БУДУЩАЯ СУММА ПРЕНУМЕРАНДО И ПОСТНУМЕРАНДО БЕЗ ПЕРВОНАЧАЛЬНОЙ СУММЫ

2.2.1 Рента пренумерандо

Пусть одинаковые платежи размером C (cost – стоимость) осуществляются пренумерандо в течение n периодов. На них нарастают проценты по номинальной (ежегодной) процентной ставке r. Сначала рассмотрим C по абсолютной величине.

В начале первого периода осуществлен взнос C. К концу периода на него нарастут проценты, и будущая сумма составит

$$FV_1 = C\cdot(1 + r).$$

В начале второго периода внесена сумма C, а к концу второго периода на нее и на FV_1опять нарастут проценты

$$FV_2=C\cdot(1+r)+C\cdot(1+r)^2.$$

К концу третьего периода

$$FV_3 = C\cdot(1+r)+C\cdot(1+r)^2+C\cdot(1+r)^3 \text{ и т. д.}$$

К концу n-ого периода будущая сумма составит

$$FV_n = C\cdot(1+r)+C\cdot(1+r)^2+\ldots+C\cdot(1+r)^n = C\cdot(1+r)\cdot\left[1+(1+r)+\ldots+(1+r)^{n-1}\right].$$

Нетрудно видеть, что это сумма геометрической прогрессии с общим членом

$$a_n = a_1\cdot q^{n-1}, \text{ где } a_1 = C\cdot(1+r), \text{ а } q=1+r.$$

Как известно из школьного курса [7], сумма такой геометрической прогрессии

$$S_n = \frac{a_1(q^n-1)}{q-1}.$$

Таким образом, получаем

$$FV_n = C\,\frac{(1+r)\left[(1+r)^n-1\right]}{r}.$$

Если взносы осуществляются m раз в году в течение k лет, то число периодов сделки n=k·m, а процентная ставка за период составляет r/m. В этом случае

$$FV = \frac{c(1+\frac{r}{m})\left[(1+\frac{r}{m})^{mk}-1\right]}{\frac{r}{m}}. \qquad (2.1)$$

2.2.2 Рента постнумерандо

Те же условия, что в разделе 2.2.1, но рента вносится в конце каждого периода – постнумерандо.
К концу первого периода сделан взнос C и $FV_1=C$
К концу второго периода снова сделан взнос C, а на FV_1 наросли проценты:

$$FV_2 = C+C\cdot(1+r).$$

К концу третьего: $FV_3=C+C\cdot(1+r)+C\cdot(1+r)^2$ и т. д.
Будущая сумма к концу n-ого периода

$$FV_n = C+(1+r)+C(1+r)^2+\ldots+C(1+r)^{n-1}.$$

Это геометрическая прогрессия с первым членом $a_1=C$ и частным q=(1+r). Следовательно,

$$FV_n = \frac{C\cdot\left[(1+r)^n-1\right]}{r}.$$

Если взносы осуществляются m раз в году в течение k лет, то n=m·k

$$FV = \frac{C\cdot\left[\left(1+\frac{r}{m}\right)^{m\cdot k}-1\right]}{\frac{r}{m}}. \qquad (2.2)$$

Формулы (2.1) и (2.2) можно объединить в одну.

$$FV = \frac{C\left[\left(1+\frac{r}{m}\right)^{m\cdot k}-1\right]\left(1+\frac{r}{m}\cdot mun\right)}{\frac{r}{m}} \qquad (2.3)$$

Здесь тип=0, для взносов постумерандо,

тип=1, для взносов пренумерандо.

Очевидно, что при выплатах пренумерандо абсолютная величина будущей накопленной суммы больше.

Поскольку выплаты С и конечная сумма имеют, как правило, разные знаки (-С; -С;-С; FV) или (С; С;С; -FV), то их сводят в уравнение эквивалентности

$$FV + C\frac{\left[\left(1+\frac{r}{m}\right)^{mk}-1\right]\left(1+\frac{r}{m}mun\right)}{\frac{r}{m}} = 0 \qquad (2.4)$$

Напомним, что в выражениях (2.1) – (2.4) величина m – это число взносов и начислений процентов в году.

При ежемесячных взносах m=12;

при ежеквартальных взносах m=4;

при взносах раз в полгода m=2;

при ежегодных взносах m=1.

Пример 2.1. Сколько денег можно накопить в банке в течение года, внося ежемесячно по300 руб. во вклад под 18% годовых?

Решение

C=-300 руб.
r=0,18
k=1
m=1,2
FV=?

Первый случай – взносы постнумерандо (тип=0)

$$FV = -(-300)\frac{1+0{,}18/12)^{12}-1}{\frac{0{,}18}{12}} = 3912{,}36\ руб.$$

Второй случай –взносы пренумерандо (тип =1)

$$FV = -(-300)\frac{1+0{,}18/12)^{12}-1}{\frac{0{,}18}{12}}(1+0{,}18/12) = 3971{,}05\ руб.$$

Если бы мы копили эти деньги в банке из под кофе, то в конце года имели бы только

FV=300*12=3600 руб.

Таким образом, в обоих случаях за счет процентов банк нам приплачивает в конце года больше трехсот руб. Однако во втором случае (выплаты в начале каждого месяца) мы получим почти на 60 руб. больше.

2.3 УРАВНЕНИЕ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ В ОБЩЕМ ВИДЕ

В первой главе мы вывели уравнение эквивалентности (1.6) между одноразовым взносом и накопленной к концу срока финансовой сделки суммой FV при условии наращивания процентов по номинальной ставке r. В этом уравнении не учитывались периодические платежи С. В разделе 2.2.2 выведено уравнение эквивалентности (2.4), связывающее периодические платежи С и накопленную сумму FV при условии, что не было первоначального взноса PV.

В повседневных финансовых операциях накопления денег, кредитования, аннуитета (см. раздел 2.1) фигурируют как первоначальные, так и периодические взносы.

Все эти ситуации описываются общим эквивалентным уравнением, объединяющим уравнения (1.6) и (2.4)

$$FV + PV\ (1+\frac{r}{m})^{mk} + C\ \frac{\left[(1+\frac{r}{m})^{m\cdot k}-1\right](1+\frac{r}{m}\cdot mun)}{\frac{r}{m}} = 0 \qquad (2.5)$$

Из этого уравнения можно определить одну из величин как функцию остальных:

1. FV=f(PV,C,r,m,k) – будущую сумму в любой момент;
2. PV=f(FV,C,r,m,k) – текущую сумму, пересчитанную к любому моменту финансовой сделки;
3. C=f(PV,FV,r,m,k) – выплаты;
4. k=f(PV,FV,C,r,m) – срок договора;
5. r=f(PV,FV,C,m,k) – норму, годовую процентную ставку.

2.3.1 Определение будущей суммы

Пример 2.2 Изменим условия примера 2.1. Пусть в начале срока вложена сумма PV=1000 руб. Ежемесячно вносится еще по 300 руб. Годовая процентная ставка 18%. Как при этом изменятся суммы в конце года постнумерандо и пренумерандо.

Решение

PV=-1000 руб.
c=-300 руб.
r=0,18
k=1
m=12

FV=?

1) Взносы постнумерандо.

$$FV = -(-1000)(1+\frac{0,18}{12})^{12} - (-300)\frac{(1+\frac{0,18}{12})^{12}-1}{\frac{0,18}{12}} = 5107,98\ руб.$$

2) Взносы пренумерандо.

$$FV = 5107,98\ (1+\frac{0,18}{12}) = 5166,67\ руб.$$

2.3.2 Определение текущей суммы

Из уравнения (2.5) получим в общем виде

$$PV = -\left[FV + C\ \frac{\left[(1+r/m)^{m\cdot k}\right]\cdot(1+r/m\cdot mun)}{r/m}\right]\cdot(1+r/m)^{-m\cdot k}. \qquad (2.6)$$

Откуда

$$PV = -FV\ (1+r/m)^{-km} - C\cdot\frac{\left[1-(1+r/m)^{-km}\right]\cdot(1+r/m\cdot mun)}{r/m} \qquad (2.7)$$

Пример 2.3. Пенсионер получил наследство и хотел бы заключить договор с пенсионным фондом с условием получения 500 руб. в конце (начале) каждого месяца на протяжении 5 лет. Какая сумма обеспечит получение такого дохода при процентной ставке 24% годовых?

Решение.

FV=0
C=500
r=0,24
k=5
m=12

PV=?

1) Выплаты в конце месяца (тип=0)

$$PV = -C\frac{1-(1+r/m)^{-km}}{r/m} = -500\ \frac{1-(1+\frac{0,24}{12})^{-(5\cdot 12)}}{\frac{0,24}{12}} = -17\ 380\ ,44\ руб\ .$$

2) Выплаты в начале месяца (тип=1)

$$PV = -C\frac{\left[1-(1+r/m)^{-km}\right](1+r/m)}{r/m} = -17\ 728\ ,05\ руб\ .$$

Как видим, во втором случае вклад должен быть значительнее почти на 350 руб. Знак минус показывает, что первоначальную сумму PV нужно отдать в банк.

Сколько денег пришлось бы пенсионеру положить в шкатулку, чтобы вынимать из нее по 500 руб. ежемесячно в течение 5 лет?

PV=500·12·5=30000 руб.

В обоих случаях банк за счет процентов доплачивает больше 12000 руб.

2.3.3 Определение периодических выплат

Какую сумму C нужно вносить регулярно в начале (в конце) периода, чтобы при первоначальном взносе PV и годовой процентной ставке r через n=m·k периодов накопить капитал FV? Из (2.5) имеем

$$C = -\frac{\left(FV + PV\cdot(1+r/m)^{m\cdot k}\right)\cdot r/m}{\left((1+r/m)^{m\cdot r}-1\right)\cdot(1+r/m\cdot mun)}. \qquad (2.8)$$

Пример 2.4 Родители решили накопить за 18 лет на образование ребенка 50000 руб. Банк обеспечивает 6% годовых по вкладу. Сколько денег нужно вносить в конце каждого месяца?

Решение

FV=50000 руб.
PV=0

r=0,06
k=18
m=12

C=?

$$C = -\frac{FV\cdot r/m}{(1+r/m)^{m\cdot k}-1} = -\frac{50000\cdot 0,06/12}{(1+0,06/12)^{12\cdot 18}-1} = -129\ ,08\ руб\ .$$

За 18 лет родители внесут в банк 129,08·18·12=27881,28 руб.
Остальные 50000 – 27881,28=22118,72 руб. доплатит банк.

2.3.4 Расчет срока ренты

При разработке условий контракта иногда возникает необходимость в определении срока ренты. Решая уравнение (2.5) относительно числа лет k, получим

$$k = \frac{1}{m} \cdot \frac{\ln\left(\frac{C \cdot (1 + r/m \cdot mun) - FV \cdot r/m}{C \cdot (1 + r/m \cdot mun) + PV \cdot r/m}\right)}{\ln(1 + r/m)} \qquad (2.9)$$

Пример 2.5 Фирме нужно выплатить долг 300 млн. руб. ежегодными платежами по 111,52 млн. руб. Процентная ставка согласно договору между кредитором и фирмой установлена 12% годовых. Нужно определить срок платежа.

Решение

PV=300 млн. руб.
FV=0
C=-111,52 млн. руб.
r=0,12
m=1
тип=1

k=?

Фирма выплачивает долг, пока сумма его не станет равной нулю.
По формуле (2.9)

$$k = \frac{\ln\left[\frac{-111{,}52 \cdot (1 + 0{,}12)}{-111{,}52 \cdot (1 + 0{,}12) + 300 \cdot 0{,}12}\right]}{\ln(1 + 0{,}12)} = 3{,}00 \text{ года}$$

За это время с учетом процентов фирма выплатит сумму

S=-111,52·3=-334,56 млн. руб.

Переплата по процентам составит 34,56 млн. руб.

Пример 2.6 Акционерное общество решило создать резервный фонд в размере 600 млн. руб. Взносы в размере 66,834 млн. руб. вносятся в конце каждого года под годовую процентную ставку 16%. Сколько времени будет формироваться фонд?

Решение.

PV=0
FV=600 млн. руб.
C=-66,834 млн. руб.
r=0,16
m=1
тип=0

k=?

По формуле (2.9)

$$k = \frac{\ln\left(\frac{-66{,}834 - 600 \cdot 0{,}16}{-66{,}834}\right)}{\ln(1 + 0{,}16)} \approx 6 \text{ лет}$$

2.3.5 Определение размера процентной ставки

Необходимость в определении величины процентной ставки возникает всякий раз, когда речь идет о выяснении эффективности (доходности) соответствующей финансово – банковской или коммерческой операции. Вопрос стоит так, под какую процентную ставку r нужно дать кредит в сумме PV, чтобы при периодических выплатах C через n периодов получить обратно сумму FV? Однако, расчет ставки по остальным параметрам ренты не так прост. Величина r не выражается в явном виде из уравнения (2.5). Поэтому необходимо решить нелинейное уравнение (2.5) относительно r. Раньше его решали методом линейной интерполяции или итерационным методом ([2], раздел 7.5). Сейчас эта задача и все остальные примеры и задачи, рассмотренные в главах 1, 2, легко решаются с помощью финансовых функций в Excel.

2.4 РЕШЕНИЕ ФИНАНСОВЫХ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ ФИНАНСОВЫХ ФУНКЦИЙ EXCEL

2.4.1 Общие рекомендации

Перечисленные ниже функции Excel применимы только в случаях, если процентная ставка r и выплаты с постоянны и моменты и количества m начисления процентов в году совпадают с моментами и количеством выплат.

Для расчетов Excel использует приведенную выше формулу (2.5)

$$FV + PV\ (1+r/m)^{k\cdot m} + C\ \frac{\left((1+r/m)^{m\cdot k}-1\right)\cdot(1+r/m\cdot mun)}{r/m} = 0$$

В финансовых функциях Excel необходимо строго учитывать знаки величин PV, FV и C. Когда мы отдаем какую – либо величину, ставим перед ней знак минус, если получаем – плюс.

Все финансовые функции Excel входят в **Пакет анализа**. Если Вы выбрали команду меню **Вставка**, и в развернувшемся подменю не появилась команда **f_x функции**, или если в панели инструментов нет кнопки f_x , то вызовите Пакет анализа.

Для этого

1) Сервис → Надстройки
2) В появившемся окне **Надстройки** найдите "Пакет анализа" и поставьте перед ним галочку.
3) ОК

Если Пакета анализа нет в Office на ЭВМ, его нужно догрузить с CD – ROM.

2.4.2 Вызов финансовых функций

Вызов всех финансовых функций в Excel производится одинаково

1) fx
2) Появляется окно Мастер функций – шаг 1 из 2.
3) В списке Категория: выбираем Финансовые.
4) В окне Функция появляется алфавитный список всех финансовых функций.
5) Выбираем нужную – ОК
6) Появляется окно выбранной функции.

В его поля нужно ввести заданные значения. Если какое – либо значение равно нулю, это поле можно не заполнять. Если рента постнумерандо, поле **Тип** тоже можно не заполнять.

Не забывайте в поле **Норма** вводить величину процентной ставки за период r/m, а в поле **Число – периодов** – число периодов выплат или начисления процентов n=k·m.

7) ОК

2.4.3 Вычисление будущего значения

В Excel будущему значению FV соответствует функция

БЗ(Норма; Число_периодов; Выплата ;НЗ; тип). (2.10)

В принятых в данной работе обозначениях

FV=БЗ(r/m; k·m; C; PV; тип). (2.10а)

Рассмотрим **пример 1.2** (простые проценты, выплаты отсутствуют)

Пенсионер положил 3000 руб. на срочный пенсионный вклад на полгода под 14% годовых. Какая сумма у него накопится в конце срока.

Решение

PV=-3000 руб., r=12, C=0, k=0,5, m=2, FV=

FV=БЗ(0,12/12;5·12;;-50000)=90834,83 руб.

Результаты совпали.

Рассмотрим **пример 1.4** (сложные проценты, выплаты отсутствуют)

Решение.

PV=-50000 руб.

C=0

FV=БЗ(0,12/12; 5*12;;-50000)=90834,83 руб.

Результаты совпали.

m=12
r=0,12
k=5

FV=?

Рассмотрим **пример 2.2** (сложные проценты с выплатами)

Решение.

PV=-1000руб.
C=-300руб.
r=0.18
k=1
m=12

FV=?

FV=БЗ(0,18/12;12;-300;-1000)=5107,98руб.

Результаты совпали

2.4.4 Расчет текущей суммы

В Excel текущему значению PV соответствует функция первоначальное значение

ПЗ(Норма; Кпер; Выплата; Бс; тип). (2.11)

В принятых здесь обозначениях

PV=ПЗ(r/m; k*m; C; FV; тип). (2.11a)

Рассмотрим **пример 2.3**

Рассчитаем выплаты с начала месяца

FV=0
C=500
r=0,24
k=5
m=12

PV=?

PV=ПЗ(0,24/12; 5*12; 500; ; 1)= -17728,05 руб.

2.4.5 Определение периодических выплат

В Excel периодические выплаты C определяет функция

ППЛАТ(Норма; Кпер; Нз; Бс; тип). (2.12)

В принятых здесь обозначениях

C=ППЛАТ(r/m; k*m; PV; FV; тип). (2.12a)

Рассмотрим **пример 2.4**

FV=50000руб.
PV=0
r=0,06
k=18
m=12

C=?

C=ППЛАТ(0,06/12; 18*12; ;50000)= -129,08руб.

2.4.6 Расчет срока ренты

Функция Excel

КПЕР(Норма; Выплата; Нз; Бс; Тип) (2.13)

вычисляет количество периодов выплат или начислений процентов $n = m \cdot k$.
В принятых здесь обозначениях

n=КПЕР(r/m; C; PV; FV; Тип). (2.13 а)

Рассмотрим **пример 2.6**

Решение.

PV = 300 млн. руб.
FV = 0
C = - 111,52 млн. руб.
r = 0,12
m = 1
тип = 1

n = КПЕР (0,12; - 111,52; 300; ; 1) = 3,00

k = n/m = 3,00 года

k = ?

2.4.7 Определение размера процентной ставки

Особенно изящно решается с помощью Excel задача о нахождении процентной ставки за период, или нормы прибыли за период, или эффективности финансовой сделки за период. Для этого служит функция

НОРМА (кпер; выплата; нз; бс; тип; предположение). (2.14)

Функция Норма фактически решает методом последовательных приближений нелинейное уравнение (2.5) относительно r/m при заданных остальных значениях входящих в уравнение параметров. Поэтому требуется задавать начальное приближение (предположение) ставки за период. По умолчанию оно принимается равным 10%. Как правило, предположение можно не вводить. Однако, если ЭВМ не может решить уравнение с этим начальным приближением и выдает ответ: #ЧИСЛО, то следует попытаться решить задачу с другим начальным приближением.

В принятых в работе обозначениях

r = НОРМА (k·m; C; PV; FV; тип; начальное_приближение). (2.14а)

Пример 2.7

Финансовая компания дала в кредит фирме 1 млн. руб. на 3 года с условием погашения равномерными платежами раз в полгода по 200 000 руб. и выплатой в конце срока 250 000 руб. Определите, выгодна ли эта сделка компании, если банк обеспечивает 18% годовых.

Решение

PV=-1 000 000 руб.
C=200 000 руб.
FV=250 000 руб.
k=3
m=2
r=0,18

Если компания отдает деньги в кредит, то процентная ставка за полгода составит

r =НОРМА(3*2; 0,2; -1; 0,25)=10,37%.

Следовательно, эффективность этой сделки

$r_{эфф}$=10,37·2=20,74%

Она выше ставки банка r=18%. Следовательно, для компании эта сделка выгодна.

$r_{эфф}$=?

,

2.5 ВЫБОР БАНКА КРЕДИТОВАНИЯ И СОСТАВЛЕНИЕ ПЛАНА ПОГАШЕНИЯ КРЕДИТА

2.5.1 Постановка задачи

Пример 2.8

Фирма собирается взять на расширение производства кредит в размере 500 000 долларов сроком на 5 лет с погашением равномерными платежами основного долга и процентов в конце каждого года. Фирма направила запросы на финансирование в 3 банка, из которых пришли ответы с соответствующими условиями (таблица 2.1).

Требуется: 1) сравнить условия и выбрать банк, обеспечивающий наименьшее отношение; $\frac{выплаты}{получено}$;

2) составить план погашения кредита по годам.

Расчет проведем в Excel.

2.5.2 Выбор банка кредитования

На листе, который назовем “Кредит”, введем исходные данные и рассчитаем отношение выплаты/получено для каждого банка.

Таблица 2.1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
	Выбор кредита									
	Входные данные						Выходные данные			
	Банк	**Объем кредита**	**Выдача**	**Плата за оформление**	**Ставка (%)**	**Срок (лет)**	**Дизажио**	**Получено**	**Выплаты**	**Выплаты/Получено**
	Альфа Банк	$500 000	0,96	$300	24,0 %	5	20000	$479 700	-$182 123,86	0,379662
	НДБ	$500 000	0,965	$250	23,5 %	5	17500	$482 250	-$180 233,77	0,3737351
	ИНКБ	$500 000	0,95	$350	22,0 %	5	25000	$474 650	-$174 602,97	0,3678562

Кредит

Пояснение: в графе “Выдача” показано, какую часть от запрашиваемой ссуды выдает банк. Кое - что (дизажио) банк оставляет себе, как плату за риск финансовой сделки.

Ввод данных.

1. Для того, чтобы заголовки помещались в одной строке,
   1.1 выделим строку 3;
   1.2 Формат – Ячейки;
   1.3 в открывшемся окне выбираем вкладку Выравнивание;
   1.4 ☑ переносить по словам (щелчок слева по квадратику - появляется галочка); ОК.
2. Столбцы B4:B6 и D4:D6 форматируем в долларах:
   2.1 выделяем первый блок B4:B6;
   2.2 нажимаем клавишу Ctrl и, не отпуская ее, выделяем второй блок D4:D6;
   2.3 Формат – Ячейки – Число – Денежный;
   2.4 в поле Обозначения: выбираем $; ОК.
3. Прежде, чем вводить проценты, отформатируем блок F4:F6 в процентах:
   3.1 выделяем блок;
   3.2 Формат – Ячейки – Число – Процентный;
   3.3 в поле Число десятичных знаков: 1

3.4 ОК.

4. Вводим все заголовки и данные.

Расчет

1. Рассчитаем дизажио в ячейке G4 по формуле $500000 \cdot (1 - 0{,}96)$

В Excel эта формула выглядит так =B4*(1 – C4)

2. Вычислим в ячейке H4, что получила фирма на руки от первого банка, по формуле

$$П=500000 - 500000(1 - 0{,}96) - 300$$

В Excel в ячейку H4 введем соответствующую ей формулу =B4 – G4 – D4

3. Вычислим ежегодные выплаты, которые фирма должна возвращать банку

В данном примере

PV=$500000

FV=0 – кредит через 5 лет должен быть погашен.

r=0,24; k=5 лет; m=1; тип=0

По формуле (2.8)

$$C = -\frac{500000 \cdot (1 + 0{,}24)^5 \cdot 0{,}24}{(1 + 0{,}24)^5 - 1} = -182123{,}86 \quad .$$

В Excel вычислим выплаты с помощью финансовой функции

ППЛАТ(Норма; Кпер; Нз; БС; тип).

В ячейку I4 введем функцию ППЛАТ(E4; F4; B4).

Естественно, что выплата получается отрицательной величиной – фирме придется деньги возвращать.

4. Рассчитаем отношение выплаты/получено (С/П). Для удобства восприятия возьмем их по абсолютной величине. Для этого в ячейку J4 введем формулу

=ABS(I4/H4)

5. Проведем аналогичные расчеты для всех остальных банков. Для этого:

5.1 Выделим блок G4:J4;

5.2 Скопируем формулы на блок G5:J6.

Вывод

Хотя банк ИНБК больше всех оставляет себе плату за страх и за оформление, но он предлагает наиболее низкий процент кредита 22%. Поэтому его условия оказались самыми выгодными, отношение выплаты к получению самым низким. Именно с ним фирма заключила финансовую сделку.

Остается отформатировать лист Кредит, как показано в таблице 2.1.

2.5.3 План погашения кредита

Excel позволяет отдельно рассчитать плату по процентам и выплату основного долга по годам. Для этого существуют финансовые функции:

ПЛПРОЦ(Норма; Период; Кпер; Тс; Бс)

и

ОСНПЛАТ(Норма; Период; Кпер; Тс; Бс).

В обозначениях, принятых в данной работе, приведенные формулы запишутся в виде

ПЛПРОЦ(r/m; i; m·k; PV; FV)

и

ОСНПЛАТ(r/m; i; m·k; PV; FV).

Здесь

Период, или i, – номер периода, для которого вычисляется выплата основного долга или процентов по долгу

1. На листе, который назовем Погашение, введем заголовки и года погашения кредита (Таблица 2.2).

Таблица 2.2

	A	B	C	D
1	**План погашения кредита**			
2				
3	**Год**	**Плата по процентам**	**Погашение основного долга**	**Остаток**
4	1	-$110 000,00	-$64 602,97	$435 397,03
5	2	-$95 787,35	-$78 815,62	$356 581,41
6	3	-$78 447,91	-$96 155,06	$260 426,36
7	4	-$57 293,80	-$117 309,17	$143 117,19
8	5	-$31 485,78	-$143 117,19	-$0,00
9				
1	FV=	$1 351 354,08	$1 351 354,08	

Погашение

2. В ячейку B4 вводим формулу

ПЛПРОЦ(Кредит!$E$6; Погашение!A4; Кредит!$F$6; Кредит!$B$6)

Вызов функции осуществляется так же, как вызов других финансовых функций.

2.1 Первый аргумент функции – Норма, берется с листа Кредит из ячейки E6. знаки долларов в адресе ячейки показывают, что адрес этой ячейки не должен меняться ни при каких манипуляциях. Для того, чтобы набрать этот адрес:

а) щелкаем по ярлыку листа Кредит;

б) щелкаем по ячейке E6 этого листа;

в) нажимаем клавишу F4. Появляются значки $: $F$4.

2.2 Второй аргумент – номер года i является относительным адресом. Он берется с листа Погашение.

2.3 Четвертый и пятый аргументы - срок договора и сумма кредита берутся из соответствующих ячеек листа Кредит. Они являются абсолютными адресами.

2.4 ОК.

Если вместо числа в ячейке появляются решетки #, это значит, что результат не вписывается в размеры ячейки. Нужно раздвинуть ячейку (поставить курсор между столбцами B и C, добиться курсора вида ⇹ и при нажатой левой клавише мыши потянуть курсор вправо).

3. Аналогично вводим в ячейку C4 функцию

ОСНПЛАТ(Кредит!$E$6;A4;Кредит!$F$6;A4; Кредит!$B$6).

Если сравним результаты в ячейках B4 и C4 листа Погашение с величиной в ячейке I4 листа Кредит, то убедимся, что плата по процентам и плата по основному долгу в сумме равны ежегодной выплате.

4. Скопировав формулы из блока B4:C4 на блок B5:C8, убедимся, что из общей выплаты все меньше приходятся с годами выплаты по процентам и все больше по основному долгу.

5. Проследим, какой же долг остается за фирмой по годам.

5.1 В конце первого года он равен разности между ссудой и абсолютной величиной погашения долга за первый год.

В ячейку D4 вводим формулу

=Кредит!B6+Погашение!C4

5.2 В конце второго года останется разность между полученным результатом в D4 и абсолютной величиной погашения долга за второй год.

В ячейке D5 записываем формулу

=D4+C5

5.3 Копируем эту формулу в оставшиеся ячейки. В конце пятого года долг равен $0.

Вычислим, какую сумму выплатила фирма за весь срок кредита.

PV=0
C=-$174602,97
m=1
k=5
r=0,22
Тип=0
FV=?

По формуле (2.3)

$$FV = -C\frac{\left((1+r)^k - 1\right)}{r} = -(-174\ 602\ ,97)\frac{1,22^{5} - 1}{0,22} = \$1\ 351\ \ 354\ ,08$$

Вычислим FV по этой формуле в ячейке B10.В ячейке C10 проверим ее с помощью функции

БЗ(Кредит!E6; Кредит!F6!; Кредит!I7)=$1351 354,08

Как видим, результаты совпали.

Фирма переплачивает за срок 5 лет больше 800 тыс. долларов, то есть переплачивает в 1,6 раза больше, чем берет (платит в 2,6 раза больше, чем берет)! А это по нашим меркам еще божеский кредит.

2.6 ВЫПЛАТЫ p РАЗ В ГОДУ, А НАЧИСЛЕНИЕ ПРОЦЕНТОВ m РАЗ В ГОДУ

Определим теперь абсолютное значение наращенной суммы для наиболее общего случая: p - срочная рента с начислением процентов m раз в году.

Пусть C - это постоянная рента, начисляемая p раз в году. Число выплат ренты за k лет равно k·p. Количество начислений процентов в году равно m.

За период m/p года на каждую выплату C нарастают проценты в размере $(1+\frac{r}{m})^{m/p}$.

1) Если выплаты идут пренумерандо, то к концу k·p-ого периода сумма выплат составит

$$FV=C\cdot(1+r/m)^{m/p}+ C\cdot (1+r/m)^{2m/p}+\cdots+ C\cdot (1+r/m)^{k\cdot p\cdot m/p}=$$

$$=C\cdot (1+r/m)^{m/p}\cdot [1+ (1+r/m)^{m/p}+\cdots+ (1+r/m)^{(kp-1)\cdot m/p}].$$

Это сумма геометрической прогрессии с первым членом

$$a = C\cdot(1+r/m)^{m/p} \text{ и частным } q= (1+r/m)^{m/p}.$$

Она равна [7]

$$FV=C\cdot (1+r/m)^{m/p}\cdot \frac{(1 + r/m)^{k\cdot p\cdot m/p} - 1}{(1 + r/m)^{m/p} - 1}.$$

При p=m эта формула плавно переходит в (2.1).

2) Если выплаты поступают постнумерандо, то к концу k-ого года сумма выплат составит

$$FV=C+ C(1+r/m)^{m/p}+\cdots+ C(1+r/m)^{(kp-1)\cdot m/p}$$

В этом случае

$$FV=C\frac{(1 + r/m)^{k\cdot p\cdot m/p} - 1}{(1 + r/m)^{m/p} - 1}.$$

При p=m эта формула переходит в (2.2).

Обе формулы объединим в одну

$$FV=C\frac{(1 + r/m)^{k\cdot p\cdot m/p} - 1}{(1 + r/m)^{m/p} - 1}\cdot(1+r/m\cdot тип)^{m/p}. \qquad (2.15)$$

тип=1 для выплат пренумерандо и тип=0 для выплат постнумерандо.

Уравнение эквивалентности приобретает вид

$$FV+PV(1+r/m)^{m\cdot k} + C\frac{(1+r/m)^{k\cdot m}-1}{(1+r/m)^{m/p}-1}\cdot(1+r/m\cdot тип)^{m/p}=0 \qquad (2.16)$$

Из него можно определить любые из восьми величин FV, PV, c, r, k, m, p через остальные семь.

Пример 2.9

Создается страховой фонд фирмы общей суммой 10 млн. руб. Фонд должен быть создан в течение 5 лет. Взносы в фонд производятся ежемесячно пренумерандо. Проценты начисляются ежеквартально по процентной ставке 18% годовых. Определите размер платежа и сумму, накопленную через 3 года.

Решение.

PV=0
FV=10 млн. руб.
k=5
p=12
m=4
r=0,18

C=? FV(k=3) =?

Из (2.16)

$$C=-FV\frac{(1+r/m)^{m/p}-1}{\left((1+r/m)^{m\cdot k}-1\right)(1+r/m)^{m/p}}$$

$$C=-10\frac{(1+0{,}18/4)^{4/12}-1}{\left((1+0{,}18/4)^{4\cdot 5}-1\right)\cdot(1+0{,}18/4)^{4/12}}=-0{,}103\ 174\ млн.\ руб.$$

Такую сумму фирме следует начислять ежемесячно в страховой фонд.

Через 3 года сумма фонда составит

$$FV_3=-(-0{,}103174)\cdot\frac{(1+0{,}18/4)^{4\cdot 3}-1}{(1+0{,}18/4)^{4/12}-1}(1+0{,}18/4)^{4/12}=4{,}929337\ млн.\ руб.$$

Динамика наращивания суммы фонда, рассчитанная в Excel, представлена таблицей (2.3) и графиком рис.(2.1)

Таблица (2.3)

Год	Сумма фонда
1	1,363722
2	2,989987
3	4,929337
4	7,242049
5	10

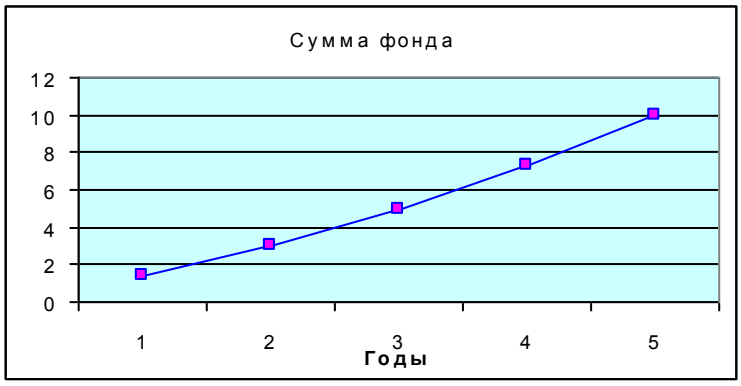


Рис. 2.1

К сожалению, при p≠m для расчета величин из уравнения (2.16) не применимы финансовые функции Excel. В частности, нельзя рассчитать номинальную процентную ставку r с помощью функции НОРМА. Однако, в Пакете анализа Excel есть средство для решения нелинейного уравнения (2.16).

Пример 2.10

Фирма дала дочерней фирме в кредит 3 млн. руб. с условием возвращения долга в течение 5 лет равномерными платежами по 0,2 млн. руб. ежеквартально постнумерандо при условии начисления процентов раз в полгода. Какова эффективность этой сделки?

Решение (с точки зрения дочерней фирме)

PV=3 млн. руб.
FV=0
k=5
m=2
p=4
C=-0,2 млн. руб.
r=?

Решим эту задачу с помощью Excel.

Здесь изменяемый параметр r. Положим его вначале равным 0,1 (r=10%) - нулевое приближение. Уравнение (2.16) f(r)=0 относительно r будет в данном случае выглядеть так

$$3 \cdot (1 + r/2)^{2 \cdot 5} - 0{,}2 \cdot \frac{(1 + r/2)^{2 \cdot 5} - 1}{(1 + r/2)^{2/4} - 1} = 0 \qquad (2.17)$$

Назовем f(r) функцией цели.

Выполнение

1) Вызываем Excel.
2) В ячейку A1 помещаем число 0,1 – это первоначальное значение r.
3) В ячейке A2 набираем функцию цели:

=3*(1+A1/2)^10-0,2*((1+A1/2)^10-1)/(КОРЕНЬ(1+A1/2)-1)

Получаем величину – 0,2066

4) Сервис – Поиск решения
5) В появившемся окне **Поиск решения** задаем:

5.1 Установить целевую ячейку $A$2 равной ⊙ значению 0, изменяя ячейки: A1

5.2 Выполнить.

Результат

В ячейке A1 появляется корень уравнения (2.17) r=0,118, в ячейке A2 – значение функции $f(r)=3{,}85*10^{-7} \cong 0$ - машинный нуль.

Итак, в результате решения примера выяснилось, что эффективность подобной сделки $r_{эфф}$=11,8%. Если банк может обеспечить больший процент по вкладу, то с точки зрения головной фирмы сделка не выгодна, а с точки зрения дочерней – наоборот.

2.7 ВЫБОР ИПОТЕЧНОЙ ССУДЫ

Пример 2.11 [2, 3.5] Строительная фирма предлагает клиентам в новом доме квартиры стоимостью 300 тыс. руб. с разными условиями продажи.

1) Для молодых семей – 15%-ый первый взнос авансом, а остаток стоимости выплачивается по льготному государственному кредиту в течение 20-ти лет по 5% годовых. Платежи осуществляются равными годовыми суммами в конце каждого года.

2) Аванс – 15%. Остальная сумма выплачивается в кредит сроком на 2 года по номинальной процентной ставке 20% годовых. Проценты начисляются 4 раза в год, а платежи происходят ежемесячно.

3) Аванс – 10%. Предусмотрена отсрочка платежей на один год. Оставшаяся сумма выплачивается в течение трех лет равными месячными платежами с ежемесячным начислением процентов. Номинальная процентная ставка кредита 18%.

Требуется рассчитать периодические выплаты и общую сумму выплат во всех трех случаях.

Условия и финансовые последствия вариантов 1 - 3 приведены в таблице 2.4.

Принятые обозначения:

P – стоимость квартир;
q% - проценты от стоимости квартиры, отчисляемые в качестве аванса;
r – номинальная процентная ставка;
k – срок кредита;
t – продолжительность отсрочки;

m – число периодов начисления процентов;
p – число периодов начисления платежей;
C– величина годового платежа;
FV – общая наращенная стоимость финансовой ренты;
S - общая сумма выплат по ипотечной ссуде, включая аванс.
$FV_к$ – будущая сумма кредита к концу срока кредита во всех трех случаях равна 0.

Таблица 2.4

№ варианта	P тыс. руб.	q %	k лет	t лет	m	p	r %	C тыс. руб.	PV тыс. руб	FV тыс. руб.	S тыс. руб.
1	300	15	20	0	1	1	5	20,462	255	676,591	721,591
2	300	15	2	0	4	12	20	155,257	255	375,751	421,751
3	300	10	3	1	12	12	18	140,047	270	551,739	581,739

Вариант1
Стоимость кредита PV=P(1 – 0,15)=255 тыс. руб.
k=20
r=0,05
t=0
m=1
p=1
тип=0

Величина ежегодного платежа по формуле (2.8)

$$C = -\frac{PV \cdot (1 + r/m)^{m \cdot k} \cdot r/m}{(1 + r/m)^{m \cdot k} - 1} = -\frac{255 \cdot (1 + 0,05)^{20} \cdot 0,05}{(1 + 0,05)^{20} - 1} = -20,462 \ тыс.\ руб.$$

Эту же величину можно рассчитать с помощью функции

ППЛАТ(0,05; 20; 255)= - 20,462 тыс. руб.

Сколько же выплатят наши молодожены в течение 20 лет (считаем, что выплачивать они начинают с нуля, $PV_в$=0)? Наращенная стоимость всех платежей по формуле (2.4)

$$FV = -C\frac{(1 + r/m)^{m \cdot k} - 1}{r/m} = -(-20,462) \cdot \frac{(1 + 0,05)^{20} - 1}{0,05} = 676,591 \ тыс.\ руб.$$

Будущее значения всех выплат по кредиту можно получить и с помощью финансовой функции
=БЗ(0,05;20;-20,462)=676,591 тыс. руб.

С учетом аванса молодожены в течение 20-ти лет должны будут выплатить сумму

S=676,591+45=721,591 тыс. руб.,

что на 421,591 тыс. руб. превышает первоначальную стоимость их квартиры.

Вариант 2
Стоимость кредита PV=P(1 – 0,15)=255 тыс. руб.
k=2
m=4
p=12
r=0,2
тип=0

Поскольку p≠ m то по уравнению (2.16) ежемесячные выплаты составят

$$C = -\frac{PV \cdot (1 + r/m)^{m \cdot k} \cdot \left((1 + r/m)^{m/p} - 1\right)}{(1 + r/m)^{m \cdot k} - 1} = -\frac{255 \cdot (1 + 0,2/4)^{4 \cdot 2} \cdot \left((1 + 0,2/4)^{4/12} - 1\right)}{(1 + 0,2/4)^{4 \cdot 2} - 1} =$$

$$= -12,938 \ тыс.\ руб.$$

Величина годового платежа

C= - 12,938·12= - 155,257 тыс. руб.

Наращенная стоимость финансовой ренты по формуле (2.15)

$$FV = -C\frac{(1+r/m)^{m\cdot k}-1}{(1+\mathrm{r/m})^{m/p}-1} = -(-12{,}938)\cdot\frac{(1+0{,}2/4)^{4\cdot 2}-1}{(1+0{,}2/4)^{4/12}-1} = 376{,}751 \ \textit{тыс. руб.}$$

С учетом аванса владельцы квартиры должны будут вернуть строительной фирме сумму

S=367,751+45=421,751 тыс. руб.

Вариант 3

Стоимость кредита PV=P·(1-q)=300·(1-0,1)=270 тыс. руб.

k=3
t=1
m=12
p=12
r=0,18

За время отсрочки платежа t стоимость кредита вырастет по формуле сложных процентов

$PV_1=PV\cdot(1+r/m)^{m\cdot t}=270\cdot(1+0{,}18/12)^{12}=322{,}817$ тыс. руб.

Поскольку m=p, то ежемесячные платежи составят

$$C = -\frac{PV\cdot(1+r/m)^{m\cdot k}\cdot r/m}{(1+r/m)^{m\cdot k}-1} = -\frac{322{,}817\cdot(1+0{,}18/12)^{12\cdot 3}\cdot 0{,}18/12}{(1+0{,}18/12)^{36}-1} = -11{,}671 \ \textit{тыс. руб.}$$

Выплаты за год

C=-11,671·12= - 140,047 тыс. руб.

Наращенная стоимость финансовой ренты за три года

$$FV = -C\frac{(1+r/m)^{m\cdot k}-1}{r/m} = -(-11{,}671)\cdot\frac{(1+0{,}18/12)^{12\cdot 3}-1}{0{,}18/12} = 551{,}739 \ \textit{тыс. руб.}$$

С учетом аванса владельцам квартиры придется выплатить строительной фирме

S=551,739+30=581,739 тыс. руб.

Анализ вариантов показывает, чем больше срок кредита, тем большую сумму придется выплачивать владельцам квартир даже при более низкой процентной ставке.

Задачи

2.1 На счет в банке вносится ежегодно постнумерандо сумма в 5000 долларов под 5% годовых. Какая сумма окажется на счете через 10 лет?

2.2 Рассматриваются две схемы вложения денег на 5 лет: в начале каждого года под 14% годовых или в конце каждого года под 18% годовых. Какая схема выгоднее?

2.3 Рассматриваются два варианта покупки квартиры: заплатить сразу 250 тыс. руб. или платить ежемесячно по 800 руб. в течение 10 лет при ставке 8% годовых?

2.4 За какой срок сумма в 50 тыс. руб. достигнет 100 тыс. руб. при начислении процентов два раза в году по годовой процентной ставке16%?

2.5 Ссуда 60 тыс. долларов, выданная под 6% годовых погашается ежеквартальными платежами по 8 тыс. долларов. Рассчитайте срок погашения ссуды.

2.6 Пенсионер накопил в банке к моменту выхода на пенсию 30000 рублей. В конце каждого месяца ему начисляют пенсию в размере 2000 руб. Банк обеспечивает по пенсионному вкладу 14% годовых. Сколько лет пенсионер сможет снимать со своего вклада в конце каждого месяца по 3000 рублей?

2.7 Вы берете в банке ипотечную ссуду на покупку квартиры 350000 рублей. Первый взнос составляет 15% от стоимости квартиры. Годовая ставка банка 6%. Срок погашения 10 лет. Каковы должны быть ежемесячные взносы в банк, общая сумма, которую Вам придется заплатить, и Ваша переплата банку?

2.8 Пенсия начисляется пенсионеру в начале каждого месяца в размере 1300 рублей на его р/с в банке. Какая сумма накопится через 5 лет, если банк обеспечивает14,5% годовых? Какая сумма накопилась бы у пенсионера, если бы он копил пенсию в укромном уголке?

2.9 Сколько денег нужно положить в банк сегодня, чтобы при ежемесячных вложениях по 500 рублей и процентной ставке 12% в год через 5 лет накопить сумму 50000 рублей?

2.10 Ваша фирма собирается дать кредит в размере 1 000 000 рублей сроком на 5 лет с ежегодным погашением по 200 000 руб. Под какой процент следует дать кредит, чтобы в конце срока получить обратно в общей сложности 1 500 000 рублей?

2.11 Родители оставили Вам наследство 50 000 рублей. Вы решили через 3 года накопить на автомашину 100 000 рублей. Вы вложили деньги в банк под 12% годовых. Какую сумму Вам необходимо вносит ежемесячно? Сколько лет Вам бы пришлось копить эти деньги дома?

2.12 Вы решили накопить в банке 300 000 рублей на квартиру. Вначале Вы внесли 50 000 рублей и можете вкладывать в банк ежемесячно по 8000 рублей. Банк имеет годовую процентную ставку 11%. Сколько времени Вам придется копить эти деньги? Сколько времени Вы копили бы деньги дома?

2.13 Фирма собирается взять кредит в размере $100 000 сроком на 7 лет на приобретение сырья. Требуется выбрать наиболее выгодный (эффективный) банк по минимальной величине отношения выплачено/получено из трех банков, имеющих следующие характеристики.

Банк	Выдача	Плата за оформление	Ставка (%)
Альфа	0,96	$350	7
Орион	0,955	$280	7,2
Стройбанк	0,95	$350	8

Какова переплата банку по возвращении кредита?

2.14 Фирма взяла в банке кредит в размере $200 000 сроком на 7 лет под 7,2% годовых. Определить ежегодные выплаты и составить таблицу погашения основного долга, выплат по процентам и остатка долга по годам. Построить график.

2.15 Для обеспечения будущих расходов создается фонд, средства в который поступают в виде постоянной годовой ренты в течение 3 лет. Размер ренты 2 млн. руб. На поступившие взносы начисляются проценты по ставке 15% годовых. Определите наращенную сумму.

2.16 Для обеспечения будущих расходов создается фонд, средства в который поступают в виде постоянной годовой ренты в течение 5 лет. Размер разового платежа 1,5 млн. руб. На поступившие взносы начисляются проценты по ставке16% годовых. Определите полученную сумму, пересчитанную к началу платежей.

2.17 Создается страховой фонд фирмы общей суммой10 млн. руб. Фонд должен быть создан в течение3 лет. Ежегодные платежи пренумерандо. Проценты начисляются 2 раза в год. Определите размер платежа и текущую стоимость суммы.

2.18 Пенсионер собирает деньги на покупку телевизора стоимостью 7000 руб. Для этого он вкладывает в банк ежемесячно в конце месяца по 200 руб. Номинальная процентная ставка банка - 16%. Начисление процентов ежемесячное. Сколько времени ему придется копить деньги? Сколько времени пенсионеру пришлось бы копить деньги, складывая их в банку из-под кофе?

2.19 В конце каждого месяца семья вкладывает в банк по 5000 руб. под номинальную процентную ставку 20%. Начисление процентов ежемесячное. Какой срок необходим для того, чтобы сумма сбережения стала достаточной для покупки легкового автомобиля стоимостью 250 тыс. руб.?

2.20 Какую сумму фирма должна ежемесячно переводить в банк постнумерандо, чтобы на ее счете через 2 года накопилась сумма 3 млн. руб.? Номинальная процентная ставка банка - 12% при ежеквартальном начислении процентов.

2.21 Продается здание сметной стоимостью 2,6 млн. руб. Продавец предлагает оплату равными месячными платежами в течение 2 лет. Начисление процентов ежемесячное, годовая процентная ставка 18%. Покупатель предлагает следующие условия: оплата равными квартальными платежами в течение 3 лет. Начисление процентов 2 раза в год под номинальную процентную ставку 16% годовых. Определите величину годовых платежей и общую наращенную сумму для обоих вариантов.

2.22 Фирма реализует автомобиль стоимостью 350 тыс. руб. Возможны следующие варианты оплаты:

1) аванс - 15%. Остаток стоимости - в кредит сроком на год под номинальную процентную ставку 20% годовых. Начисление процентов ежемесячное. Равные платежи по кредиту производятся поквартально;

2) аванс - 20% стоимости. Возможна отсрочка платежей на 3 месяца. Кредит начисляется и выплачивается ежемесячно равными суммами в течение года. Годовая процентная ставка 22%;

3) аванс - 20% стоимости кредита. Кредит начисляется и выплачивается немедленно в течение 2 лет ежеквартально равными суммами. Годовая процентная ставка 24%; начисление процентов раз в полгода.

Рассчитайте финансовые последствия трех вариантов: аванс, разовые платежи, годовые платежи, общую сумму выплат.

2.23 Стоимость квартиры 250 000 руб. Начальный взнос составляет 25% от стоимости квартиры. Ипотечная ссуда выдана на 12 лет под процентную ставку 8%. Определите ежегодные выплаты по ссуде и сумму переплаты банку.

2.24 Продается складское помещение сметной стоимостью 350 тыс.. руб. Продавец предлагает оплату равными квартальными платежами в течение 1 года. Начисление процентов ежемесячное, годовая процентная ставка 15%. Покупатель предлагает следующие условия: оплата равными полугодовыми платежами в течение 2 лет. Начисление процентов 4 раза в год под номинальную процентную ставку 12% годовых. Определите величину годовых платежей и общую наращенную сумму для обоих вариантов.

2.25 Фирма реализует автомобиль стоимостью 500 тыс. руб. Возможны следующие варианты оплаты:

1) аванс - 25%. Остаток стоимости - в кредит сроком на 2 года под номинальную процентную ставку 15% годовых. Начисление процентов ежеквартальное. Равные платежи по кредиту производятся ежемесячно;

2) аванс - 20% стоимости. Возможна отсрочка платежей на 3 месяца. Кредит начисляется и выплачивается ежеквартально равными суммами в течение 3 лет. Годовая процентная ставка 12%.

Глава 3

ОБЩИЙ ПОТОК ПЛАТЕЖЕЙ

3.1 ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ

Во второй главе рассматривались задачи, имеющие два существенных ограничения:

1. процентная ставка r не менялась во времени;
2. платежи были постоянны по величине и регулярны по времени, т.е. происходили через равные промежутки времени.

На практике эти условия далеко не всегда соблюдаются. Мы сами с вами кладем (если это удается) деньги на свою сберегательную книжку нерегулярно и разными суммами. Да и банк, бывает, меняет свою номинальную ставку. Тем более в различных инвестиционных проектах по договоренности сторон выплаты по ссуде или доходы по капитальным вложениям могут поступать не одинаковыми суммами. Как же в этих случаях рассчитать будущую сумму, приведенную сумму и эффективность инвестиционного проекта? И чем в этих случаях нам может помочь Excel?

В анализе инвестиционных проектов крупных и средних зарубежных фирм в основном используют четыре основанные на дисконтировании показателя:

- чистый приведенный доход;
- внутреннюю норму доходности;
- дисконтный срок окупаемости;
- индекс доходности.

3.2 РЕГУЛЯРНЫЕ НЕ ПОСТОЯННЫЕ ПЛАТЕЖИ

3.2.1 Постановка задачи

Пусть в начале года фирма произвела инвестицию (или получила ссуду) в размере PV по номинальной процентной ставке r. В конце первого года и в конце всех последующих k лет сделки фирма получала прибыль (или делала выплаты) не одинаковыми платежами C_i.

Года 1, 2, …, i ,…, k.

Платежи в конце года $C_1, C_2, \ldots, C_i, \ldots, C_k$.

3.2.2 Наращенная сумма не постоянной ренты

Определим наращенную сумму к концу k–ого года.

Очевидно, что на сумму C_1 нарастут проценты за k – 1 год

на сумму C_2 нарастут проценты за k – 2 года

и т.д. на сумму C_k проценты нарасти не успеют.

Поэтому общая наращенная сумма от инвестиционного проекта к концу срока сделки составит

$$FVu = \sum_{i=1}^{k} C_i (1 + r)^{k-i} . \qquad (3.1)$$

Ее можно сравнить с той суммой, которая наросла бы в банке на первоначальную ссуду PV (1.6)

$$FV_{Б} = PV (1 + r)^{k} .$$

Если $FV_u > FV_Б$, при процентной ставке банка r, то инвестиционный проект выгоден с точки зрения инвестора, в него следует вкладывать деньги.

А вот дебитору не стоит связывать себя такими обязательствами. Лучше взять эту ссуду в банке и выплачивать ее равномерными платежами C постнумерандо (2.8)

$$C = PV \frac{r(1 + r)^{k}}{(1 + r)^{k} - 1} .$$

3.2.3 Дисконтированная сумма не постоянной ренты

Однако, в международной практике эффективность инвестиционного проекта оценивается обычно не по будущей сумме, а по текущей сумме, пересчитанной к началу сделки, к моменту инвестиции.

Очевидно, что взнос в конце первого года C_1 дисконтируется к началу сделки как $\frac{C_1}{1+r}$; взнос в конце второго года C_2 дисконтируется к началу сделки как $\frac{C_2}{(1+r)^2}$ и т.д. Взнос в конце k–ого года C_k дисконтируется как $\frac{C_k}{(1+r)^k}$.

Общая сумма дохода (или выплаченного долга), приведенная к началу сделки (к моменту инвестиции) определится как

$$NPV = \sum_{i=1}^{k} \frac{C_i}{(1+r)^i}. \qquad (3.2)$$

NPV (net present value – сеть текущих значений)

Эту величину называют чистым приведенным доходом финансовой сделки или чистым текущим объемом вклада. Ее сравнивают с первоначальной инвестицией PV. Если NPV>PV, то инвестиционный проект принесет прибыль на начальный момент больше затраченных денег, его принимают. В противном случае инвестиционный проект отвергается. В некоторых источниках [1] за чистый приведенный доход принимается разность D:

$$D=NPV - PV.$$

Если D>0 – проект приносит доход, он принимается. В противном случае – отвергается.

В Excel имеется функция НПЗ, высчитывающая чистый текущий объем вклада. Ее синтаксис:

НПЗ(ставка; 1-е знач.; 2-е знач.;…; 29-е знач.).

Здесь ставка – годовая процентная ставка;

от 1 до 29 аргументов – выплаты, равномерно распределенные во времени и осуществляемые в конце периодов (выплаты могут быть не равны между собой и иметь разные знаки).

Если в начале первого года существует взнос C_0, то он не включается в число аргументов функции НПЗ, а прибавляется потом к функции.

В принятых здесь обозначениях

$$NPV=НПЗ(r; C_1; C_2;\ldots; C_k) \qquad (k \le 29) \qquad (3.3)$$

Эту формулу можно применять даже, если C_i имеют разные знаки, т.е. в какой–то год инвестиционный проект приносит убыток.

Пример 3.1

Вы решили заняться ресторанным бизнесом и оценили первоначальный взнос за аренду помещения, его ремонт и закупку оборудования в 50 тыс. долларов. Вы ожидаете получить доход:

В конце 1-ого года 12 тыс. долларов;
" 2-ого года 15 тыс. долларов;
" 3-его года 18 тыс. долларов;
" 4-ого года 22 тыс. долларов;
" 5-ого года 27 тыс. долларов.

Годовая процентная ставка банка r=12%. Оценим, “стоит ли игра свеч”, или выгоднее просто положить деньги в банк.

Решение. PV = $ 50 тыс. k = 5 лет. r = 0,12	Проверим этот инвестиционный проект с точки зрения будущего дохода и с точки зрения чистого приведенного дохода.

C_1 = \$ 12 тыс. C_2 = \$ 15 тыс. C_3 = \$ 18 тыс. C_4 = \$ 22 тыс. C_5 = \$ 27 тыс. $FV_И$ = ? $FV_Б$ =? NPV = ?	1) По формуле (3.1) будущий доход инвестиционного проекта $FV_И=12\times1,12^4+15\times1,12^3+18\times1,12^2+22\times1,12+27$ = \$114 175,4 Если 50 тыс. долларов положить в банк, то через 5 лет накопится сумма $FV_Б=50\times(1+0,12)^5$=\$88 117,08 С точки зрения будущей суммы проект ресторанного бизнеса выгоден. 2) Оценим инвестиционный проект по сумме дохода, приведенной к началу инвестиции. По формуле (3.2)

Проверим этот расчет по формуле $NPV = \frac{12}{1,12} + \frac{15}{(1,12)^2} + \frac{18}{(1,12)^3} + \frac{22}{(1,12)^4} + \frac{27}{(1,12)^5} = \$\,64786,16$

НПЗ (0,12; 12; 15; 18; 22; 27) = \$ 64786,16 – тот же результат.

Как видим, принесенный проектом доход, пересчитанный к моменту инвестиции, больше капитальных первоначальных вложений (PV=\$ 50 тыс.). Ресторанный бизнес выгоднее вложения денег в банк.

3.2.4 Внутренняя норма доходности

Из предыдущего примера мы убедились, что при ставке банка 12% годовых приведенная, дисконтированная сумма дохода NPV больше суммы инвестиции PV. Определим, при какой процентной ставке r NPV по абсолютной величине будет равна PV. Вообще говоря, под PV понимают сумму всех затрат на инвестиционный проект, приведенных к начальному моменту, а под NPV – сумму всех доходов, приведенных к тому же моменту. Ставку, при которой они равны, называют внутренней нормой доходности (внутренней скоростью оборота капитала) и определяют из уравнения:

$$PV + \sum_{i=1}^{k} \frac{C_i}{(1+r)^i} = 0 . \qquad (3.4)$$

Это нелинейное относительно r уравнение, оно решается, как правило, методом итераций, поэтому требует задания начального приближения r_0 .

В Excel внутренняя норма доходности (внутренняя норма рентабельности) определяется из уравнения (3.4) по формуле:

ВНДОХ(значения; предположение). (3.5)

Значение – это массив ячеек или ссылки на ячейки, содержащие инвестиции (выплаты), имеющие отрицательные значения и поступления, имеющие положительные значения, которые происходят в регулярные периоды времени, и для которых определяется внутренняя скорость оборота капитала. Значения должны включать хотя бы одно положительное значение и хотя бы одно – отрицательное.

Предположение – это прогноз эффективности сделки, начальное значение r. По умолчанию оно считается равным 0,1 (r=10%) и его можно не вводить.

Если результат далек от ожидаемого, можно повторить вычисление с другим предположением.

Рассмотрим **пример 3.1**

Определим внутреннюю норму доходности (IRR-internal rate of return) ресторанного бизнеса, если в начале первого года в него инвестирована сумма PV=\$50 тыс., а в конце 1-ого, 2-ого, 3-его, 4-ого и 5-ого года получены поступления \$12 тыс., \$15 тыс., \$18 тыс., \$22 тыс. и \$27 тыс. соответственно.

Решим задачу с помощью Excel.Заполним таблицу 3.1 исходными данными.

Таблица 3.1

	A	B	C
1	**Год**	**Выплаты в тыс. долларов**	**Внутренняя норма доходности**
2	0	-50	
3	1	12	
4	2	15	
5	3	18	
6	4	22	11,54%
7	5	27	21,79%

В ячейку С7 вводим формулу

= ВНДОХ(В2:В7)

Как видно из расчета, при процентной ставке банка r<21,79% выгоднее инвестиция в ресторанный бизнес. При большей процентной ставке банка от этого бизнес – проекта лучше отказаться и положить деньги в банк.

Для сравнения в ячейке С6 вычислена внутренняя норма рентабельности при четырех годах эксплуатации ресторана. Она ниже процентной ставки банка. В этом случае проект ресторанного бизнеса не рентабелен.

3.2.5 Дисконтный срок окупаемости инвестиционного проекта

Дисконтный срок окупаемости проекта k определяется тоже из условия равенства всех полученных доходов всем произведенным расходам, приведенных к начальному моменту инвестиций, то есть из уравнения (3.4).

В этом случае процентная ставка банка r считается заданной. К сожалению, уравнение (3.4) также является нелинейным относительно k. В Excel нет финансовой функции, определяющей срок окупаемости инвестиции с не равными поступлениями. Определить k из (3.4) можно методом перебора. Поясним метод на примере 3.1.

Для этого воспользуемся функцией ВНДОХ Excel и построим зависимость внутренней нормы доходности IRR от срока инвестиционного проекта.

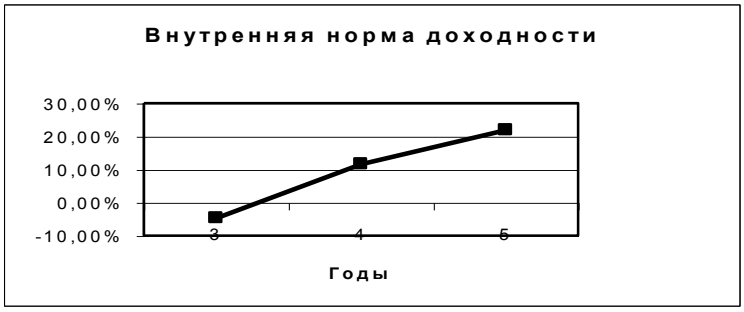


Рис.3.1

На этом же графике отложим r процентную ставку банка. Абсцисса точки пересечения графиков и дает срок окупаемости проекта. Из графика видно, что срок окупаемости ресторанного бизнеса при ставке банка r =12% порядка 4,2 года

3.2.6 Индекс доходности инвестиционного проекта

Его называют также показателем рентабельности проекта. Он равен отношению всех денежных поступлений к суммарным инвестиционным расходам, приведенным к начальному моменту сделки. Обозначим его U.

$$U = \frac{NPV}{PV}. \qquad (3.6)$$

Естественно, что он должен быть больше единицы. Чем выше U, тем привлекательнее проект.

В примере 3.1 при r=12%

$$U = \frac{64\ 786\ ,16}{50\ 000} = 1,29$$

- довольно высокий показатель.

3.2.7 Сравнение эффективности двух инвестиционных проектов при платежах m раз в году

В разделах 3.2.1 - 3.2.7 мы рассмотрели пример, когда начисление процентов и платежи происходили регулярно в конце каждого года в течение k лет.

Пусть теперь поступления (или выплаты) и начисления процентов происходят регулярно постнумерандо m раз в году.

В этом случае число периодов n=m·k, а процентная ставка за период составит r/m. Все формулы переписываются таким образом.

1) Наращенная сумма поступлений

$$FV_{И} = \sum_{i=1}^{k \cdot m} C_i \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{k \cdot m - i} . \qquad (3.7)$$

2) Сумма, наращенная на первоначальный капитал

$$FV_{Б} = PV \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mk} . \qquad (3.8)$$

3) Сумма дохода (долга), приведенная к началу сделки,

$$NPV = \sum_{i=1}^{mk} \frac{C_i}{(1 + \frac{r}{m})^i} . \qquad (3.9)$$

В соответствии с формулой (3.3) величину приведенного дохода NPV можно вычислить с помощью финансовой функции НПЗ. В формуле НПЗ в качестве аргумента **ставка** нужно подставлять величину r/m, а число членов **значения** возрастает до m·k.

4) Внутренняя норма доходности IRR сделки является корнем уравнения

$$PV + \sum_{i=1}^{km} \frac{C_i}{\left(1 + \frac{r}{m}\right)^i} = 0 . \qquad (3.10)$$

Величину IRR/m в соответствии с (3.5) можно рассчитать также с помощью функции ВНДОХ. В формуле ВНДОХ с числом **значений** произойдет та же метаморфоза, что и в функции НПЗ; в качестве **предположения** нужно подставлять величину r/m.

5) Срок окупаемости $n_{ок}=k_{ок}\times m$ инвестиционного проекта станет корнем того же уравнения (3.10) при известной ставке банка r.

6) Индекс доходности проекта

$$U = \frac{NPV}{PV},$$

где NPV определяется из (3.9).

Пример 3.2

Фирма имеет возможность вложить 100 млн. руб. в один из двух инвестиционных проектов А и Б сроком на 4 года.

Проект А предполагает поступление дохода каждые полгода постнумерандо. Проект Б - ежегодные поступления в конце каждого года. Исходные данные приведены в таблице 3.2

.

Таблица 3.2

	A	B	C	D
1	**Год**	**Проект А млн. руб.**	**Год**	**Проект Б млн. руб.**
2	0	-100	0	-100
3	0,5	30	1	30
4	1	30	2	40
5	1,5	10	3	40
6	2	10	4	50
7	2,5	25		
8	3	10		
9	3,5	10		
10	4	25		
11	Доход	150		160
12	IRR=	22,72%		20,02%

В строке 11 показаны суммарные поступления для обоих проектов. Для второго проекта они на 10 млн. рублей больше, однако, по ним нельзя судить о привлекательности проекта.

В строке 12 рассчитана внутренняя норма доходности обоих проектов. Напомним, что функция ВНДОХ определяет IRR за период. Поэтому, чтобы определить годовую норму доходности первого проекта, ее нужно удвоить.

Итак, в ячейке B12 введена формула = 2*ВНДОХ(B3:B11), а в ячейке D12 - финансовая функция = ВНДОХ(D3:D6).

Расчет показывает, что внутренняя норма доходности проекта А выше, чем у проекта Б, следовательно, с этой точки зрения он привлекательнее.

Но не будем делать скоропалительных выводов. Проведем более глубокий анализ. Построим зависимость дисконтированной суммы дохода для обоих проектов от ставки банка r (Таблица 3.3 и график 3.2).

В ячейку G3 помещаем формулу = НПЗ(F3/2;$B$3:$B$10), и копируем ее в ячейки G4:G19. В ячейку H3 вводим функцию = НПЗ(F3;$D$3:$D$6) и ее копируем в ячейки H4:H19.

Таблица 3.3

	F	G	H
1		**Дисконтированная сумма дохода**	
2	**Ставка**	**Проект А млн. руб.**	**Проект Б млн. руб.**
3	0%	150,00	160,00
4	2,5%	142,62	149,78
5	5%	135,82	140,54
6	7,5%	129,54	132,16
7	10%	123,73	124,53

Рис 3..2

8	12,5%		
9	15%		
10	17,5%		
11	20%		
12	22,5%	100,34	95,11
13	25%	96,57	90,56
14	27,5%	93,05	86,35
15	30%	89,75	82,46
16	32,5%	86,65	78,84
17	35%	83,75	75,48
18	37,5%	81,02	72,35
19	40%	78,44	69,43

Расчет показывает, что для r < 11,24% предпочтительнее все же вариант Б, его чистый приведенный доход выше. При r>11,24% привлекательнее проект А. Значение r=11,24%, при котором $NPV_А = NPV_Б$ называется **точкой Фишера**. Точное ее значение можно определить методом **Поиск решения.**

Для этого в ячейку, например, J3 поместим число 5%, в ячейку К3 – формулу = НПЗ(J3/2;B2:B10), а в ячейку К4 – формулу=НПЗ(J3;B2:B6), вычисляющие приведенный доход по проекту А и Б соответственно.

В ячейку К5 поместим функцию цели:=К3 – К4.

Вызовем: Сервис – Поиск решения. В появившемся окне Поиск решения набираем:

Установить целевую ячейку: $K$5 равной ⊙ значению: 0,

изменяя ячейки: J3.

Выполнить.

В ячейке J3 получаем искомое решение IRR=11,24%, при котором NPV в обоих вариантах равны.

В таблицах 3.4 и 3.5 и соответствующих им графиках 3.3 и 3.4 показаны зависимости эффективности проектов А и Б от срока выполнения договора.

Таблица 3.4

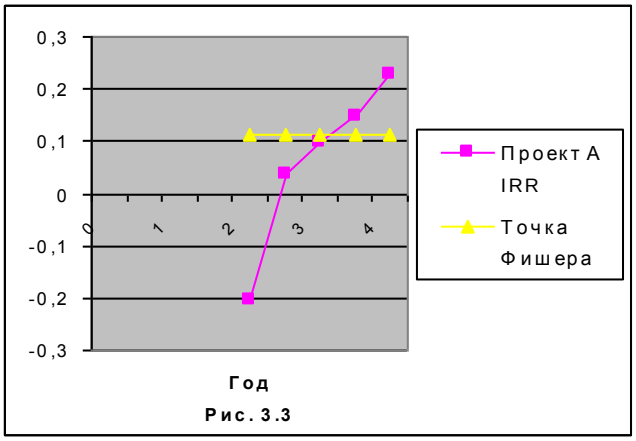


Рис. 3.3

Год	Проект А млн. руб.	IRR
0	-100	
0,5	30	
1	30	
1,5	10	
2	10	-10,29%
2,5	25	1,83%
3	10	7,26%
3,5	10	7,26%
4	25	11,36%

Проект А начинает окупаться примерно через 2,7 года, а проект Б только с 3,3 года. Точку Фишера первый проект проходит через 3,3 года, а второй – через 3,8 года. Динамика индекса доходности в обоих проектах совпадает с динамикой NPV.

Таблица 3.5

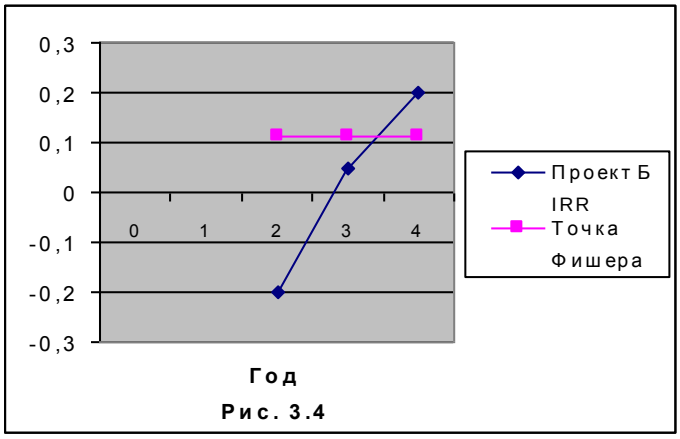


Рис. 3.4

Год	Проект Б млн. руб.	IRR
0	-100	
1	30	
2	40	-20,00%
3	40	4,70%
4	50	20,02%

Итак, мы видим, что различные критерии не однозначно определяют привлекательность того или иного проекта. Окончательный выбор остается за лицом, принимающим решение (ЛПР).

3.3 НЕРАВНОМЕРНЫЕ И НЕРЕГУЛЯРНЫЕ ПОТОКИ

В разделе 3.2 изучались неравномерные, но регулярные платежи.

Рассмотрим случай, когда выплаты по инвестиционному проекту поступают через разные промежутки времени. Процентная ставка банка r постоянна.

Пусть в момент времени t_0 выдан кредит PV, а в моменты $t_1,t_2,\ldots,t_n$ производятся выплаты $C_1,C_2,\ldots,C_n$ соответственно. Тогда к моменту t_n окончания инвестиционного проекта на сумму C_1 нарастут проценты $C_1(1+r)^{\frac{t_n-t_1}{365}}$, на C_2 - $C_2(1+r)^{\frac{t_n-t_2}{365}}$ и т.д.

Общая наращенная сумма составит

$$FV = \sum_{i=1}^{n} C_i (1+r)^{\frac{t_n-t_i}{365}}. \qquad (3.11)$$

Сумма выплат, приведенная к моменту t_0

Для того, чтобы сравнить сумму поступивших доходов с величиной инвестиций, приведем первые к моменту вложения инвестиции t_0.

C_1 дисконтируется как $\dfrac{C_1}{(1+r)^{\frac{t_1-t_0}{365}}}$

C_2 дисконтируется как $\dfrac{C_2}{(1+r)^{\frac{t_2-t_0}{365}}}$ и т.д.

Общая дисконтированная сумма поступлений составит

$$NPV = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{(1+r)^{\frac{(t_i - t_0)}{365}}}. \qquad (3.12)$$

Для определения NPV по формуле (3.12) в Excel имеется функция

ЧИСТНЗ(ставка; значения; даты), (3.13)

где ставка - номинальная ставка;

значения - это массив ячеек, в которые введены величины $PV, C_1, C_2, \ldots, C_n$;

даты - это массив ячеек, в которые введены соответствующие даты платежей $t_1, t_2, \ldots, t_n$.

Если имеется выплата C_0 в момент t_0, то она не является аргументом функции (3.13), а просто добавляется к ней.

Эффективность сделки IRR, то есть внутреннюю норму доходности, можно определить из условия равенства суммы всех затрат и поступлений, приведенных к одному и тому же моменту, например, t_0. Для этого нужно решить уравнение

$$PV+NPV=0. \qquad (3.14)$$

Для определения IRR при неравномерных выплатах или поступлениях в Excel имеется функция

ЧИСТВНДОХ(значения; даты; прогноз). (3.15)

Значения должны иметь хотя бы одно положительное значение (поступление) и хотя бы одно отрицательное - платеж.

Пример 3.3 . Рассмотрим инвестицию, которая предполагает выплату наличными 10 млн. руб. 1 февраля 2002 года и поступления 2750 тыс. руб. 1 мая 2002 года, 2500 тыс. руб. 30 сентября 2002 года, 3250 тыс. руб. 30 ноября 2002 года, 2500 тыс. руб. 15 января 2003 года и 1700 тыс. руб. 1 августа 2003 года. Ставка банка r=12%.

Определите дисконтированную сумму поступлений NPV и внутреннюю скорость оборота капитала IRR.

Решение приведено в таблице 3.6.

Таблица 3.6

	A	B	C	D	E	F	G
	Ставка	12%					
2	Платежи (т. р.)	-10000	2750	2500	3250	2500	1700
3	Даты	01.02.02	01.05.02	30.09.02	30.11.02	15.01.03	01.08.03
4	NPV-PV (т. р.)	1632,776					
5	IRR=	36,92%					

В ячейке B4 введена функция

=ЧИСТНЗ(B1;B2:G2;B3:G3)

Она показывает величину чистого приведенного дохода, то есть разность, между инвестициями и поступлениями, приведенными к 1 февраля 2002 года. Таким образом, мы видим, что проект приносит доход более 1,6 млн. руб. Внутренняя норма доходности вычислена в ячейке B5. В нее введена функция

= ЧИСТВНДОХ(B2:G2;B3:G3)

IRR=36.92% - хорошее вложение денег.

Excel позволяет моделировать инвестиционный процесс, изменяя входные данные.

3.4 БУДУЩЕЕ ЗНАЧЕНИЕ ПРИ ПЛАВАЮЩЕЙ ПРОЦЕНТНОЙ СТАВКЕ

Пусть в начале срока в банк положена сумма PV. В первый период (например, год) процентная ставка составляла r_1, во второй – r_2 и т. д. Будущая сумма к концу n-ого периода составит

$$FV=PV\ (1+ r_1)\ (1+ r_2)\ \dots\ (1+ r_n). \qquad (3.13)$$

В Excel эта величина вычисляется с помощью функции

БЗРАСПИС (первичное; план), (3.14)

первичное - первоначальное значение суммы инвестиции;

план- это массив ячеек, в которых указаны ставки. В принятых здесь обозначениях функция запишется

$$БЗРАСПИС\ (PV;\ r_1;\ r_2;\dots r_n).$$

Если периоды не равны году (месяц, квартал, полугодие, день), то и ставки должны указываться за этот период.

Пример 3.4

Ссуда составляет 1 млн. руб. Срок 5 лет. Процентные ставки растут. В первый год r_1=9%,затем r_2=10%, r_3=12%, r_4=12,5%, r_5=12,75%. Определите сумму, которую придется вернуть через 5 лет.

$$FV=1(1+0,09)(1+0,1)(1+0,12)(1+0,125)(1+0,1275)=1,7034 \text{ млн. руб.}$$

В таблице 3.7 в ячейке B1 FV рассчитана по вышеприведенной формуле, в ячейке B4 по формуле

=БЗРАСПИС (1; B3: G3)=1,7034 млн. руб.

Для сравнения в ячейке B5 сумма, которую придется возвращать, оценена по формуле сложных процентов с процентной ставкой 12% и сроком 5 лет.

=Б3(0,12; 5;;1)=- - 1,76 млн. руб.

Таблица 3.7

	A	B	C	D	E	F
1	FV=	1,703359				
2						
3	r=	9%	10%	12%	12,50%	12,75%
4	FV=	1,703359				
5	FV=	-1,76				

Пример 3.5

В банк положено 10 тыс. руб. сроком на 2 года. Начисление процентов раз в полгода. В начале годовая процентная ставка росла r_1=14%, r_2=16%, а потом стала снижаться r_3=15%, r_4=13% годовых. Определите наращенную сумму.

Результат в таблице 3.8. В ячейках B3:E3 даны процентные ставки за полугодия. В ячейке B4 введена формула

=БЗРАСПИС (B2; B3: E3)

Будущая сумма превышает первоначальную более, чем на 3200 руб.

1	A	B	C	D	E
2	PV=	10000			
3	r=	0,07	0,08	0,075	0,065

4	FV=	13230,18			

Задачи

3.1 Вы купили за 50000 долларов небольшой магазин вместе со всем оборудованием. Вы ожидаете, что через год получите прибыль 10000, через 2 года - 12000, через 3 года - 15000, через 4 года - 20000, а через 5 лет - 25000. Определите:

3.1.1 когда Ваш магазин начал окупаться?

3.1.2 Какую процентную ставку Вы ожидаете получить от своего магазина через 5 лет?

3.1.3 Будущую сумму прибыли, если процентная ставка банка 12%;

3.1.4 сумму прибыли, приведенную к моменту покупки.

3.2 Дочерняя фирма просит у Вашей фирмы в долг 100000 долларов на 5 лет и обещает вернуть через 1 год - 15000, через 2 года - 20000, через 3 года - 25000, через 4 года - 25000, через 5 лет - 28000. Определите:

3.2.1 при какой процентной ставке банка эта сделка выгодна Вам?

3.2.2 Какова сумма будущих выплат, если процентная ставка банка 14%?

3.2.3 Какова сумма прибыли, приведенная к началу ссуды?

3.3 Инвестиционная компания дает ссуду в 1 млн. рублей на 3 года при условии ежеквартальных выплат в размерах: 50 000, 60 000, 80 000, 80 000, 90 000, 90 000, 100 000, 120 000, 120 000, 130 000, 150000 и 160 000 рублей.

3.3.1 Какова процентная ставка этой инвестиции.

3.3.2 Выгодна ли эта сделка инвестиционной компании, если годовая процентная ставка банка 15%?

3.3.3 Определите чистый внутренний доход инвестиции.

3.4 Какова процентная ставка Вашей инвестиции в 2 000 000 долларов 15 января 2003 г., если Вам обещают вернуть 20000 31 марта 2003 г., 20000 31 июля 2003 г., 30000 30 сентября 2003 г., 30000 15 декабря 2003 г., 40000 31 марта 2004 г. 40000 31 июня 2004 г., 40000 30 сентября 2004 г. и 50000 15 декабря 2004 года?

3.5 Вы положили в банк 10000 рублей в 1995 под процентную ставку 21%. С годами ставка изменялась: в 1996 г. - 24%, в 1997 г. и в 1998 г. - 19%, в 1999 г. 15%. в 2000г. - 11%, в 2001 и 2002 годах - 14%. Сколько денег на Вашей сберкнижке накопилось к концу 2003 года? Определите среднюю ставку за эти годы и оцените, сколько денег накопилось бы у Вас при постоянной средней ставке?

3.6 Инвестиционная компания дает ссуду в 2 млн. рублей на 4 года при условии полугодовых выплат в размерах: 200 000, 200 000, 300 000, 320 000, 350 000, 400 000, 400 000, 520 000 рублей.

3.6.1 Какова процентная ставка этой инвестиции.

3.6.2 Выгодна ли эта сделка инвестиционной компании, если годовая процентная ставка банка 12%?

3.6.3 Определите чистый внутренний доход инвестиции.

3.7 Вас просят дать в долг 20000 руб. 12.02 и обещают вернуть 6000 руб. - 11.03, 6000 руб. 22.06, 9000 руб. 10.10 и 7000 руб. - 15.12. Выгодна ли эта сделка при годовой процентной ставке 15% ?

3.8 Дочерняя фирма просит у Вашей фирмы в долг 200 000 долларов на 5 лет и обещает вернуть через 1 год - 25000, через 2 года - 40000, через 3 года - 55000, через 4 года - 60000, через 5 лет - 70000. Определите:

3.8.1 при какой процентной ставке банка эта сделка выгодна Вам?

3.8.2 Какова сумма будущих выплат, если процентная ставка банка 14%?

3.8.3 Какова сумма прибыли, приведенная к началу ссуды

3.9 Вы купили за 20000 долларов ремонтную мастерскую вместе со всем оборудованием. Вы ожидаете, что через год получите прибыль 1000, через 2 года - 5000, через 3 года - 7000, через 4 года - 12000, а через 5 лет - 15000. Определите:

3.9.1 когда Ваша мастерская начала окупаться?

3.9.2 Какую процентную ставку Вы ожидаете получить от своей магстерской через 5 лет?

3.9.3 Будущую сумму прибыли, если процентная ставка банка 12%;

3.9.4 сумму прибыли, приведенную к моменту покупки.

Глава 4

ОПЕРАЦИИ С ВЕКСЕЛЯМИ

4.1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

В финансовой и коммерческой практике одной из основных форм взаимоотношений между банком и предприятием или между предприятиями является кредит. При банковском кредите ссуда предоставляется банком. При коммерческом кредите ссуда или товары предоставляются одним предприятием другому на договорной основе на сумму P с оплатой через определенное время будущей стоимости FV, учитывающей набежавшие проценты. Такие отношения между предприятиями оформляются в виде кредитного соглашения, называемого векселем. **Вексель** – ***это долговое обязательство*** строго установленной формы***, дающее владельцу векселя (векселедержателю) бесспорное право требовать с должника уплаты указанной в векселе суммы по истечении указанного срока.***

Сделка оформляется так. Продавец (кредитор) предоставляет покупателю (заемщику) товар на сумму P. Покупатель выдает продавцу вексель на сумму FV – номинал векселя. Продавец этот вексель отправляет в банк. По истечении срока банк продавца оформляет платежные документы банку покупателя и получает от него деньги в сумме FV. Полученные деньги передаются продавцу за вычетом процента банка, взятого за оформление документов и за риск сделки.

4.2 ДИСКОНТИРОВАНИЕ ПО ПРОСТОЙ УЧЕТНОЙ СТАВКЕ

Если владельцу векселя необходимы деньги, то он может продать банку или финансовой компании вексель до истечения срока. Вырученная им сумма PV будет меньше FV. Покупка банком или специализированным кредитным учреждением векселей до истечения срока называется **учетом** векселя. По истечении срока векселя банк получает процентный доход, называемый дисконтом D (дисконт – скидка).

$$D = FV - PV. \qquad (4.1)$$

При учете векселя проценты за использование дисконта начисляются на сумму FV. При этом применяется **учетная ставка** d.

$$d = \frac{FV - PV}{FV} = \frac{D}{FV}. \qquad (4.2)$$

Учетная ставка – это отношение прибыли, полученной банком, к номиналу векселя. Напомним, что процентная ставка

$$r = \frac{FV - PV}{PV}$$

рассчитывается относительно текущей стоимости.

Если вексель выдан на год, то

$$D = FV \cdot d$$

и из (4.1)

$$PV = FV \cdot (1-d) \qquad (4.3)$$

Если срок векселя k лет, то

$$D = k \cdot FV \cdot d.$$

Сравнивая (4.1) с последним равенством, видим, что сумма, которую получит владелец при продаже векселя за k лет до срока равна

$$PV = FV \cdot (1 - k \cdot d) \qquad (4.4)$$

Если срок до учета векселя t дней, а количество дней в году T , то дисконт банка

$$D = \frac{t}{T} \cdot FV \cdot d \qquad (4.5)$$

и

$$PV = FV\left(1 - \frac{t}{T}\,d\right) \qquad (4.6)$$

Наоборот, если известна первоначальная сумма, выданная заемщику по векселю PV (будем обозначать ее P), а t - полный срок векселя, то номинальная стоимость векселя (номинал)

$$FV = \frac{PV}{1 - \frac{t}{T}d} = \frac{P}{1 - \frac{t}{T}d} \qquad (4.7)$$

Срок векселя из (4.7)

$$t = \frac{(FV - P)T}{FV \cdot d} \qquad (4.8)$$

Учетная ставка банка, по которой учтен вексель,

$$d = \frac{(FV - P)T}{FV \cdot t} \qquad (4.9)$$

Учет посредством учетной ставки чаще всего ведется при временной базе T = 360 дней, а t берется точным.

Пример 4.1 Номинальная стоимость векселя 2 млн. руб. Срок погашения 3 мес. Банк учел этот вексель по учетной ставке d = 20% годовых. Сколько получит владелец векселя: 1) в начале срока? 2) через 2 месяца? 3)Каков дисконт банка в обоих случаях?

Решение

В первом случае время от срока учета векселя до времени его погашения t/T = 3/12 = 0,25

FV = 2 млн.руб.

d = 0,2

t = 3 мес.

PV = ? D = ? PV = 2 000 000 (1 – 0,25·0,2) = 1 900 000 руб.

Дисконт банка

D = 2 000 000 – 1 900 000 = 100 000 руб.

Во втором случае время от срока учета векселя до времени его погашения t/T = 1/12

PV = 2 000 000 (1 – 0,2/12) = 1 966 667 руб.

D = 2 000 000 – 1 966 667 = 33 333,33 руб.

Пример 4.2 Предприятие обратилось в коммерческий банк за получением кредита в P = 100 тыс. руб. Банк выдал кредит под учетную ставку 40% годовых. Сумма возврата кредита: FV =120 тыс. руб. На какой срок выдан кредит? T = 360 дней.

Решение

P = 100 тыс. руб.

FV = 120 тыс. руб.

t = ?

Из (4.8)

$$t = \frac{(FV - P)\cdot T}{FVd} = \frac{(120 - 100)\cdot 360}{120 \cdot 0,4} = 150 \text{ дней}$$

Пример 4.3 Владелец векселя учел его в банке за 2 месяца до срока погашения, получив 12 тыс. руб. Учетная ставка банка 30%. Определите номинальную стоимость векселя и дисконт банка.

Решение

PV = 12тыс.руб.
d = 0,3
t = 2 мес.

FV = ?

Из (4.7) номинальная стоимость векселя

$$FV = \frac{PV}{1 - \frac{t}{T}d} = \frac{12}{1 - \frac{2}{12} \cdot 0,3} = \frac{12}{0,95} = 12,63158 \text{ тыс. руб.}$$

$$D = 12,63 - 12 = 0,63 \text{ тыс. руб.}$$

Пример 4.4 Владеле [illegible] рока погашения и получил 4,9 млн. руб. Определите учетную ставку банка, по которой учтен вексель. Банковский год – 360 дней.

Решение

t = 20
T = 360
FV = 5 млн.
P = 4,8 млн
d =?

По формуле (4.9)

$$d = \frac{(FV - P)T}{FVt} = \frac{(5 - 4,9) \cdot 360}{5 \cdot 20} = 0,36$$

d = 36%

4.3 УЧЕТ ВЕКСЕЛЕЙ ПО СЛОЖНОЙ УЧЕТНОЙ СТАВКЕ

В практике учетных операций применяют сложную учетную ставку. В этих случаях процесс дисконтирования происходит с замедлением, так как каждый раз учетная ставка применяется не к первоначальной сумме (как при простой учетной ставке), а к сумме, дисконтированной во времени на предыдущем шаге. Это выгодно владельцу векселя.

Если дисконтирование происходит один раз в году, то сумма, причитающаяся владельцу векселя за k лет до срока погашения векселя

$$PV = FV (1-d)^k , \qquad (4.10)$$

Если дисконтирование производится m раз в году, то

$$PV = FV \left(1 - \frac{d}{m}\right)^{m \cdot k}. \qquad (4.11)$$

Частое дисконтирование еще более выгодно владельцу векселя.

Пример 4.5 Вексель на сумму 20 тыс. руб. и сроком погашения 2 года учтен коммерческим банком по учетной ставке 20% годовых. Сколько получил владелец и каков дисконт банка по простой и сложной учетной ставке при ежегодном и ежемесячном дисконтировании?

Решение

FV = 20 тыс. руб.
k = 2
d = 0,2
m = 1
m = 12
PV = ?

m = 1

1) По простой учетной ставке

$$PV = FV (1 - d \cdot k) = 20 \cdot (1 - 0.2 \cdot 2) = 12 \text{тыс.руб.}$$

$$D = 20 - 12 = 8 \text{тыс.}$$

2) По сложной учетной ставке из (4.10)

$$PV = 20 \cdot (1 - 0,2)^2 = 12,8 \text{ тыс. руб.}$$

D = 7,2 тыс. руб.

m = 12

. 3) Из (4.11 а) $PV = 20\,(1 - 0{,}2/12)^{2 \cdot 12} = 13{,}361$ тыс. руб.

D = 6,639 тыс. руб.

Для владельца векселя самый выгодный третий способ.

Из формул (4.10) и (4.11) можно определить номинальную стоимость векселя

$$FV = \frac{P}{(1 - \frac{d}{m})^{mk}}; \qquad (4.12)$$

номинальную (годовую) учетную ставку

$$d = m\,(1 - \sqrt[mk]{\frac{P}{FV}}) \qquad (4.13)$$

и срок погашения векселя

$$k = \frac{\lg(\frac{P}{FV})}{m\,\lg(1 - \frac{d}{m})} \qquad (4.14)$$

4.4 ВЕКСЕЛЯ И ИНФЛЯЦИЯ

4.4.1 Простая учетная ставка и инфляция

При учете векселей по простой учетной ставке номинальная стоимость векселя определяется формулой (4.7)

$$FV = \frac{P}{1 - \frac{t}{T}d}.$$

При годовом уровне инфляции τ номинальная стоимость векселя FV_τ должна возрастать, чтобы компенсировать потери от инфляции

$$FV_\tau = FV \cdot (1 + \frac{t}{T}\tau) = \frac{P(1 + \frac{t}{T}\tau)}{1 - \frac{t}{T}d}. \qquad (4.15)$$

Введем простую учетную ставку d_τ, исправленную на инфляцию. По аналогии с (4.7)

$$FV_\tau = \frac{P}{1 - \frac{t}{T}d_\tau}. \qquad (4.16)$$

Приравнивая (4.15) и (4.16), получим

$$1 - \frac{t}{T}d_\tau = \frac{1 - \frac{t}{T}d}{1 + \frac{t}{T}\tau},$$

откуда

$$1 - \frac{t}{T} d_\tau + \frac{t}{T}\tau - \frac{t^2}{T} d_\tau \tau = 1 - \frac{t}{T} d ,$$

$$- d_\tau \frac{t}{T}(1 + \frac{t}{T}\tau) = - \frac{t}{T}(\tau + d) ,$$

$$d_\tau = \frac{\tau + d}{1 + \frac{t}{T}\tau} . \qquad (4.17)$$

Пример 4.6 Предприятие намерено получить от финансовой компании кредит в сумме 30 тыс. руб. на два месяца под ставку 20% годовых. Годовой уровень инфляции 36%. Определите годовую учетную ставку с учетом инфляции, номинальную стоимость кредита и дисконт компании.

Количество дней в году 360.

Решение По формуле (4.17)

$\frac{t}{T} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

$\tau = 0.36$

$d = 0,2$

$P = 30$ тыс. руб.

d_τ , FV_τ , $D = ?$

.

$$d_\tau = \frac{0,36 + 0,2}{1 + 0,36 / 6} = 0,5283 = 52,83\ \%$$

По формуле (4.16)

$$FV_\tau = \frac{30}{1 - 0,5283 / 6} = 32,897\ тыс.руб .$$

D = 2897 руб.

Без учета инфляции номинальная стоимость векселя $FV = \frac{30}{1 - 0,2 / 6} = 31,034\ тыс.руб .$

Из-за инфляции предприятию через два месяца придется выплатить финансовой компании на 1,8 "с хвостиком" млн. руб. больше.

4.4.2 Сложная учетная ставка и инфляция

Номинальная стоимость векселя, дисконтированного m раз в году, через k лет определяется по формуле (4.12)

$$FV = \frac{P}{(1 - \frac{d}{m})^{mk}} .$$

Пусть годовой уровень инфляции τ. Рассуждая как в предыдущем разделе, запишем

$$FV_\tau = FV\ (1 + \tau)^k .$$

Эта формула имеет смысл лишь для $k \le 1$, т.к. от года к году уровень инфляции меняется.

Введем d_τ - номинальную учетную ставку, исправленную на инфляцию.

$$FV_\tau = \frac{P}{(1 - \frac{d_\tau}{m})^{mk}}. \quad x \quad (4.18)$$

Сопоставляя (4.12) и (4.18), получим

$$d_\tau = m\left[1 - \frac{1 - \frac{d}{m}}{\sqrt[m]{1+\tau}}\right] \qquad (4.19)$$

Пример 4.7

Владелец векселя на сумму 60 тыс. руб. со сроком погашения 1/2 года учел его в банке по номинальной учетной ставке 24%. Дисконтирование квартальное. Годовой уровень инфляции 30%. Определите текущую стоимость векселя и номинальную учетную ставку банка с учетом инфляции.

Решение

$FV_\tau = 60$ тыс. руб.

k=1/2

$\tau = 0{,}3$

$m = 4$

$d = 0{,}24$

$PV = ?$, $d_\tau = ?$

$$d_\tau = 4\left[1 - \frac{1 - \frac{0{,}24}{4}}{\sqrt[4]{1+0{,}3}}\right] = 0{,}479 = 47{,}9\%$$

$$PV = FV_\tau\left(1 - \frac{d_\tau}{m}\right)^{mk} = 60 \cdot \left(1 - \frac{0{,}476}{4}\right)^{4\cdot\frac{1}{2}} = 46{,}5\ тыс.\ руб.$$

4.5 ОБЪЕДИНЕНИЕ ВЕКСЕЛЕЙ

Объединение ряда платежных обязательств в финансовой практике называется ***консолидацией.***

Итак, имеются векселя с номинальной стоимостью FV_1, FV_2,…FV_n и сроком погашения k_1, k_2,…k_n соответственно. Нужно рассчитать стоимость FV или срок k объединенного векселя.

4.5.1 Определение стоимости объединенного векселя

Постановка задачи: задан срок погашения объединенного векселя. Требуется рассчитать его стоимость.

Идея метода расчета. 1) Номинальные стоимости всех векселей приводятся к стоимости на момент погашения объединенного векселя по формулам простых и сложных процентов. 2) Стоимость объединенного векселя равна сумме приведенных стоимостей всех векселей.

Объединение векселей на основе простых процентов

Пример 4.8 Четыре векселя номинальной стоимостью 2 млн. , 6, 8 и 10 млн. руб. со сроками погашения 120, 80, 90 и 130 дней нужно объединить в один со сроком погашения 100 дней. Консолидация происходит по простой процентной ставке 12% и банковской методике. Определите стоимость объединенного векселя.

Решение

FV_1 = 2 млн. р.; t_1 = 120 дн.
FV_2 = 6 млн. р.; t_2 = 80 дн.
FV_3 = 8 млн. р.; t_3 = 90 дн.
FV_4 = 10 млн. р.; t_4 = 130 дн.
r = 0,12
t = 100
FV = ?

Приведем стоимости всех векселей к моменту погашения консолидированного векселя. К этому моменту стоимости FV_2 и FV_3 нарастут, т. к. $t > t_2$ и $t > t_3$.

По ставке простых процентов наращенная стоимость этих векселей

$$FV_2^{H} = FV_2\left(1 - \frac{t - t_2}{T} r\right) = 6 \cdot \left(1 + \frac{100 - 80}{360} \cdot 0,12\right) = 6,4\ млн.\ руб.$$

Здесь $t - t_2$ - срок, оставшийся до погашения объединенного векселя. Аналогично

$$FV_3^{H} = 8 \cdot \left(1 + \frac{100 - 90}{360} \cdot 0,12\right) = 8,16\ млн.\ руб.$$

Для первого и четвертого векселей $t_1 > t$ и $t_4 > t$.

Следовательно, они будут реализовываться по заниженной, дисконтированной стоимости.

$$PV_1 = FV_1^{\partial} = \frac{FV_1}{1 + \frac{t_1 - t}{T} r} = \frac{2}{1 + \frac{120 - 100}{360} \cdot 0,2} = 1,987\ млн.\ руб.$$

В этом случае FV_1 играет роль будущей стоимости к моменту t_1 = 120дн., а FV_1^{∂} - дисконтированной (первоначальной) стоимости векселя к моменту t =100 дней.

Аналогично, дисконтированная стоимость четвертого векселя составит $PV_4 = FV_4^{\partial}$ = 9,9 млн. руб.

Таким образом, объединенная стоимость всех векселей к моменту t = 100 дней

$$FV = FV_1^{\partial} + FV_2^{H} + FV_3^{H} + FV_4^{\partial} = 25,954 \text{ млн. руб.}$$

Объединение векселей на основе сложных процентов

Пример 4.9 Фирма просит векселедержателя переписать четыре векселя номинальной стоимостью FV_1 = 8 млн., FV_2 = 12 млн., FV_3 = 16 млн. и FV_4 =24 млн. рублей со сроками погашения t_1 = 80, t_2 = 130, t_3 = 160 и t_4 = 220 дней в один вексель со сроком погашения t = 200 дней. Консолидация происходит на основе ставки сложных процентов и процентная ставка r = 20%.

Решение

FV_1 = 8 млн. р.; t_1 = 80 дн.
FV_2 = 12 млн. р.; t_2 = 130 дн.
FV_3 = 16 млн. р.; t_3 = 160 дн.
FV_4 = 24 млн. р.; t_4 = 220 дн.
t = 200 дн.
r = 20%
T = 360 дн.

FV = ?

Стоимость первых трех векселей к сроку погашения t = 200 дн. Нарастет

$$FV_i^{H} = FV_i(1 + r)^{\frac{t - t_i}{T}}$$

$$FV_1^{H} = 8(1 + 0,2)^{\frac{200 - 80}{360}} = 8,501\ млн.\ руб.$$

$$FV_2^{H} = 12(1 - 0,2)^{\frac{70}{360}} = 12,431\ млн.\ руб.$$

$$FV_3^{H} = 16,372\ млн.\ руб.$$

Стоимость четвертого векселя к этому же моменту дисконтируется

$$PV_4 = FV_4^{\partial} = \frac{FV_4}{(1+r)^{\frac{t_4 - t}{r}}} = \frac{24}{(1+0,2)^{\frac{20}{360}}} = 23,758 \ млн.руб.$$

Стоимость переписанного векселя

$$FV = FV_1^{H} + FV_2^{H} + FV_3^{H} + FV_4^{\partial} = 61,02 \text{ млн. руб.}$$

4.5.2 Определение срока погашения объединенного вектора

Постановка задачи: заданы номинальные стоимости и сроки погашения нескольких векселей. Задана номинальная стоимость объединенного векселя. Требуется определить срок его погашения.

Идея метода. 1) Номинальные стоимости всех векселей приводятся (дисконтируются) к первоначальной стоимости PV каждого векселя на момент его выдачи. 2) Все первоначальные стоимости складываются. По формулам простых или сложных процентов по первоначальной и будущей (номинальной) стоимости объединенного векселя находят его срок.

Пример 4.10

Четыре векселя с номинальной стоимостью $FV_1 = 10$ тыс., $FV_2 = 20$ тыс., $FV_3 = 26$ тыс. и $FV_4 = 40$ тыс. руб. и сроками погашения 30, 60, 80 и 120 дней клиент хочет объединить в один вексель стоимостью 100 тыс. руб. Найти срок погашения объединенного векселя, если консолидация происходит по годовой ставке простых процентов 20%. T = 365 дней.

Решение

$FV_1 = 10$ тыс. р.; $t_1 = 30$ дн.
$FV_2 = 20$ тыс. р.; $t_2 = 60$ дн.
$FV_3 = 26$ тыс. р.; $t_3 = 80$ дн.
$FV_4 = 40$ тыс. р.; $t_4 = 120$ дн.
r = 0,2
FV = 100 тыс. руб.
T = 365 дн.

t = ?

1) Рассчитаем первоначальные стоимости векселей на дату их выдачи.

$$PV = \frac{FV}{1 + \frac{t}{T} r}$$

$$PV_1 = \frac{10}{1 + \frac{30}{365} \cdot 0,2} = 9\,838 \ руб.$$

$$PV_2 = \frac{20}{1 + \frac{60}{365} \cdot 0,2} = 19\,363 \ руб.$$

Аналогично $PV_3 = 24\,908$ руб.; $PV_4 = 37\,532$ руб.

2) Найдем **первоначальную** стоимость объединенного векселя.

$$PV = PV_1 + PV_2 + PV_3 + PV_4 = 91642 \text{ руб.}$$

3) Из формулы

$$FV = PV\left(1 + r\frac{t}{T}\right)$$

определили срок t

$$t = \left(\frac{FV}{PV} - 1\right)\cdot\frac{T}{r} \qquad (4.20)$$

$$t = \left(\frac{100000}{91642} - 1\right)\frac{36}{0,2} = 166,45$$

Срок платежа t = 167 0дням.

4.5.3 Объединение векселей с учетом инфляции

Мы с Вами получили (1.24), что годовая процентная ставка r_τ банка при годовом уровне инфляции τ, обеспечивающая норму прибыли капитала r при простых процентах, должна быть

$$r_\tau = r + \tau + r\cdot\tau\cdot \Delta t/T \qquad (4.21)$$

Поэтому с учетом инфляции наращивание и дисконтирование стоимости векселей должны вестись не по ставке r , а по ставке r_τ .

Пример 4.11 Фирма просит векселедержателя объединить три векселя номинальной стоимостью 20 тыс., 40 тыс. и 50 тыс. руб. и сроками погашения 60, 80 и 50 дней в один со сроком погашения 60 дней. Объединение должно происходить по ставке простых процентов r = 36% и банковской методике. Годовой уровень инфляции 30%. Определите стоимость консолидированного векселя с учетом инфляции.

Решение

FV_1=20тыс.руб. t_1=60
FV_2=40тыс.руб. t_2=80
FV_3=50тыс.руб. t_3=50
r =0,36 τ = 0,3
t =60дн T=360дн

FV=?

Определим процентную ставку с учетом инфляции для каждого из трех векселей по формуле (4.21).
Для первого векселя $\Delta t = t - t_1 = 0$
Для второго векселя $\Delta t = 60 - 80 = -20$дн
Для третьего векселя $\Delta t = 60 - 50 = 10$дн
Следовательно, по (4.21)

$$r_{\tau 1} = 0{,}36 + 0{,}3 = 0{,}66; \quad r_{\tau 2} = 0{,}36 + 0{,}3 - 0{,}36 \cdot 0{,}3 \cdot 20/360 = 0{,}654$$

$$r_{\tau 3} = 0{,}36 + 0{,}3 + 0{,}36 \cdot 0{,}3 \cdot 10/360 = 0{,}663$$

Очевидно, что для первого векселя его номинальная стоимость не меняется, так как его срок погашения совпадает со сроком погашения объединенного векселя.

Стоимость второго векселя дисконтируется по ставке $r_{\tau 2} = 0{,}654$ за период $t_2 - t = 20$ дней.

$$PV_2 = FV_2^{\partial} = \frac{FV_2}{1 + r_{\tau 2} \cdot \frac{t_2 - t}{T}} = \frac{40}{1 + 0{,}654 \cdot \frac{20}{360}} = 38084{,}08\text{руб}$$

Стоимость третьего векселя нарастает по ставке $r_{\tau 3} = 0{,}663$ за время $t - t_3 = 10$ дней

$$FV_3^{н} = FV_3 (1 + \frac{t - t_3}{T} r_{\tau 3}) = 50 \cdot (1 + \frac{60 - 50}{360} \cdot 0{,}654) = 50908{,}33 \text{ руб.}$$

Стоимость консолидированного векселя

$$FV = FV_1 + FV_2^{\partial} + FV_3^{н} = 20000 + 38084{,}08 + 50908{,}33 = 108\,992{,}4\text{руб}$$

4.6 ЭФФЕКТИВНОСТЬ СДЕЛОК С ВЕКСЕЛЯМИ

Одной из финансовых операций является перепродажа векселей. Доходность таких сделок определяется при помощи эффективной процентной ставки.

4.6.1 Эффективность сделок по простым процентам

Пусть вексель номинальной стоимостью FV и сроком погашения t_1 дней учтен финансовой организацией (банк, финансовая компания) по учетной ставке d_1 .

Владелец векселя получит

$$PV_1 = FV \cdot (1 - \frac{t_1}{T_1} \cdot d_1). \qquad (4.22)$$

Через некоторое время по различным финансовым обстоятельствам организация перепродаст вексель по учетной ставке d_2 .Она получит сумму

$$PV_2 = FV \cdot (1 - \frac{t_2}{T_2} \cdot d_2), \qquad (4.23)$$

где t_2- число дней, оставшееся до срока погашения векселя, T_1 и T_2 - количество дней в году в соответствии с применяющимися методиками. Определим эффективную процентную ставку $r_{эфф}$ этих двух сделок. Итак, организация уплатила сумму PV_1 и через $t_1 - t_2$ дней получила сумму PV_2

$$FV_2 = PV_2 = PV_1(1 + \frac{t_1 - t_2}{T_3} r_{эфф}) . \qquad (4.24)$$

Подставляем (4.22) и (4.23) в (4.24) и определяем

$$r_{эфф} = \frac{T_2 t_1 d_1 - T_1 t_2 d_2}{T_2 (t_1 - t_2)(T_1 - t_1 d_1)} \cdot T_3 . \qquad (4.25)$$

Если во всех трех случаях применяется одна методика учета дней в году

$$T_1 = T_2 = T_3 , \quad \text{то}$$

$$r_{эфф} = \frac{t_1 d_1 - t_2 d_2}{(t_1 - t_2)(T - t_1 d_1)} \cdot T \qquad (4.26)$$

Доходность сделки $r_{эфф} > 0$ обеспечивается при условии

$$t_1 d_1 - t_2 d_2 > 0,$$

то есть учетная ставка второй сделки должна быть

$$d_2 < d_1 \frac{t_1}{t_2} . \qquad (4.27)$$

Доход, полученный организацией от перепродажи векселя,

$$D = PV_2 - PV_1 = FV \cdot (1 - d_2 \frac{t_2}{T_2} - 1 + d_1 \frac{t_1}{T_1}) = FV(d_1 \frac{t_1}{T_1} - d_2 \frac{t_2}{T_2}). \qquad (4.28)$$

Если $T_1 = T_2 = T$,

$$D = FV \cdot (d_1 t_1 - d_2 t_2) / T.$$

Пример 4.12 Владелец векселя номинальной стоимостью 20 тыс. руб. учел его в банке за 60 дней до срока погашения по учетной ставке 28%. Через 12 дней этот вексель переучтен вторым банком по учетной ставке 25%. Определите доход и доходность сделки по эффективной ставке r

Решение

FV=20тыс.руб.
t_1=60 дн
t_2=48 дн
d_1=0,28
d_2=0,25
~~T=360 дн~~

$r_{эфф}$=? D=?

По формуле (4.28) доход сделки

$$D = FV \cdot (d_1 t_1 - d_2 t_2) / T = 20 \cdot (60 \cdot 0{,}28 + 48 \cdot 0{,}25)/360 = 266{,}67 \text{ руб.}$$

По формуле (4.26) доходность сделки

$$r_{эфф} = \frac{t_1 d_1 - t_2 d_2}{(t_1 - t_2)(T - t_1 d_1)} \cdot T = \frac{60 \cdot 0{,}28 - 48 \cdot 0{,}25}{(60 - 48)(360 - 60 \cdot 0{,}28)} \cdot 360 = 41{,}96\%$$

Из (4.27) положительная доходность сделки будет при условии

$$d_2 < d_1 \frac{t_1}{t_2}$$

Проверим

$$d_2 < 0{,}28 \frac{60}{48} = 0{,}35$$

В нашем случае $d_2 = 0{,}25$. Следовательно, сделка доходна.

4.6.2 Эффективность сделок по сложным процентам

Если определить доходность сделки по процентной ставке сложных процентов, то

$$PV_2 = PV_1 \cdot (1 + r_{эфф})^{(t1-t2)/T}. \qquad (4.29)$$

Подставляя $PV_1 = FV \cdot \left(1 - \frac{t_1 \cdot d_1}{T}\right)^{\frac{t_1}{T}}$ и $PV_2 = FV \cdot \left(1 - \frac{t_2 \cdot d_2}{T}\right)^{\frac{t_2}{T}}$ в (4.29), получим

$$r_{эфф} = \left(\frac{\left(1 - \frac{t_2 \cdot d_2}{T}\right)^{\frac{t_2}{T}}}{\left(1 - \frac{t_1 \cdot d_1}{T}\right)^{\frac{t_1}{T}}} \right)^{\frac{T}{t_1 - t_2}} - 1. \qquad (4.30)$$

Пример 4.12 Владелец векселя номинальной стоимостью 20 тыс. руб. учел его в банке за 60 дней до срока погашения по учетной ставке 28%. Через 12 дней этот вексель был переучтен вторым банком по учетной ставке 25%. Определите доход и доходность сделки по эффективным ставкам сложных процентов. Принять Т=360 дней.

По данному сложных процентов (4.30)

Решение

FV=20 тыс. руб.
t_1=60 дн.
t_2=48 дн.
d_1=0,28
d_2=0,25
T=360
D, r =?

$$r_{эфф} = \left(\frac{(1 - 48 \cdot 0{,}25 / 360)^{48/360}}{(1 - 60 \cdot 0{,}28 / 360)^{60/360}} \right)^{\frac{360}{60-48}} - 1 = 0{,}1089 = 10{,}89\ \%$$

Из (4.30) следует, что сделка будет иметь положительную доходность при условии

$$1 - \frac{t_2 \cdot d_2}{T} > 1 - \frac{t_1 \cdot d_1}{T},$$

то есть, при

$$d_2 < \frac{d_1 \cdot t_1}{t_2} = \frac{0{,}28 \cdot 60}{48} = 0{,}35$$

Итак, рассмотренная сделка с d_2=0,25 будет доходной.

Если срок погашения векселя исчисляется в годах, а проценты начисляются m раз в году, то эффективность сделки

$$r = m \cdot \left[\left(\frac{(1 - d_2/m)^{k_2 m}}{(1 - d_1/m)^{k_1 m}} \right)^{\frac{1}{m(k_1 - k_2)}} - 1 \right]. \qquad (4.31)$$

Задачи

4.1 Предприятие обратилось в коммерческий банк за получением кредита. Банк выдал кредит на сумму 300 тыс. руб. под учетную ставку 22%. Сумма возврата кредита 310 тыс. руб. На какой срок выдан кредит? T=360 дней.

4.2 Владелец векселя учел его в банке за 3 месяца до срока, получив150 тыс. руб. Учетная ставка банка 26%. Определите номинальную стоимость векселя и дисконт банка.

4.3 Владелец векселя на сумму 300 тыс. руб. учел его в банке за 35 дней до срока погашения и получил 288 тыс. руб. Определите учетную ставку банка, по которой учтен вексель. Банковский год 365 дней.

4.4 Вексель на сумму 1 млн. руб. и сроком погашения 3 года учтен коммерческим банком по учетной ставке 24% годовых. Сколько получил владелец векселя и каков дисконт банка по простой и сложной учетной ставке при полугодовом и поквартальном дисконтировании?

4.5 Предприятие собирается получить в банке кредит в сумме200 тыс. руб. на 3 мес. под 22% годовых. Годовой уровень инфляции 18%. Определите:

4.5.1 годовую учетную ставку с учетом инфляции;

4.5.2 номинальную стоимость кредита;

4.5.3 дисконт банка.

4.6 Владелец векселя на сумму 600 тыс. руб. учел его в банке по учетной ставке 26% годовых. Срок погашения векселя 1 год. Дисконтирование полугодовое. Годовой уровень инфляции 14%. Определите текущую стоимость векселя и учетную ставку банка с учетом инфляции.

4.7 Три векселя номинальной стоимостью 200, 300 и 100 тыс. руб. со сроками погашения 100, 60 и 120 дней нужно объединить в один со сроком погашения 80 дней. Консолидация происходит по простой процентной ставке 16% и банковской методике. Определите стоимость объединенного векселя.

4.8 Фирма просит векселедержателя переписать три векселя номинальной стоимостью 80, 100 и 200 тыс. руб. со сроками погашения 50, 80 и 100 дней в один со сроком погашения 90 дней. Консолидация происходит на основе сложных процентов, процентная ставка 18%.Определите стоимость объединенного векселя. Т=365 дням.

4.9 Три векселя с номинальной стоимостью 1 млн. руб., 2 млн. руб. и 2,5 млн. руб. и сроками погашения 60, 70 и 30 дней клиент хочет объединить в один вексель стоимостью 5 млн. руб. Консолидация происходит по годовой ставке простых процентов 18%.Найдите срок погашения объединенного векселя.

4.10 Требуется объединить 3 векселя номинальной стоимостью500 тыс. руб., 300 и 200 тыс. руб. и сроками погашения 100, 50 80 дней в один сроком погашения 60 дней. Объединение должно происходить по ставке простых процентов с учетом инфляции 15%, Т=360. Определить стоимость консолидированного векселя.

4.11 Фирма решила учесть имеющийся у нее вексель номинальной стоимостью 100 тыс. руб. за 40 дней до срока погашения по учетной ставке 24%. Через 15 дней этот вексель был переучтен другим банком по учетной ставке 21%. Определите доход и доходность сделки по эффективной ставке простых процентов.

4.12 Владелец векселя учел его в банке за 3 месяца до срока погашения и получил за него 16 тыс. руб. Номинальная учетная ставка банка 26%. Проценты сложные и начисляются ежемесячно. Определите номинальную стоимость векселя.

4.13 Ожидаемый годовой уровень инфляции - 20%. Простая учетная ставка банка без учета инфляции - 26%. Определите учетную ставку банка с поправкой на инфляцию для кредитных операций сроком 6 месяцев. Рассчитайте сумму, которую получит заемщик при номинальной стоимости кредита в50 тыс. руб.

4.14 Владелец векселя учел его в банке за 2 месяца до срока погашения по простой учетной ставке 32% и получил200 тыс. руб. Годовой уровень инфляции - 18%. Определите номинальную стоимость векселя и реальную учетную ставку банка.

4.15 Три векселя номинальной стоимостью 20 тыс. руб., 30 и 50 тыс. руб. и сроками погашения 80, 100 и 120 дней необходимо объединить в один со сроком погашения 110 дней. Объединение происходит по ставке простых процентов 25% годовых. Какова стоимость объединенного векселя.

Глава 5

АМОРТИЗАЦИЯ ОСНОВНЫХ СРЕДСТВ И НЕМАТЕРИАЛЬНЫХ АКТИВОВ

5.1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

С момента ввода в эксплуатацию основных средств (ОС): станков, оборудования, зданий, компьютеров и т.д., - они изнашиваются, стареют, морально устаревают. То же происходит с нематериальными активами (например, с программами). На ремонт и замену ОС и НМА необходимы денежные средства. Для этого предприятие производит ежемесячные амортизационные начисления в специальный амортизационный (от латинских слов: a morte – не мертвый) фонд. Текущая балансовая стоимость ОС в бухгалтерском плане счетов учитывается на счете 01 «Основные средства», а амортизационные отчисления – на счете 02 «Амортизация ОС». Амортизационные отчисления рассчитываются исходя из балансовой стоимости ОС и единых норм амортизационных отчислений, установленных в России для каждого вида станков, машин, оборудования. Амортизационные отчисления учитываются как затраты на производство и включаются в себестоимость продукции.

В мировой практике существует много различных методов начисления амортизации, из которых чаще всего используется линейный способ и геометрически - дегрессивный метод. Первый способ предполагает постоянные суммы ежегодного списания стоимости ОС. Второй – ускоренную амортизацию в первые годы эксплуатации оборудования. Это позволяет предприятию быстрее накапливать амортизационный фонд и стимулирует чаще модернизировать свое оборудование.

В России с 1997 г. допускались оба метода учета амортизации. Однако второй метод позволял административно-управленческому аппарату закупать для офисов компьютеры, ксероксы, мебель, в первые два года списывать на амортизацию львиную долю их стоимости, а потом разбирать по домам, по ничтожной остаточной стоимости. Поэтому с 1999 г. в России повсеместно допускается только линейный способ списания амортизации. Тем не менее, мы рассмотрим оба перечисленных выше метода.

5.2 ЛИНЕЙНЫЙ МЕТОД УЧЕТА АМОРТИЗАЦИИ

Годовая сумма линейной амортизации, обозначим её A, исчисляется из:

1) первоначальной стоимости объекта основных средств P (подчеркнем, что здесь речь идет о неизменной первоначальной стоимости оборудования P, а не о текущей стоимости PV);

2) его конечной стоимости – ликвидной стоимости LC (liquidate cost- ликвидной стоимости);

3) срока полезного действия объекта T; его называют период амортизации или время эксплуатации.

В этом случае годовая сумма амортизации, или просто амортизация, вычисляется по формуле

$$A = \frac{P - LC}{T}. \qquad (5.1)$$

Отчисления на амортизацию в процессе эксплуатации оборудования в течение времени t составят

$$SA = A \cdot t, \qquad (5.2)$$

а его остаточная, балансовая, (в нашем понятии будущая) стоимость FV определится как

$$FV = P - SA = P - (P - LC) \cdot \frac{t}{T}. \qquad (5.3)$$

Отрезки времени t и T должны измеряться в одних и тех же единицах: годах или месяцах. По стоимости FV оборудование можно реализовать через время t .

Пример 5.1. Фирма приобрела станок за \$100 000. Срок эксплуатации его 6 лет. Ликвидная стоимость \$ 10 000. Через 3,5 года фирма решила заменить оборудование. По какой цене будет продан станок?

Решение

PV = \$100000
LC = \$10000
T = 6 лет
t=3,5года

1. Определим годовую сумму амортизации

$$A = \frac{P - LC}{T} = \frac{100000 - 10000}{6} = \$15000$$

2. Отчисления в амортизационный фонд за 3,5 года составят

FV=?

$$SA=A\cdot t=15\,000\cdot 3{,}5=\$52\,500$$

3. Остаточная стоимость

$$FV=P-SA=100\,000-52\,500=\$47\,500$$

По этой цене можно продавать станок.

В России амортизацию ОС начисляют и учитывают ежемесячно до полного погашения их стоимости. Полагают, что LC=0 и в конце срока эксплуатации SA=P. Для каждого вида станков, машин и оборудования строго установлен свой срок эксплуатации. Из него начисляется годовая норма амортизации **NA=1/T**, выражаемая в процентах.

Например,

Наименование	**NA**
Пилорама (станок для продольной распиловки бревен)	25%
Шлифовальный станок	8,3%
Автомобиль	14,3%

Подробная таблица приведена в справочнике ЕНАОФ (единые нормы амортизационных отчислений), который, например, встроен в программу 1С: Предприятие (1С: Бухгалтерия).

Амортизационные отчисления за год

$$A=PV\cdot NA. \qquad (5.4)$$

Пример 5.2. Шлифовальный станок куплен по цене $50 000. По какой цене его можно продать через 5 лет и 3 месяца?

Решение

PV=$50 000
NA=8,3%=0,083
T=5,25 года

FV=?

Амортизационные отчисления за год

$$A=PV\cdot NA=50\,000\cdot 0{,}083=\$4150$$

За время t в амортизационный фонд будет выплачена сумма

$$SA=At=4150\cdot 5{,}25=\$22\,187{,}5$$

Остаточная стоимость станка

$$FV=P-SA=\$27\,812{,}5$$

По этой цене можно продать шлифовальный станок.

По вновь принятым на учет объектам ОС амортизацию начисляют с первого числа месяца, следующего за месяцем поступления. По выбывшим объектам начисление амортизации прекращают с первого числа месяца, следующего за месяцем выбытия.

Пример 5.3. Деревообрабатывающий цех приобрел пилораму 15.01. за $80 000. Пилорама была установлена и поставлена на баланс предприятия 20.01. Каковы амортизационные отчисления по ней за первый квартал?

Решение

PV=$80 000
NA=25%=0,25
t=2 мес.

SA=?

NA - норма амортизации за год. Следовательно, за два месяца (февраль, март)

$$SA=\frac{P\cdot NA}{12}\cdot t=\frac{80000\cdot 0{,}25}{12}\cdot 2=\$3333{,}33$$

5.3 НЕЛИНЕЙНЫЙ, ГЕОМЕТРИЧЕСКИ-ДЕГРЕССИВНЫЙ МЕТОД УЧЕТА АМОРТИЗАЦИИ

Этот метод называют также способом уменьшаемого остатка, а также **методом снижающейся балансовой стоимости.** В этом случае годовая сумма амортизации A вычисляется не от первоначальной стоимости P, а от остаточной, балансовой стоимости FV, по формуле.

$$A=K\cdot NA\cdot FV=K\cdot\frac{FV}{T}. \qquad (5.5)$$

Здесь К- коэффициент ускорения амортизации.

$$1 \le K \le 3.$$

Обычно принимают К=2 – метод двукратного учета амортизации, NA=1/T - норма амортизации из метода линейного списания, берется по ЕНОАФ. Обратите внимание, что ликвидная стоимость полагается равной нулю.

Так как остаточная стоимость единицы оборудования FV уменьшается от года к году, то из формулы (5.5) видно, что и амортизационные отчисления будут падать.

Остаточная стоимость к i-ому периоду

$$FV_i = P - \sum_{j=1}^{i-1} A_j , \qquad (5.6)$$

где $\sum_{j=1}^{i-1} A_j$ - накопленная сумма амортизации за предшествующие периоды.

Из (5.5) и (5.6) определяем годовую сумму амортизации за i-ый период.

$$A_i = K \cdot \frac{P - \sum_{j=1}^{i-1} A_j}{T} . \qquad (5.7)$$

Расчет по формулам (5.6) и (5.7) приходится вести последовательно, начиная с первого периода.

Пример 5.4 Фирма приобрела компьютер за \$1200. Срок эксплуатации его 5 лет, после чего его стоимость падает до \$300. Через 3 года фирма самоликвидировалась. По какой цене следует продавать компьютер, если амортизация учитывается по геометрически - дегрессивному методу. Принять К=2.

Решение.

P=\$1200
LC=\$300
T=5 лет
t=3 года
К=2

FV=?

Амортизация за 1-ый год

$$A_1 = K \cdot \frac{P}{T}$$

$$A_1 = 2 \cdot \frac{1200}{5} = \$480$$

Амортизация за 2-ой год

$$A_2 = K \cdot \frac{P - A_1}{T} = A_1 - K \cdot \frac{A_1}{T} = 480 - 2 \cdot \frac{480}{5} = 480 - 192 = \$288$$

Амортизация за 3-ий год

$$A_3 = K \cdot \frac{P - (A_1 + A_2)}{T} = A_2 - K \cdot \frac{A_2}{T} = 288 - 2 \cdot \frac{288}{5} = \$172{,}8$$

В первый год амортизация выше, чем при линейном способе. Как мы видим, амортизация по геометрически - дегрессивному методу от года к году существенно падает.

Остаточная стоимость (5.6) компьютера через 3 года составит

$$FV_3 = P - (A_1 + A_2 + A_3) = 1200 - (480 + 288 + 172{,}8) = \$259{,}2$$

Если бы расчет велся по линейному методу, то ежегодная амортизация составила бы

$$A = \frac{P - LC}{T} = \frac{1200 - 300}{5} = \$180 ,$$

а остаточная стоимость

$$FV_3 = P - A \cdot t = 1200 - 180 \cdot 3 = \$660$$

существенно выше, чем по нелинейному методу.

В случае, если бы LC=0, то по линейному закону

$$A = PV/T = \$240,$$

$$FV_3 = P - A \cdot t = 1200 - 240 \cdot 3 = \$480.$$

На основании примера можно составить итерационную процедуру вычисления амортизации по геометрически – дегрессивному методу на i-ом периоде через амортизацию на i-1-ом периоде.

$$A_1 = k \cdot \frac{P}{T},$$

$$A_2 = A_1 - k \cdot \frac{A_1}{T},$$

$$A_3 = A_2 - k \cdot \frac{A_2}{T},$$

$$A_i = A_{i-1} - k \cdot \frac{A_{i-1}}{T}. \qquad (5.8\ а)$$

или $$A_i = A_{i-1} - k \cdot NA \cdot A_{i-1}. \qquad (5.8\ б)$$

5.4 ФУНКЦИИ Excel ДЛЯ РАСЧЕТА АМОРТИЗАЦИИ

В Excel имеется много функций для расчета годовой амортизации разными методами.

5.4.1 Линейный метод учета амортизации. Функции АМР

Расчет ведется по формуле (5.1). Используется финансовая функция

АМР(стоимость; ликвидная стоимость; время амортизации), (5.9)

которая вычисляет годовую амортизацию А.
В принятых нами обозначениях

AMP(P;LC;T)

Проверим по этой формуле расчет из примера 5.1

A=AMP(100000;10000;6)=15000,

результат тот же.

Вызов функции АМР в .

1. Ставим курсор в ту ячейку, в которой нужно рассчитать амортизацию.
2. В панели инструментов нажимаем кнопку f_x
3. В открывшемся окне в списке **Категории** выбираем **Финансовые.**
4. В списке **Функции** выбираем АМР.
5. ОК.
6.Появляется окно функции АМР.
7. Вводим в поля соответствующие исходные данные.
8. ОК.

В выбранной ячейке появляется результат 15000.

5.4.2 Метод уменьшаемого остатка (геометрически - дегрессивный метод). Функция ДДОБ

Эта функция вычисляет годовую амортизацию за i-ый период по формуле (5.7). В обозначениях Excel функция записывается так

ДДОБ(стоимость; остаточная стоимость; время эксплуатации; период; коэффициент) (5.11)

В принятых нами обозначениях

ДДОБ(PV; LC; T; i; К).

Период (i) – это время, для которого вычисляется амортизация. Например, 1-ый день, 1-ый месяц, 1-ый год, 3-ий год…

Время эксплуатации (Т) задается в тех же единицах, что и период – это количество периодов, за которые собственность амортизируется.

Коэффициент (К) – это норма снижения балансовой стоимости. Если он равен 2, то его можно опустить.

Вызывается и заполняется функция ДДОБ аналогично функции АМР.

Обратите внимание, чтобы избежать ошибок в использовании функции ДДОБ, необходимо вводить LC=0

Вычислим амортизацию за второй год в примере 5.4

ДДОБ(1200;0;5;2;2)=288,00 р.

Чтобы результат получить в долларах, нужно отформатировать ячейку в долларах:

1. Выделить ячейку или блок.
2. Формат – Ячейки.
3. Выбираем вкладку **Число** и в окне **Числовые форматы** выбираем **Денежный.**
4. В поле **Обозначения** выбираем знак $.
5. ОК.

5.5 СРАВНЕНИЕ ЛИНЕЙНОГО МЕТОДА УЧЕТА АМОРТИЗАЦИИ С МЕТОДОМ УМЕНЬШАЕМОГО ОСТАТКА (Расчет в Excel)

Пример 5.5. Фирма приобрела токарный станок за 30 000 руб. Годовая норма амортизации станка по ЕНОАФ 8,3%. Определить обоими методами годовую амортизацию, сумму амортизации и остаточную стоимость по годам за 12 лет.

Решение.

PV=30000 руб
NA=8,3%
$1 \le t_i \le 12$лет
К=1,5

Лин. закон: $A_{лин}$=? SA_i=? FV_i=?
Нелин. закон: A_i=? SA_i=? FV_i=?

Расчеты проводим в Excel.

В таблице 5.1 показаны исходные данные и расчет ежегодных амортизационных отчислений, накопленной с годами суммы амортизации и остаточной (балансовой) стоимости станка по годам двумя методами: методом линейного списания амортизационных отчислений и геометрически – дегрессивным методом.

Сравнение двух методов с помощью графиков (рис. 5.1) наглядно демонстрирует, что ускоренный, дегрессивно – геометрический метод дает повышенные амортизационные отчисления в первые годы, когда оборудование новое и его производительность высока, и их спад по мере изнашивания оборудования. В расчетах коэффициент ускорения К принят равным 1,5. При К=2 перепад еще резче.

Амортизационные накопления (рис.5.2) по ускоренному методу тоже быстрее нарастают в начале периода эксплуатации и мало меняются к концу.

Остаточная стоимость станка (рис.5.3) быстрее падает по ускоренному методу, чем по линейному, в начале срока эксплуатации, и более полного - в конце. Надо отметить, что по геометрически – дегрессивному методу нулевой баланс к концу срока жизни оборудования не достигается.

Таблица 5.1

Начисление амортизации
Исходные данные

Начальная стоимость	Годовая норма амортизации	Коэффициент ускорения амортизации К
30 000р.	8,3%	1,5

Расчет

	Линейное списание (АМР)	**Способ уменьшаемого остатка (ДДОБ)**

Год	Годовая сумма амортизации A (Линейный метод)	Накопленная сумма амортизации SA (Линейный метод)	Остаточная, балансовая стоимость FV (Линейный метод)	Годовая сумма амортизации A (Ускоренный метод)	Накопленная сумма амортизации SA (Ускоренный метод)	Остаточная, балансовая стоимость FV (Ускоренный метод)
0		0р.	30 000р.		0р.	30 000р.
1	2 490,0р.	2 490,0р.	27 510,0р.	3 750,00р.	3 750,00р.	26 250,00р.
2	2 490,0р.	4 980,0р.	25 020,0р.	3 281,25р.	7 031,25р.	22 968,75р.
3	2 490,0р.	7 470,0р.	22 530,0р.	2 871,09р.	9 902,34р.	20 097,66р.
4	2 490,0р.	9 960,0р.	20 040,0р.	2 512,21р.	12 414,55р.	17 585,45р.
5	2 490,0р.	12 450,0р.	17 550,0р.	2 198,18р.	14 612,73р.	15 387,27р.
6	2 490,0р.	14 940,0р.	15 060,0р.	1 923,41р.	16 536,14р.	13 463,86р.
7	2 490,0р.	17 430,0р.	12 570,0р.	1 682,98р.	18 219,12р.	11 780,88р.
8	2 490,0р.	19 920,0р.	10 080,0р.	1 472,61р.	19 691,73р.	10 308,27р.
9	2 490,0р.	22 410,0р.	7 590,0р.	1 288,53р.	20 980,27р.	9 019,73р.
10	2 490,0р.	24 900,0р.	5 100,0р.	1 127,47р.	22 107,73р.	7 892,27р.
11	2 490,0р.	27 390,0р.	2 610,0р.	986,53р.	23 094,27р.	6 905,73р.
12	2 490,0р.	29 880,0р.	120,0р.	863,22р.	23 957,48р.	6 042,52р.

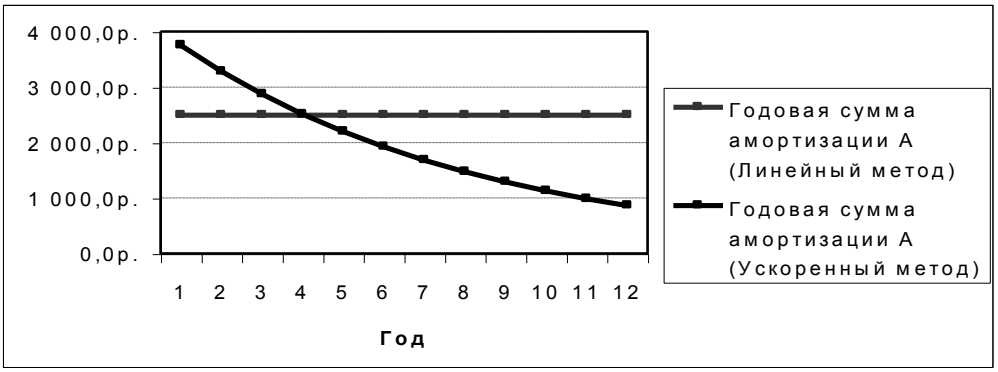


Рис. 5.1

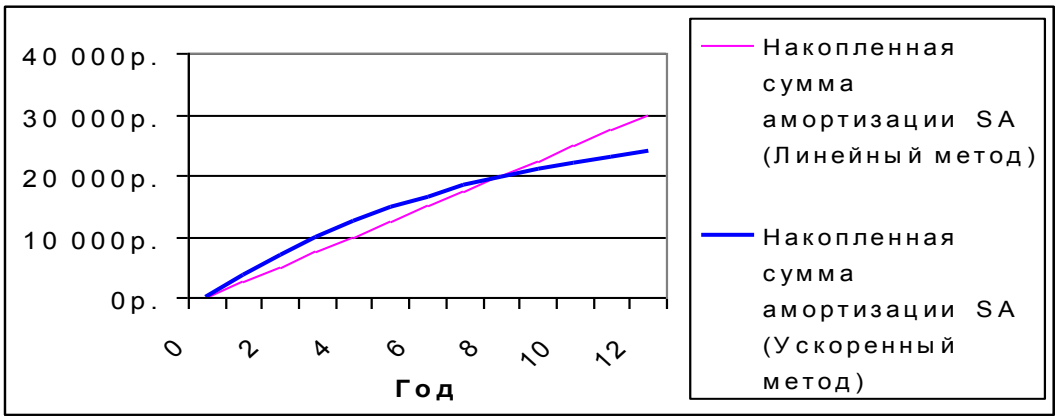


Рис. 5.2

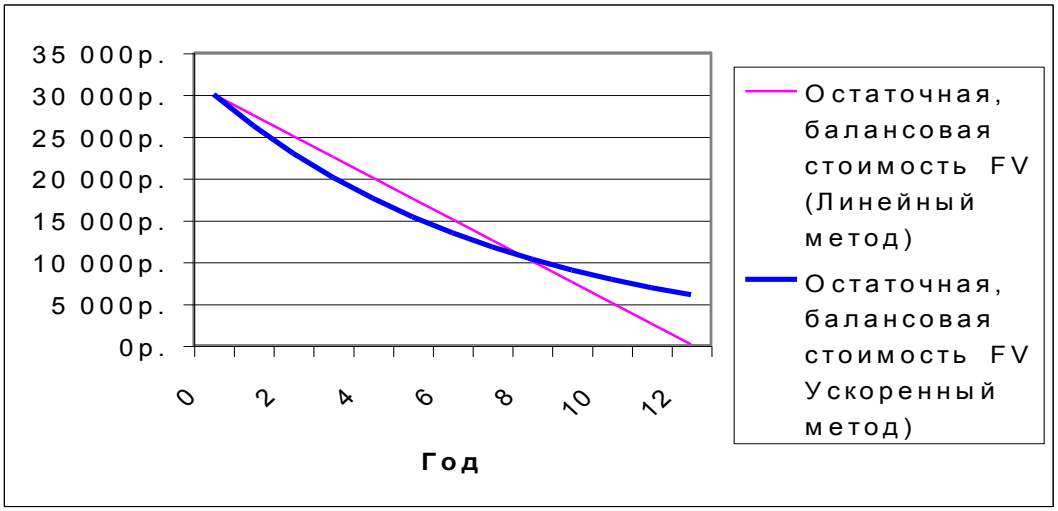


Рис. 5.3

Все расчеты показывают, что ускоренный метод списания амортизации стимулирует замену оборудования ранее полного износа оборудования, что способствует техническому прогрессу.

Задачи

5.1 Предприятие приобрело оборудование на 150 000 долларов сроком на 5 лет. В конце срока амортизации его ликвидная стоимость составит 50 000 долларов. Определите по способу линейного погашения стоимости

5.1.1 остаточную стоимость оборудования в конце 1 - ого, 2 - ого,…, 5 - ого года;

5.1.2 накопленную сумму амортизации;

5.1.3 постройте графики зависимости накопленной суммы амортизации и остаточной стоимости оборудования в конце каждого года от числа лет.

5.2 Фирма купила автомобиль за 5000 долларов. Годовая норма амортизации автомобиля 14,3%. Определите по способу линейного погашения стоимости, по какой цене можно будет продать автомобиль через 2 года, через 5 лет.

5.3 Предприятие приобрело оборудование на 180 000 долларов сроком на 6 лет. В конце срока амортизации его ликвидная стоимость составит 30 000 долларов. Определите по способу уменьшаемого остатка

5.3.1 остаточную стоимость оборудования в конце 1 - ого, 2 - ого,…, 5 - ого года;

5.3.2 накопленную сумму амортизации;

5.3.3 постройте графики зависимости накопленной суммы амортизации и остаточной стоимости оборудования в конце каждого года от числа лет.

5.4 Предприятие приобрело оборудование на 25000 долларов. Срок эксплуатации 8 лет. Остаточная стоимость 5000 долларов. Вычислите амортизацию по способу уменьшаемого остатка за

5.4.1 первый месяц;

5.4.2 первый квартал;

5.4.3 первый год;

5.4.4 пятый год.

5.5 Фирма купила компьютер за 12000 долларов. Через 3 года директор фирмы решил продать этот компьютер и заменить его на новый, который стоит 13000 долларов. Норма амортизации компьютера 8,3%. Какую сумму придется доплатить фирме при

5.5.1 линейном методе списания амортизации;

5.5.2 методе уменьшаемого остатка?

5.6 Предприятие приобрело оборудование на 200 000 долларов сроком на 4 года. В конце срока амортизации его ликвидная стоимость составит 10 000 долларов. Определите по способу линейного погашения стоимости

5.1.1 остаточную стоимость оборудования в конце 1 - ого, 2 - ого,…, 4 - ого года;

5.1.2 накопленную сумму амортизации;

5.1.3 постройте графики зависимости накопленной суммы амортизации и остаточной стоимости оборудования в конце каждого года от числа лет.

5.7 Фирма купила автомобиль за 8000 долларов. Годовая норма амортизации автомобиля 10 %. Определите по способу линейного погашения стоимости, по какой цене можно будет продать автомобиль через 3 года, через 6 лет.

5.8 Предприятие приобрело оборудование на 240 000 долларов сроком на 6 лет. В конце срока амортизации его ликвидная стоимость составит 40 000 долларов. Определите по способу уменьшаемого остатка

5.8.1 остаточную стоимость оборудования в конце 1 - ого, 2 - ого,…, 6 - ого года;

5.8.2 накопленную сумму амортизации;

5.8.3 постройте графики зависимости накопленной суммы амортизации и остаточной стоимости оборудования в конце каждого года от числа лет.

5.9 Предприятие приобрело оборудование на 32000 долларов. Срок эксплуатации 8 лет. Остаточная стоимость 6000 долларов. Вычислите амортизацию по способу уменьшаемого остатка за

5.9.1 первый месяц;

5.9.2 первый квартал;

5.9.3 первый год;

5.9.4 пятый год.

5.10 Фирма купила компьютер за 24000 рублей. Через 2 года директор фирмы решил продать этот компьютер и заменить его на новый, который стоит 14000 рублей. Норма амортизации компьютера 10,2%. Какую сумму придется доплатить фирме при:

5.10.1 линейном методе списания амортизации;

5.10.2 методе уменьшаемого остатка?

Глава 6

ЛИЗИНГ

6.1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Лизинг (leasing –сдача в аренду) применяется для обозначения предпринимательской деятельности, заключающейся в инвестировании собственных или привлеченных финансовых средств путем приобретения производственного оборудования для последующей его сдачи в аренду.

Соглашение (договор, контракт) о лизинге связывает две стороны. Лизингодатель (арендодатель) передает право владения и использования (но не право собственности) имущества (в дальнейшем будем называть его оборудованием) на конкретный срок лизингополучателю (арендатору) в обмен на оговоренные лизинговые (арендные) платежи. Лизингодатель (ЛД) приобретает оборудование у изготовителя (или сам является изготовителем) в соответствии с требованием арендатора по согласованной с ним цене за счет собственных или привлеченных средств. Лизингодателями могут быть специальные компании, банки, а при большой стоимости оборудования и консорциумы банков. Для ЛД лизинг – один из видов предпринимательской деятельности, приносящей прибыль и некоторые налоговые льготы.

Арендаторы, используя лизинговые операции, получают самое современное оборудование. Собственных средств на такую модернизацию у них не хватает, и лизинг способствует увеличению темпов обновления станочного парка. Тем самым усовершенствуется производство продукции арендатора. С другой стороны, появляются новые рабочие места у производителя оборудования. Поэтому во многих странах лизинговым компаниям предоставляются льготы по налогам.

Лизинговые операции возникли недавно, в начале 50-х годов, широкое внедрение началось в 60-х, а к началу 80-х годов они охватили 60 стран с общей суммой контрактов 36 мрд.$. В России лизинг пока не получил широкого распространения.

Зарубежный опыт показывает, что рост лизинговых операций приходится на время спада производства и замедляется во время стабилизации. Действительно, в период инфляции предприятиям трудно угнаться за возрастающими ценами на оборудование. Банкам не выгодно в этот период давать долгосрочные кредиты. Тогда одним из путей технического перевооружения становится лизинг.

Различают два основных вида лизинга – финансовый и оперативный.

6.1.1 Финансовый (капитальный) лизинг

Арендатор получает оборудование для его производственного использования на срок договора. За этот срок он полностью возмещает все расходы арендодателя на приобретение и передачу оборудования (включая установку, обучение персонала, командированные расходы) плюс комиссионные. Арендатор сам проводит ремонт и модернизацию оборудования. Договор может предусматривать продажу оборудования арендатору по остаточной стоимости.

Если срок договора арендатором нарушен, он несет полную ответственность за все убытки, возникшие в связи с этим у ЛД.

В ряде стран предусмотрены правила:

1) ЛД должен участвовать в финансировании сделки на уровне не ниже 20%;
2) Максимальный срок лизинга должен быть короче полезного срока жизни оборудования.

6.1.2 Оперативный лизинг

Он характеризуется короткими сроками. Поэтому за амортизационный период оборудование неоднократно передается в краткосрочную аренду. Сервисное обслуживание берет на себя арендодатель. По желанию арендатора, как правило, аренду можно прекратить в любой момент.

Отличие лизинга от аренды

При аренде ежемесячная плата может изменяться в зависимости от рыночной конъюнктуры, а лизинговые взносы С зафиксированы в договоре и не подлежат корректировке.

Величина С зависит от стоимости PV и остаточной стоимости FV объекта, лизинговой ставки r и срока лизингового договора.

Стоимость объекта лизинга PV – это контрактная цена, равная рыночной цене объекта к моменту заключения договора, и не изменяется в дальнейшем.

Остаточная стоимость объекта FV в конце срока лизинга составляет от 3 до 30% стоимости объекта.

Лизинговая ставка r – это заданная величина дохода от вложенных в объект средств. Она определяется исходя из нормы прибыли, налогов, кредитной ставки, инфляции. Изменение лизинговой ставки в связи с изменением налогов и уровня инфляции должно быть оговорено в договоре.

Отличие лизинга от кредита

Гарантиями кредитора при лизинге является объект лизинга, а при кредите – залог имущества, гарантии банка. Погашается кредит за счет прибыли заемщика, на которую начисляется налог НДС. Лизинг погашается за счет амортизационных отчислений, включаемых в себестоимость продукции, т.е. за лизинг платит покупатель. Стоимость лизинга может быть выше стоимости кредита.

6.2 СХЕМА ПОГАШЕНИЯ ЗАДОЛЖЕННОСТИ ПО ЛИЗИНГОВОМУ КОНТРАКТУ

Количественный анализ лизинговой операции обычно решает две задачи. Арендатору важно рассчитать, что выгоднее, покупать или арендовать имущество. Для лизингодателя необходимо определить размер лизинговых платежей и финансовую эффективность сделки.

Принципиального различия между расчетами по оперативному и финансовому лизингу нет, они определяются только законами страны. Поэтому мы не будем их разделять.

Погашение задолженности по лизинговым контрактам может осуществляться на основе различных схем (способов оплаты). Лизингодатель и лизингополучатель (ЛП) выбирают и согласовывают наиболее удобный для них по срокам и размерам платежей способ.

Как правило, задолженность по лизингу погашается периодическими лизинговыми платежами C. Иногда вносится аванс AV.

Выплаты по лизингу различаются:

- по размеру платежей: постоянные, переменные;
- по применяемой процентной ставке: простая для очень коротких платежей, сложная - для средних и долгосрочных, постоянная или переменная;
- по моменту производства платежей: пренумерандо- в начале периода, постнумерандо- в конце периода;
- по периодичности выплат.

Обычно лизинг предусматривает ежемесячные платежи, редко ежеквартальные или полугодовые. Расчет лизинговых платежей можно вести по двум схемам.

Первая схема: сначала рассчитываются размеры процентных платежей и суммы погашения долга, а затем определяется общая и средняя величина лизинговых платежей.

Вторая схема: сначала определяется величина лизинговых платежей C, а далее она распределяется на процентные платежи и суммы погашения долга.

6.3 РАСЧЕТ ЛИЗИНГОВЫХ ПЛАТЕЖЕЙ ПО ПЕРВОЙ СХЕМЕ

Пример 6.1 Фирма по договору лизинга приобретает оборудование стоимостью P=6 млн. руб. Срок договора k=6 лет. Норма амортизационных отчислений на восстановление имущества 12,5%. Процентная ставка по кредиту, полученному лизингодателем в банке на приобретение оборудования $r_{кр}$=25% годовых. Комиссионное вознаграждение ЛД $r_{ком}$ =6% в год. Вознаграждение за дополнительные услуги (технические консультации, командировочные, обучение персонала, ремонт оборудования) $S_{усл}$= 660 тыс. руб. Ставка налога на добавленную стоимость (НДС) $r_{НДС}$=20%

Лизинговые платежи, согласно договору, предусмотрены равными годовыми суммами в конце каждого года. ЛП имеет право выкупить оборудование по остаточной стоимости.

Требуется определить сумму лизинговых платежей по годам C_i , общую сумму платежей SC, среднюю сумму годового лизингового платежа, процентный состав затрат ЛП и остаточную стоимость FV оборудования. Как изменятся годовые выплаты, если внесен аванс AV=0,5 млн. руб.?

Проведем расчет для линейного закона амортизационных отчислений и для геометрически-дегрессивного метода с коэффициентом ускорения K=1,6.

6.3.1 Лизинговые платежи при линейном законе амортизации

Решение

P=6 млн. руб.
k=6 годам
NA=12,5%=0,125
$r_{кр}$=25%=0,25
$r_{ком}$ =6%=0,06
$S_{усл}$= 660 тыс. руб
$r_{НДС}$=20%
K=1,6
AV=0,5 млн. руб

C_i=?, SC=?, FV=?

Вспомним (5.4), что при линейном способе амортизационных отчислений годовая амортизация

$$A=P\cdot NA=6\cdot 0{,}125=0{,}75 \text{ млн. руб.}$$

Для дальнейших расчетов нужно знать среднегодовую стоимость оборудования. В таблице 6.1 приведены стоимости оборудования на начало, конец года и среднегодовая стоимость по годам. Из таблицы видно, что остаточная стоимость оборудования после шести лет эксплуатации составляет

$$FV=1{,}5 \text{ млн. руб.}$$

По такой цене оно может быть выкуплено арендатором.

Таблица 6.1

Год	В млн. руб.			
	Стоимость оборудования на начало года	Амортизационные отчисления	Стоимость оборудования на конец года	Среднегодовая стоимость
1	6	0,75	5,25	5,625
2	5,25	0,75	4,5	4,875
3	4,5	0,75	3,75	4,125
4	3,75	0,75	3	3,375
5	3	0,75	2,25	2,625
6	2,25	0,75	1,5	1,875

Определим лизинговые платежи S_1 за первый год.

В состав платежей входят амортизационные отчисления A, плата за кредит $I_{кр}$, комиссионное вознаграждение $I_{ком}$, дополнительные услуги $I_{доп}$ и налог на добавленную стоимость $I_{НДС}$.

Проценты за используемые кредитные ресурсы

$$I_{кр}=P_c\cdot r_{кр},$$

Где P_c - среднегодовая сумма непогашенного кредита или среднегодовая сумма остаточной стоимости оборудования за первый год. Из таблицы 6.1

$$I_{кр}=5{,}625\cdot 0{,}25=1{,}40625 \text{млн.руб.}$$

Комиссионное вознаграждение устанавливается в процентах от балансовой стоимости или среднегодовой остаточной стоимости оборудования – предмета лизингового договора

$$I_{ком}=P_c\cdot r_{ком.}=5{,}625\cdot 0{,}06=0{,}3375 \text{ млн. руб.}$$

Годовая плата за дополнительные услуги определяется как общая сумма, деленная на число лет

$$I_{усл}=\frac{S_{усл}}{k}=\frac{0{,}660}{6}=0{,}110 \ млн.руб.$$

Сумма прямых лизинговых платежей

$$S=A+I_{кр}+I_{ком}+I_{усл}=2{,}604 \text{ млн. руб.}$$

Размер налога на добавленную стоимость

$$I_{НДС}=S\cdot r_{НДС}=2{,}604\cdot 0{,}2=0{,}521 \text{ млн. руб.}$$

Сумма лизинговых платежей с НДС за 1-ый год

$$S_1=S+I_{НДС}=3{,}125 \text{ млн. руб.}$$

Аналогично рассчитываем суммы лизинговых платежей за все последующие годы. Результаты расчетов в Excel за весь срок лизинга приведены в таблице 6.2

Таблица 6.2

Год	В млн. руб.						
	Амортизация	**Кредит**	**Комиссионные**	**Услуги**	**Сумма без НДС**	**НДС**	**Сумма платежей за год с НДС**
1	0,75	1,40625	0,3375	0,11	2,60375	0,52075	3,1245
2	0,75	1,21875	0,2925	0,11	2,37125	0,47425	2,8455
3	0,75	1,03125	0,2475	0,11	2,13875	0,42775	2,5665
4	0,75	0,84375	0,2025	0,11	1,90625	0,38125	2,2875
5	0,75	0,65625	0,1575	0,11	1,67375	0,33475	2,0085
6	0,75	0,46875	0,1125	0,11	1,44125	0,28825	1,7295
Всего в млн. руб	4,5	5,625	1,35	0,66	12,135	2,427	Σ=14,562
Всего в %	30,90	38,63	9,27	4,53	83,33	16,67	100,00

Как мы видим, общая сумма платежей по лизингу намного превышает первоначальную стоимость оборудования. Основная доля отчислений идет на амортизацию и обслуживание кредита. Все эти расходы ложатся на плечи покупателей.

Сумма годового лизингового платежа рассчитывается как средняя за год от общей суммы

$$C = \frac{\sum}{k} = \frac{14,562}{6} = 2,427 \ млн.руб.$$

Если в начале срока лизинга был выплачен аванс AV=0,5 млн. руб., то

$$C = \frac{\sum - AV}{k} = 2,344 \ млн.руб.$$

Если лизинговые выплаты происходят m раз в году, то

$$C = \frac{\sum}{k \cdot m}.$$

Например, ежемесячные выплаты составят

$$C = \frac{\sum}{6 \cdot 12} = \frac{14,562}{72} = 202 \ 250 \ руб.$$

6.3.2 Лизинговые платежи с ускоренной амортизацией (метод уменьшаемого остатка)

В этом случае амортизационные отчисления за i-ый год отсчитывают не от первоначальной стоимости оборудования, а от остаточной стоимости (5.5-5.7)

$$A_i = K \cdot NA \cdot FV_i = K \cdot NA \cdot (PV - \sum_{j=1}^{i-1} A_j).$$

Здесь $\sum_{j=1}^{i-1} A_j$ - накопленная сумма амортизации за предшествующие периоды.

За первый год FV_1=P

Расчет для примера 6.1

$$A_1 = K \cdot NA \cdot P = 1,6 \cdot 0,125 \cdot 6 = 1,2 \text{ млн. руб.}$$

Остаточная стоимость оборудования на начало второго года

$$FV_2=P - A_1=6 - 1,2=4,8 \text{ млн. руб.}$$

Амортизационные отчисления за 2-ой год

$$A_2=K \cdot NA \cdot FV_2=1,6 \cdot 0,125 \cdot 4,8=0,96 \text{ млн. руб.}$$

И так далее.

Расчет ежегодных амортизационных отчислений и среднегодовой стоимости оборудования, сделанный с помощью Excel, приведен в таблице 6.3

Таблица 6.3

Год	В млн. руб.			
	Стоимость оборудования на начало года	**Амортизационные отчисления**	**Стоимость оборудования на конец года**	**Среднегодовая стоимость**
1	6,000	1,200	4,800	5,400
2	4,800	0,960	3,840	4,320
3	3,840	0,768	3,072	3,456
4	3,072	0,614	2,458	2,765
5	2,458	0,492	1,966	2,212
6	1,966	0,393	1,573	1,769

Остаточная стоимость оборудования после 6 лет эксплуатации FV=1,573 млн. руб.

Расчет суммы лизинговых платежей приведен в таблице 6.4

Таблица 6.4

Год	В млн. руб.						
	Амортизация	**Кредит**	**Комиссионные**	**Услуги**	**Сумма без НДС**	**НДС**	**Сумма платежей за год с НДС**
1	1,200	1,406	0,338	0,110	3,054	0,611	3,665
2	0,960	1,219	0,293	0,110	2,581	0,516	3,098
3	0,768	1,031	0,248	0,110	2,157	0,431	2,588
4	0,614	0,844	0,203	0,110	1,771	0,354	2,125
5	0,492	0,656	0,158	0,110	1,415	0,283	1,698
6	0,393	0,469	0,113	0,110	1,084	0,217	1,301
Всего в млн. руб	4,427136	5,625	1,35	0,66	12,06214	2,412427	14,4745632
Всего в %	30,59	38,86	9,33	4,56	83,33	16,67	100,00

Как мы видим, сравнивая таблицы 6.2 и 6.4, сумма платежей за год по нелинейному закону начисления амортизации в начале срока выше, чем по линейному, а в конце – ниже. Средние выплаты за год (в течение 6 лет) во втором случае несколько выше, чем при линейном учете амортизации.

6.4 РАСЧЕТ ЛИЗИНГОВЫХ ПЛАТЕЖЕЙ ПО ВТОРОЙ СХЕМЕ.

Пример 6.2 Лизинговая компания сдала по договору три компьютера стоимостью $ 1300 каждый в пользование фирме на 6 лет. Остаточная стоимость компьютеров 25% от первоначальной стоимости. Годовая требуемая лизинговая ставка доходности r=25%, норма амортизации 12,5%. Какова величина ежегодных выплат С, если платежи вносятся фирмой в конце каждого года, в конце каждого месяца? Расходы по ремонту оборудования несет пользователь.

Решение.

r=0,25

P=$1300·3=$3900

FV=\$3900·0,25=\$975
NA=0,125
k=6 лет
$m_{год.}$=1, $m_{мес}$=12

$C_{год.}$=? , $C_{мес}$=?

С одной стороны, общая сумма потока платежей за рассматриваемый срок лизинга k=6 лет на начало сделки должна быть

Σ=P-PV, (6.1)

где PV- дисконтированная к моменту начала срока лизинга остаточная стоимость оборудования FV. По формуле (1.6)

$$PV=\frac{FV}{(1+\frac{r}{m})^{km}}. \quad (6.2)$$

С другой стороны, $\sum$ - сумма потока платежей, дисконтированная к моменту начала потока платежей. Из формулы (2.5)

$$\sum=\frac{C}{\frac{r}{m}}(1-\frac{1}{(1+\frac{r}{m})^{km}})(1+\frac{r}{m}mun). \quad (6.3)$$

Напомним, что множитель тип = 0 для выплат постумерандо,
тип =1 для выплат пренумерандо.

Подставляя (6.3) и (6.2) в (6.1), получаем

$$\frac{C(1+\frac{r}{m}mun)}{\frac{r}{m}}\cdot(1-\frac{1}{(1+\frac{r}{m})^{km}})=P-\frac{FV}{(1+\frac{r}{m})^{km}}. \quad (6.4)$$

Отсюда ежегодные выплаты за период 1/m по лизингу составят

$$C=\frac{\frac{r}{m}}{1+\frac{r}{m}mun}\cdot\frac{P-\frac{FV}{(1+\frac{r}{m})^{km}}}{1-\frac{1}{(1+\frac{r}{m})^{km}}}. \quad (6.5)$$

Фактически $\sum$- разница в покупной и приведенной к моменту покупки остаточной стоимости оборудования, то есть это те расходы, которые понесла лизинговая компания.

Общая сумма выплат арендатором по договору лизинга

$\sum_B = C\cdot k\cdot m$. (6.6)

Следовательно, доход лизинговой компании

$D = \sum_B - \sum$.

Вернемся к примеру 6.2

1) ежегодные выплаты (m=1)

Расходы лизинговой компании:

$$\sum = P - \frac{FV}{(1+r)^k} = 3900 - \frac{9,75}{(1+0,25)^6} = \$3644,4$$

Ежегодные выплаты арендатора:

$$C = r \cdot \frac{P - \frac{FV}{(1+r)^k}}{1 - \frac{1}{(1+r)^k}} = 0,25 \cdot \frac{3900 - \frac{9,75}{(1+0,25)^6}}{1 - \frac{1}{(1+0,25)^6}} = \$1234,80$$

Сумма выплат за 6 лет по обслуживанию договора

$$\sum_B = C \cdot k = 1234,80 \cdot 6 = \$7408,78$$

Доход компании

$$D = 7408,8 - 3644,4 = \$3764,4$$

2) ежемесячные выплаты (m=12)

Расходы лизинговой компании

$$\sum = P - \frac{FV}{(1+\frac{r}{12})^{6*12}} = 3900 - \frac{9,75}{(1+\frac{0,25}{12})^{6*12}} = \$3679,07$$

Ежемесячные выплаты арендатора

$$C = \frac{r}{12} \cdot \frac{P - \frac{FV}{(1+\frac{r}{12})^{6*12}}}{1 - \frac{1}{(1+\frac{r}{12})^{6*12}}} = \$99,10$$

Годовой платеж

$$C \cdot 12 = \$1189,24$$

ниже, чем в первом случае.

Общая сумма выплат по обслуживанию долга

$$\sum_B = C \cdot 6 \cdot 12 = \$7135,17$$

Ежемесячные выплаты выгоднее арендатору, чем годовые, общая сумма выплат по ним меньше.

Доход компании

$$D = \sum_B - \sum = 7135,47 - 3679,07 = \$3456,40$$

- несколько ниже, чем в первом случае.

6.5 РАСЧЕТ ЛИЗИНГОВЫХ ПЛАТЕЖЕЙ ПО ВТОРОЙ СХЕМЕ С ПОМОЩЬЮ Excel

1. Платежи вносятся в конце каждого года (постумерандо)

Пусть, как в примере 6.2, заданы:

P=$3900 – первоначальная, текущая сумма, которую фирма берет у лизинговой компании. Она положительна.

FV=-$975 – будущая (остаточная) сумма, которую в конце срока лизинга фирма возвращает лизинговой компании. Она имеет знак минус.

r=0,25 – годовая процентная ставка, норма.

k=6 - количество периодов выплат.

C=? – ежегодные выплаты фирмы лизинговой компании, которые требуется определить.

Используем финансовую функцию ППЛАТ.

C=ППЛАТ(r;k;PV;FV;0)=ППЛАТ(0,25;6;3900;-975)= - $1234,80

Минус показывает, что фирма отдает деньги. Результат совпал с расчетами предыдущего раздела.

2. Платежи вносятся в конце каждого месяца, m=12.

Ежемесячная процентная ставка r/12.

Количество периодов выплат k·12

Ежемесячные выплаты составят

C=ППЛАТ(r/12;k·12;PV;FV;0)=ППЛАТ(0,25/12;6·12;3900;-975)= - $99,10

Результат совпал с расчетом предыдущего раздела.

Обратите внимание, что в [2], откуда взят пример 6.2, неправильно составлена геометрическая прогрессия на стр. 59, а отсюда приведена неверная формула для расчета месячного платежа на стр. 133. Поэтому результат в [2] отличается от расчета в Excel.

3. Платежи вносятся в начале каждого года (пренумерандо). В этом случае расчет ведется по формуле

$$C=ППЛАТ(r;k;PV;FV;1)=ППЛАТ(0,25;6;3900;-975;1)= - \$987,84$$

Как и следовало ожидать, выплаты существенно ниже.

Общая сумма выплат за 6 лет

$$\sum_B = C\cdot k = \$5927,03 ,$$

что на 7408,78-5927,03=$1481,76 меньше, чем при выплатах постнумерандо.

Доход лизинговой компании

$$D = |\sum_B| - \sum = 5927,03-3644,4 = \$2282,63$$

4. Платежи вносятся в начале каждого месяца.

Ежемесячный взнос.

$$C = ППЛАТ(r/12;k\cdot 12;PV;FV;1) = ППЛАТ(0,25/12;6\cdot 12;3900;-975;1) =-\$97,08$$

Годовые выплаты

$$C_2= C\cdot 12 = -\$1164,97$$

Выплаты за весь срок лизинга

$$\sum_B = C\cdot 6 = -\$6989,85$$

Доход лизинговой компании, пересчитанный на начало срока лизинга.

$$D = |\sum_B| - \sum = 6989,85-3679,07 = \$3310,78$$

Как видно из расчетов, наиболее выгодная для фирмы схема сделки, когда платежи вносятся ежегодно пренумерандо, а для лизинговой компании наиболее выгодны ежегодные взносы постнумерандо.

6.6 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФИНАНСОВОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЛИЗИНГОВЫХ ОПЕРАЦИЙ

Чтобы лизинговая операция приносила доход, лизинговая ставка должна быть больше годовой нормы амортизации оборудования. Финансовая эффективность лизинговых операций равна разности между лизинговой ставкой и нормой амортизации (без учета расходов на обслуживание и ремонт).

$$r_{эфф} = r - NA. \qquad (6.8)$$

Лизинговая ставка очень просто определяется в Excel с помощью финансовой функции НОРМА – норма прибыли за один период

r=НОРМА(k·m;C;PV;FV; тип; предположение).

Предположение – это предполагаемая норма прибыли; по умолчанию она равна 10%. Как правило, ее можно опустить.

Пример 6.3 Месячные платежи за использование компьютеров из примера 6.2 вносятся пренумерандо в размере $97,08. Определите эффективную процентную ставку доходности сделки.

Решение

P=$1300·3=$3900
FV=-$3900·0,25=-$975
NA=0,125
k=6 лет
C=-$97,08
m=12
~~тип=1~~

$r_{эфф}$ =?

Норма прибыли за месяц
r=НОРМА(6·12;-97,08;3900;-975;1)=2,08%
Годовая лизинговая ставка

$$r_r= r\cdot 12 = 2,08\cdot 12=25\%,$$

как и следовало ожидать из наших предыдущих расчетов.

Норма амортизации задана NA=12,5%.

Следовательно, эффективность лизинговой сделки на таких условиях по (6.8)

$$r_{эфф} = 25\% - 12,5\% = 12,5\%,$$

что вполне приемлемо.

Для определения лизинговой ставки вручную нужно решить нелинейное уравнение (6.4), например, итерационным методом, как показано в главе 7 [2]

Задачи

6.1 Предприятие приобретает по договору лизинга автофургон стоимостью 10000 долларов на срок 2 года. Норма амортизации автофургона 14,3%. Процентная ставка по кредиту, полученному лизингодателем (ЛД) в банке на приобретение оборудования, 24% годовых. ЛД требует от предприятия 5% комиссионных в год и500 долларов за услуги. НДС=20%. Лизинговые платежи должны выплачиваться равными долями в конце полугодия. Лизингополучатель (ЛП) имеет право выкупить автофургон по остаточной стоимости в конце срока договора. Требуется определить:

6.1.1 общую сумму лизинговых платежей по полугодиям и годам;

6.1.2 общую сумму выплат по лизингу;

6.1.3 процентный состав затрат ЛП;

6.1.4 остаточную стоимость автофургона по годам;

6.1.5 сумму средних лизинговых платежей по полугодиям;

6.1.6 сумму средних платежей по годам;

6.1.7 доход ЛД.

6.2 Лизинговая компания сдала оборудование фирме в лизинг на сумму 1 млн. руб. сроком на 4 года. Остаточная стоимость оборудования 20% от первоначальной стоимости. Годовая норма амортизации оборудования 12,5%. Лизинговая ставка доходности 18%. Определите:

6.2.1 Остаточную стоимость оборудования, приведенную к началу сделки;

6.2.2 ежегодные выплаты при ежегодном погашении задолженности;

6.2.3 ежегодные выплаты при ежеквартальном погашении задолженности;

6.2.4 суммарные выплаты фирмы;

6.2.5 доход лизинговой компании.

6.3 С помощью Excel определите эффективную процентную ставку доходности лизинговой сделки: оборудование стоимостью 200 000 долларов сдано на 5 лет, норма амортизации 8,3%, ежемесячные платежи пренумерандо 4500 долларов.

6.4 6.4 Фирма по договору лизинга приобретает оборудование стоимостью P=3 млн. руб. Срок договора k=5 лет. Норма амортизационных отчислений на восстановление имущества 12,5%. Процентная ставка по кредиту, полученному лизингодателем в банке на приобретение оборудования rкр=22% годовых. Комиссионное вознаграждение ЛД rком =8% в год. Вознаграждение за дополнительные услуги (технические консультации, командировочные, обучение персонала, ремонт оборудования) Sусл= 500 тыс. руб. Ставка налога на добавленную стоимость (НДС) rНДС=20%

Лизинговые платежи, согласно договору, предусмотрены равными годовыми суммами в конце каждого года. ЛП имеет право выкупить оборудование по остаточной стоимости.

Определите:

6.4.1 сумму лизинговых платежей по годам C_i ;

6.4.2 общую сумму платежей SC;

6.4.3 среднюю сумму годового лизингового платежа;

6.4.4 процентный состав затрат ЛП;

6.4.5 остаточную стоимость FV оборудования.

6.4.6 Как изменятся годовые выплаты, если внесен аванс AV=0,7 млн. руб.?

6.4.7 Проведите расчет для линейного закона амортизационных отчислений.

6.4.8 Проведите расчет для геометрически - дегрессивного метода с коэффициентом ускорения К=2.

6.5 Лизинговая компания сдала оборудование фирме в лизинг на сумму 2 млн. руб. сроком на 3 года. Остаточная стоимость оборудования 10% от первоначальной стоимости. Годовая норма амортизации оборудования 16%. Лизинговая ставка доходности 20%. Определите:

6.5.1 Остаточную стоимость оборудования, приведенную к началу сделки;

6.5.2 ежегодные выплаты при ежегодном погашении задолженности;

6.5.3 ежегодные выплаты при ежеквартальном погашении задолженности;

6.5.4 суммарные выплаты фирмы;

6.5.5 доход лизинговой компании.

6.6 С помощью Excel определите эффективную процентную ставку доходности лизинговой сделки: оборудование стоимостью 100 000 долларов сдано на 8 лет, норма амортизации 8%, ежемесячные платежи пренумерандо 1200 долларов.

6.7 Фирма по договору лизинга приобретает оборудование стоимостью P=2 млн. руб. Срок договора k=4 года. Норма амортизационных отчислений на восстановление имущества 12%. Процентная ставка по кредиту, полученному лизингодателем в банке на приобретение оборудования rкр=20% годовых. Комиссионное вознаграждение ЛД rком =8% в год. Вознаграждение за дополнительные услуги (технические консультации, командировочные, обучение персонала, ремонт оборудования) Sусл= 400 тыс. руб. Ставка налога на добавленную стоимость (НДС) rНДС=18%

Лизинговые платежи, согласно договору, предусмотрены равными годовыми суммами в конце каждого года. ЛП имеет право выкупить оборудование по остаточной стоимости.

Определите:

6.7.1 сумму лизинговых платежей по годам C_i ;

6.7.2 общую сумму платежей SC;

6.7.3 среднюю сумму годового лизингового платежа;

6.7.4 процентный состав затрат ЛП;

6.7.5 остаточную стоимость FV оборудования.

6.7.6 Как изменятся годовые выплаты, если внесен аванс AV=0,5 млн. руб.?

6.7.7 Проведите расчет для линейного закона амортизационных отчислений.

6.7.8 Проведите расчет для геометрически - дегрессивного метода с коэффициентом ускорения К=4.

6.8 С помощью Excel определите эффективную процентную ставку доходности лизинговой сделки: оборудование стоимостью 300 000 долларов сдано на 6 лет, норма амортизации 9%, ежемесячные платежи пренумерандо 2500 долларов.

6.9 Лизинговая компания сдала по договору три компьютера стоимостью $ 2200 каждый в пользование фирме на 5 лет. Остаточная стоимость компьютеров 20% от первоначальной стоимости. Годовая требуемая лизинговая ставка доходности r=28%, норма амортизации 12%. Какова величина ежегодных выплат С, если платежи вносятся фирмой в конце каждого года, в конце каждого месяца? Расходы по ремонту оборудования несет пользователь. Месячные платежи за использование компьютеров вносятся пренумерандо в размере $100. Определите эффективную процентную ставку доходности сделки.

6.10 Лизинговая компания сдала оборудование фирме в лизинг на сумму 5 млн. руб. сроком на 5 лет. Остаточная стоимость оборудования 20% от первоначальной стоимости. Годовая норма амортизации оборудования 15%. Лизинговая ставка доходности 22%. Определите:

6.10.1 Остаточную стоимость оборудования, приведенную к началу сделки;

6.10.2 ежегодные выплаты при ежегодном погашении задолженности;

6.10.3 ежегодные выплаты при ежеквартальном погашении задолженности;

6.10.4 суммарные выплаты фирмы;

6.10.5 доход лизинговой компании.

Список литературы

1. Четыркин Е.М. Финансовая математика. Учебник. Академия народного хозяйства при правительстве Российской Федерации. М., Изд-во "Дело", 2000.-с 396.
2. Капелян С.Н. , Левкович О.А. Основы коммерческих и финансовых расчетов. Минск, НТЦ "АПМ", 1999.- с 223.
3. Гарнаев А.Ю. Использование MS Excel и VBA в экономике и финансах. СПб.: БХВ - Санкт-Петербург,1999. - с 336
4. Амелина Н.И, Магулина Л.А., Чердынцев М.И.. Практикум по электронным таблицам в экономике. М., Изд-во "Экспертное бюро", 2000. - с 122
5. Лавренев С.М. Диалог с компьютером. Excel Сборник примеров и задач. М., "Финансы и статистика", 2001. - с 335.
6. Андрей Пробитюк Excel для Windows 95 в бюро. Киев, Торгово - издательское бюро, 1996. - с 251.
7. Бронштейн И.Н. и Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗОВ. М., 1965.