КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

СЕМЕСТР 2

Вариант 1

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 1 & -5 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} -3 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 & 5 \\ -5 & 4 & 3 & 5 \\ -1 & -3 & -8 & 3 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 5221 & 5223 & 5225 \\ 5220 & 5221 & 5221 \\ 5218 & 5221 & 5224 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} -x + y + 4z = 1, \\ 2x + 2y - z = 0, \\ 3x + 3y + 2z = 7. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 = 9, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 5. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 3 & -4 \\ 4 & -7 & -2 & 1 \\ -2 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (2;–1;1), $\boldsymbol{b}$ = (–1;2;1), $\boldsymbol{c}$ = (1;3;1), $\boldsymbol{d}$ = (–1;–2;3).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})(3\boldsymbol{a}+4\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\times(3\boldsymbol{a}+4\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=2$, $|\boldsymbol{b}|=3$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/6$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(1;3;3), *B*(–1;2;–2), *C*(0;–1;3), *D*(2;1;0).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-3}{-2} \quad \text{и} \quad \frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{-2}.$$

10. Построить кривую $\rho = 2\sin(2\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек F_1(–5;0) и F_2(3;0) есть величина постоянная и равна p=10. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $16x^2–9y^2–64x–54y–161=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 2

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & 3 & -1 \\ 4 & 2 & -2 & 2 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 1362 & 1363 & 1363 \\ 1361 & 1366 & 1364 \\ 1362 & 1367 & 1365 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 4, \\ 2x + 4y + 3z = -1, \\ 3x + y - z = -3. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_5 = 5, \\ 2x_1 - 7x_2 + 4x_3 + x_4 = 9, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 4. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 7 & 2 & -1 & -2 & 2 \\ 1 & -3 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (2;4;2), $\boldsymbol{b}$ = (–1;–2;–2), $\boldsymbol{c}$ = (3;5;1), $\boldsymbol{d}$ = (3;5;–1).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$, **б)** $|(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})\times(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=4$, $|\boldsymbol{b}|=2$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=2\pi/3$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(3;2;1), *B*(1;–2;3), *C*(0;–1;4), *D*(2;1;0).

9. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases} 2x + 3y - 2z - 5 = 0, \\ x - y + 3z + 6 = 0. \end{cases}$$

10. Построить кривую $\rho = 2(1+\sin\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если абсолютная величина разности расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-3;0)$ и $F_2(7;0)$ есть величина постоянная и равна $p=6$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $4x^2+5y^2+24x+30y+61=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 3

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 4 & 2 & 2 & -2 \\ 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 2 & -1 & 8 \\ 4 & 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 8127 & 8129 & 8131 \\ 8126 & 8128 & 8132 \\ 8125 & 8126 & 8127 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} x + y + z = 6, \\ 2x - y - z = -3, \\ 3x - 2y - 4z = -7. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 6 & -9 & 21 & -3 & -12 \\ -4 & 6 & -14 & 2 & 8 \\ 2 & -3 & 7 & -1 & -4 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (2;2;3), $\boldsymbol{b}$ = (5;1;2), $\boldsymbol{c}$ = (–1;–3;–2), $\boldsymbol{d}$ = (8;0;1).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})$, **б)** $|(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=2$, $|\boldsymbol{b}|=3$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/4$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(2;–1;1), *B*(5;5;4), *C*(3;2;–1), *D*(4;1;3).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x+3}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{-3} \quad \text{и} \quad \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-3}.$$

10. Построить кривую $\rho = 2(1+\sin\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-4;0)$ и $F_2(2;0)$ есть величина постоянная и равна $p=10$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $5x^2-3y^2-10x-18y-37=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 4

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -1 & 4 & -2 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 3 & -3 \\ 3 & 9 & 3 & 2 \\ 2 & 7 & -3 & 1 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 6241 & 6243 & 6245 \\ 6240 & 6242 & 6246 \\ 6239 & 6240 & 6241 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} x + 2y + z = 5, \\ 3x - 5y + 3z = 4, \\ 2x + 7y - z = 7. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 5x_3 - x_4 + 6x_5 = 1, \\ 3x_1 + 3x_2 + 7x_3 - 3x_4 + 6x_5 = 3, \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 2. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 10 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 8 & -2 & 2 \\ 3 & -3 & -12 & -4 & 4 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы ***a***, ***b***, ***c***, образуют базис. Найти разложение вектора ***d*** по этому базису, если ***a*** = (1;0;1), ***b*** = (0;–2;1), ***c*** = (1;3;0), ***d*** = (8;9;4).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=3$, $|\boldsymbol{b}|=4$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/3$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(2;-1;2), *B*(1;2;-1), *C*(3;2;1), *D*(4;2;3).

9. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases} x - y + z + 2 = 0, \\ x - 2y + 3z - 8 = 0. \end{cases}$$

10. Построить кривую $\rho = 2(1+\cos 2\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если абсолютная величина разности расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-7;0)$ и $F_2(13;0)$ есть величина постоянная и равна $p=16$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $36x^2+49y^2+72x-196y-1442=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 5

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -3 \\ -2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 4 & 1 & 2 \\ 5 & 5 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 3 & 3 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 2327 & 2328 & 2329 \\ 2326 & 2329 & 2330 \\ 2327 & 2329 & 2331 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x + 5y - z = 8, \\ 2x + y - 3z = 0, \\ 3x + 2y - 2z = 1. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 3, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - x_4 = 2. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 10 & -3 & -2 & -1 \\ 4 & 19 & -4 & -5 & -1 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (1;1;0), $\boldsymbol{b}$ = (–4;3;2), $\boldsymbol{c}$ = (–1;2;1), $\boldsymbol{d}$ = (1;–1;–1).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=6$, $|\boldsymbol{b}|=2$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/6$..

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(2;1;4), *B*(–1;5;2), *C*(3;3;2), *D*(–1;4;3).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-3}{-2} \quad \text{и} \quad \frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{-2}.$$

10. Построить кривую $\rho = 3(2-\cos 2\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-6;0)$ и $F_2(2;0)$ есть величина постоянная и равна $p=10$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $5x^2-4y^2+30x+8y+21=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 6

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 1 \\ -3 & 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 4 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 4 & 5 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 9148 & 9149 & 9150 \\ 9151 & 9153 & 9156 \\ 9151 & 9152 & 9153 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x + 2y - 2z = 1, \\ x + 4y - 2z = 7, \\ 2x + y - 3z = 0. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 3x_4 - 2x_5 = 1. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 & 9 & -4 & -1 \\ 1 & 4 & 2 & 2 & -5 \\ 6 & 2 & 11 & -2 & -6 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (5;4;1), $\boldsymbol{b}$ = (–3;5;2), $\boldsymbol{c}$ = (2;–1;3), $\boldsymbol{d}$ = (7;23;4).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=4$, $|\boldsymbol{b}|=3$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/3$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(2;3;1), *B*(4;1;-2), *C*(6;3;3), *D*(5;4;3).

9. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases} 3x + 2y - z + 5 = 0, \\ x - y - z + 1 = 0. \end{cases}$$

10. Построить кривую $\rho = 3(2-\cos 2\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если абсолютная величина разности расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-4;0)$ и $F_2(6;0)$ есть величина постоянная и равна p=8. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $9x^2+16y^2+18x-64y-64=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 7

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 5 & -1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -3 & 5 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} -2 & -1 & 4 & 2 \\ -1 & 1 & 8 & 7 \\ 4 & 3 & 0 & 3 \\ -5 & -3 & 5 & 1 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 4313 & 4312 & 4311 \\ 4315 & 4315 & 4312 \\ 4317 & 4318 & 4314 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x + 9y = 6, \\ 4x - 3y + 4z = -3, \\ x - 2y + z = -2. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 1, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 12 & -1 & 7 & 11 & -1 \\ 24 & -2 & 14 & 22 & -2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (2;1;0), $\boldsymbol{b}$ = (1;0;1), $\boldsymbol{c}$ = (4;2;1), $\boldsymbol{d}$ = (3;1;3).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=4$, $|\boldsymbol{b}|=1$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=2\pi/3$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(4;5;–3), *B*(6;5;–4), *C*(3;2;0), *D*(6;3;–3).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x+3}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{-3} \quad \text{и} \quad \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-3}.$$

10. Построить кривую $\rho = 2\sin(4\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-5;0)$ и $F_2(3;0)$ есть величина постоянная и равна $p=10$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $3x^2-5y^2+18x+10y+37=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 8

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -2 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 3 & 7 & 9 & 5 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 6189 & 6186 & 6185 \\ 6190 & 6191 & 6192 \\ 6191 & 6192 & 6193 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 4, \\ 2x + y - z = 6, \\ 3x + 3y + 4z = 8. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 1. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & -5 \\ 1 & 3 & -1 & 6 & -1 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (3;–1;2), $\boldsymbol{b}$ = (–2;3;1), $\boldsymbol{c}$ = (4;–5;–3), $\boldsymbol{d}$ = (–3;2;–3).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(4\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})$, **б)** $|(4\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=3$, $|\boldsymbol{b}|=2$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/4$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(1;2;0), *B*(3;0;3), *C*(5;2;6), *D*(4;4;4).

9. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases} -2x + y - z - 3 = 0, \\ x + 2y + 3z + 4 = 0. \end{cases}$$

10. Построить кривую $\rho = 2\cos(3\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если абсолютная величина разности расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-11;0)$ и $F_2(9;0)$ есть величина постоянная и равна p=12. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $4x^2+5y^2-8x+20y+4=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 9

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ -2 & 6 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -1 & 0 & -1 \\ -2 & 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 8 & 2 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 3155 & 3154 & 3153 \\ 3158 & 3157 & 3154 \\ 3159 & 3160 & 3155 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 4, \\ 2x + 4y + 3z = -1, \\ 3x + y - z = -3. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 - 4x_4 = 5, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 3. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & -6 & -4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (2;2;3), $\boldsymbol{b}$ = (3;1;2), $\boldsymbol{c}$ = (1;3;1), $\boldsymbol{d}$ = (4;0;1).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=5$, $|\boldsymbol{b}|=2$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=3\pi/4$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(2;0;4), *B*(–1;3;-1), *C*(1;3;–3), *D*(3;5;0).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-2} \quad \text{и} \quad \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{-2}.$$

10. Построить кривую $\rho = 3\cos(4\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-4;0)$ и $F_2(2;0)$ есть величина постоянная и равна $p=10$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $9x^2-4y^2-72x-16y+96=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 10

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 2 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: **а)** $\begin{vmatrix} -2 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 5 \\ -2 & 4 & 3 & 5 \\ -9 & -3 & -8 & 3 \end{vmatrix}$ **б)** $\begin{vmatrix} 8241 & 8243 & 8245 \\ 8240 & 8241 & 8242 \\ 8238 & 8242 & 8244 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 4, \\ 2x + 2y - z = 0, \\ 3x + 3y + 2z = 7. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 3x_5 = 2, \\ 3x_1 - 8x_2 + x_3 + 2x_4 = 5, \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 3. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (–3;1;4), $\boldsymbol{b}$ = (–1;5;4), $\boldsymbol{c}$ = (–1;1;6), $\boldsymbol{d}$ = (0;4;3).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})$, **б)** $|(\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=3$, $|\boldsymbol{b}|=2$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=5\pi/6$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(3;1;4), *B*(–1;5;4), *C*(1;1;6), *D*(0;4;3).

9. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases} 3x + 2y - 2z + 3 = 0, \\ -2x - y + 3z + 7 = 0. \end{cases}$$

10. Построить кривую $\rho = 2\sin(4\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если абсолютная величина разности расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-7;0)$ и $F_2(3;0)$ есть величина постоянная и равна p=8. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $5x^2+9y^2+20x+72y+119=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 11

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 1 & -5 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & 2 & -1 \\ 4 & 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 1362 & 1364 & 1363 \\ 1361 & 1366 & 1364 \\ 1362 & 1367 & 1365 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} x - 2y + 2z = 4, \\ -2x + 3y - z = 0, \\ 2x - 3y + 2z = 7. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 7, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 3. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 8 & 1 & 1 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & -2 & 1 & -3 \\ 5 & 4 & 3 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (2;–1;1), $\boldsymbol{b}$ = (–1;2;1), $\boldsymbol{c}$ = (1;3;1), $\boldsymbol{d}$ = (–1;–2;3).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})(3\boldsymbol{a}+4\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\times(3\boldsymbol{a}+4\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=2$, $|\boldsymbol{b}|=3$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/6$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(–1;–2;0), *B*(1;1;2), *C*(1;2;2), *D*(1;3;3).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x+3}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{-3} \quad \text{и} \quad \frac{x-1}{-1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-3}.$$

10. Построить кривую $\rho = 4\sin(2\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-6;0)$ и $F_2(2;0)$ есть величина постоянная и равна p=10. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $16x^2-9y^2-64x-54y-161=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 12

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 4 & 2 & 3 & -2 \\ 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 2 & -1 & 6 \\ 4 & 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 7129 & 7130 & 7131 \\ 7126 & 7128 & 7132 \\ 7125 & 7126 & 7127 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} x - 3y + z = -4, \\ 3x - 5y + 3z = -4, \\ 2x + 4y - z = 3. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_5 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 4x_4 + 2x_5 = 1. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 21 & -1 \\ 2 & -2 & -1 & -10 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (2;4;2), $\boldsymbol{b}$ = (–1;–2;–2), $\boldsymbol{c}$ = (3;5;1), $\boldsymbol{d}$ = (3;5;–1).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})(3\boldsymbol{a}+4\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\times(3\boldsymbol{a}+4\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=2$, $|\boldsymbol{b}|=3$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/6$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(1;3;–1), *B*(2;–2;0), *C*(–1;1;2), *D*(3;2;1).

9. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases} x - 2y + 3z - 4 = 0, \\ 3x + 2y - 5z - 4 = 0. \end{cases}$$

10. Построить кривую $4(2-\cos\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если абсолютная величина разности расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-11;0)$ и $F_2(9;0)$ есть величина постоянная и равна $p=12$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $4x^2+5y^2+24x+30y+61=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 13

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: **а)** $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 3 & -3 \\ 3 & 9 & 3 & 2 \\ 2 & 7 & -3 & 1 \end{vmatrix}$ **б)** $\begin{vmatrix} 5241 & 5243 & 5245 \\ 5240 & 5242 & 5246 \\ 5239 & 5240 & 5241 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} x - 3y + z = -4, \\ 3x - 5y + 3z = -4, \\ 2x + 4y - z = 3. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 - 4x_4 = 5, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 3. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 7 & -14 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -3 & 7 \\ 5 & -10 & 1 & 5 & -13 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (2;2;3), $\boldsymbol{b}$ = (5;1;2), $\boldsymbol{c}$ = (–1;–3;–2), $\boldsymbol{d}$ = (8;0;1).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})$, **б)** $|(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=2$, $|\boldsymbol{b}|=3$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/4$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(2;3;4), *B*(–2;0;3), *C*(–1;2;1), *D*(2;–1;1).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{3} \quad \text{и} \quad \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{3}.$$

10. Построить кривую $\rho = 5(2-\sin\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-7;0)$ и $F_2(5;0)$ есть величина постоянная и равна $p=20$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $3x^2-5y^2+18x+10y+37=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 14

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -1 & 4 & -2 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 4 & 1 & 2 \\ 5 & 5 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 3 & 3 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 4327 & 4328 & 4329 \\ 4325 & 4329 & 4330 \\ 4324 & 4320 & 4331 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x + 4y - z = 9, \\ -2x + y + 3z = -2, \\ 3x + 2y - 2z = 9. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1, \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 = 3, \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 + x_4 - 4x_5 = 2. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & -6 & -4 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (1;0;1), $\boldsymbol{b}$ = (0;–2;1), $\boldsymbol{c}$ = (1;3;0), $\boldsymbol{d}$ = (8;9;4).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=3$, $|\boldsymbol{b}|=4$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/3$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(4;–1;2), *B*(2;2;–2), *C*(3;0;1), *D*(2;1;2).

9. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases} 2x + 3y - 2z - 5 = 0, \\ x - y + 3z + 6 = 0. \end{cases}$$

10. Построить кривую $\rho = 4(2-\cos\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если абсолютная величина разности расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-3;0)$ и $F_2(7;0)$ есть величина постоянная и равна p=6. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $36x^2+49y^2+72x-196y-1442=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 15

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -3 \\ -2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 4 & 5 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 6148 & 6149 & 6150 \\ 6151 & 6153 & 6156 \\ 6151 & 6152 & 6153 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x + 2y - 2z = 2, \\ x + 3y + 2z = 14, \\ 2x + y - 3z = -1. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1, \\ 4x_1 - 3x_2 + 8x_3 + 9x_4 = 1. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 5 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (1;1;0), $\boldsymbol{b}$ = (–4;3;2), $\boldsymbol{c}$ = (–1;2;1), $\boldsymbol{d}$ = (1;–1;–1).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=6$, $|\boldsymbol{b}|=2$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/6$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(–3;–2;2), *B*(1;1;3), *C*(2;1;–1), *D*(2;1;4).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-2}{-4} \quad \text{и} \quad \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{-4}.$$

10. Построить кривую $\rho = 2(1+\cos 2\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек F_1(–4;0) и F_2(8;0) есть величина постоянная и равна p=20. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $9x^2-4y^2-72x-16y+96=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 16

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 1 \\ -3 & 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 4 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} -2 & -1 & 4 & 2 \\ -1 & 1 & 8 & 7 \\ 4 & 3 & 0 & 3 \\ -5 & -3 & 5 & 1 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 8313 & 8312 & 8311 \\ 8315 & 8315 & 8312 \\ 8317 & 8318 & 8313 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x + 7y + z = 3, \\ 4x - 3y + 4z = -3, \\ x - 2y + z = -2. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 3x_5 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 = 7, \\ x_1 - 4x_2 - x_3 - 3x_4 = 3. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & -3 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & -2 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (1;1;0), $\boldsymbol{b}$ = (–3;5;2), $\boldsymbol{c}$ = (2;–1;3), $\boldsymbol{d}$ = (7;23;4).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=4$, $|\boldsymbol{b}|=3$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/3$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(5;–1;3), *B*(4;1;2), *C*(3;2;1), *D*(5;2;4).

9. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases} x - y + z + 2 = 0, \\ x - 2y + 3z - 8 = 0. \end{cases}$$

10. Построить кривую $\sin^2(2\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если абсолютная величина разности расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-7;0)$ и $F_2(13;0)$ есть величина постоянная и равна p=16. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $9x^2+16y^2+18x-64y-64=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 17

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 5 & -1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -3 & 5 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 3 & 7 & 9 & 5 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 5189 & 5186 & 5185 \\ 5190 & 5191 & 5192 \\ 5191 & 5192 & 5193 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} x - 3y + 2z = 4, \\ 2x + y - z = 6, \\ 3x - 3y + 4z = 8. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 4, \\ 2x_1 - 9x_2 + 2x_3 + x_4 = 7, \\ x_1 - 4x_2 - x_3 - 3x_4 = 3. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 7 & -14 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -3 & 7 \\ 5 & -10 & 1 & 5 & -13 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если = (2;1;0), $\boldsymbol{b}$ = (1;0;1), $\boldsymbol{c}$ = (4;2;1), $\boldsymbol{d}$ = (3;1;3).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=4$, $|\boldsymbol{b}|=3$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/3$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(5;–1;0), *B*(2;2;–1), *C*(3;1;–2), *D*(4;5;1).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-2}{3} \quad \text{и} \quad \frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z}{3}.$$

10. Построить кривую $\rho = 2\cos(3\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-7;0)$ и $F_2(5;0)$ есть величина постоянная и равна $p=20$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $16x^2-9y^2-64x-54y-161=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 18

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -2 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 8 & 2 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 9155 & 9154 & 9153 \\ 9157 & 9157 & 9154 \\ 9159 & 9160 & 9155 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} x + 3y + 3z = 3, \\ 3x + 4y + 3z = 13, \\ 3x + y - z = 17. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1, \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 + x_5 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 3. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 7 & 5 \\ 1 & -2 & 3 & -5 & -7 \\ 1 & -1 & 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (3;–1;2), $\boldsymbol{b}$ = (–2;3;1), $\boldsymbol{c}$ = (4;–5;–3), $\boldsymbol{d}$ = (–3;2;–3).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(4\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})$, **б)** $|(4\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=3$, $|\boldsymbol{b}|=2$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/4$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(3;–3;0), *B*(–1;1;2), *C*(2;1;1), *D*(4;0;2).

9. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases} 3x + 2y - z + 5 = 0, \\ x - y - z + 1 = 0. \end{cases}$$

10. Построить кривую $\rho = 6\sin(3\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если абсолютная величина разности расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-4;0)$ и $F_2(6;0)$ есть величина постоянная и равна p=8. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $4x^2+5y^2-8x+20y+4=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 19

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ -2 & 6 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -1 & 0 & -1 \\ -2 & 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} -2 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 5 \\ -2 & 4 & 3 & 5 \\ -9 & -3 & -8 & 3 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 1241 & 1243 & 1245 \\ 1240 & 1241 & 1242 \\ 1238 & 1242 & 1244 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} -x + y + 4z = 8, \\ -2x + 2y + z = 9, \\ 3x - 2y + 2z = -5. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_5 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 3, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 2. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -3 & -7 & 2 \\ 1 & 11 & 0 & 34 & -5 \\ 1 & -5 & -2 & -16 & 3 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (2;2;3), $\boldsymbol{b}$ = (3;1;2), $\boldsymbol{c}$ = (1;3;1), $\boldsymbol{d}$ = (4;0;1).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=5$, $|\boldsymbol{b}|=2$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=3\pi/4$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(1;2;–3), *B*(2;–1;1), *C*(1;3;–2), *D*(3;1;2).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-2}{-4} \quad \text{и} \quad \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{-4}.$$

10. Построить кривую $\rho = 4(1-\cos\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-7;0)$ и $F_2(5;0)$ есть величина постоянная и равна $p=20$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $5x^2-3y^2-10x-18y-37=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 20

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 2 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & 3 & -1 \\ 4 & 2 & -2 & 2 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 4362 & 4363 & 4363 \\ 4361 & 4366 & 4364 \\ 4362 & 4367 & 4365 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} x - 3y + 2z = 4, \\ 2x - y + 2z = -1, \\ 3x - y + z = -3. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -8 & 2 & 1 \\ 1 & 11 & -12 & 0 & -5 \\ 1 & -5 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (–3;1;4), $\boldsymbol{b}$ = (–1;5;4), $\boldsymbol{c}$ = (–1;1;6), $\boldsymbol{d}$ = (0;4;3).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})$, **б)** $|(\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=3$, $|\boldsymbol{b}|=2$, $\boldsymbol{a}\,\hat{}\,\boldsymbol{b}=5\pi/6$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(4;4;5), *B*(2;3;4), *C*(1;2;2), *D*(3;1;3).

9. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases} -2x + y - z - 3 = 0, \\ x + 2y + 3y + 4 = 0. \end{cases}$$

10. Построить кривую $\rho = 5(1-\sin\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если абсолютная величина разности расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-11;0)$ и $F_2(9;0)$ есть величина постоянная и равна $p=12$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $5x^2+9y^2+20x+72y+119=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 21

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 1 & -5 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 4 & 2 & 2 & -2 \\ 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 2 & -1 & 8 \\ 4 & 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 8127 & 8129 & 8131 \\ 8126 & 8128 & 8132 \\ 8125 & 8126 & 8127 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 3, \\ 2x - y - z = -2, \\ 3x - 2y - 4z = 1. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_5 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 1. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & -1 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & -3 & 3 & 5 \\ 6 & 3 & -2 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (2;–1;1), $\boldsymbol{b}$ = (–1;2;1), $\boldsymbol{c}$ = (1;3;1), $\boldsymbol{d}$ = (–1;–2;3).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})(3\boldsymbol{a}+4\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\times(3\boldsymbol{a}+4\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=2$, $|\boldsymbol{b}|=3$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/6$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(–1;–2;0), *B*(1;1;2), *C*(1;2;2), *D*(1;3;3).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x+5}{-4}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{-3} \quad \text{и} \quad \frac{x-3}{-4}=\frac{y+3}{2}=\frac{z}{-3}.$$

10. Построить кривую $\rho = 2(1-\sin\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-4;0)$ и $F_2(2;0)$ есть величина постоянная и равна $p=10$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $5x^2-3y^2-10x-18y-37=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 22

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 3 & -3 \\ 3 & 9 & 3 & 2 \\ 2 & 7 & -3 & 1 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 7241 & 7243 & 7245 \\ 7240 & 7242 & 7246 \\ 7239 & 7240 & 7241 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} x - 2y - z = 2, \\ 3x + 4y + 3z = 4, \\ 2x + 3y + 3z = 5. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 2, \\ 3x_1 - 8x_2 + x_3 + 2x_4 = 5, \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 - x_4 = 3. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & -2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 16 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (2;4;2), $\boldsymbol{b}$ = (–1;–2;–2), $\boldsymbol{c}$ = (3;5;1), $\boldsymbol{d}$ = (3;5;–1).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$, **б)** $|(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})\times(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=4$, $|\boldsymbol{b}|=2$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=2\pi/3$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(1;3;–1), *B*(2;–2;0), *C*(–1;1;2), *D*(3;2;1).

9. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases} x - 3y + z + 2 = 0, \\ x - 2y + 3z + 3 = 0. \end{cases}$$

10. Построить кривую $\rho = 3(1-\cos 2\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если абсолютная величина разности расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-7;0)$ и $F_2(13;0)$ есть величина постоянная и равна p=16. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $36x^2+49y^2+72x-196y-1442=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 23

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 4 & 1 & 2 \\ 5 & 5 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 3 & 3 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 6327 & 6328 & 6329 \\ 6325 & 6329 & 6330 \\ 6324 & 6320 & 6331 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x - y - z = 8, \\ 2x + y - 3z = 0, \\ 3x + 2y - 2z = 1. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 5x_2 + 4x_3 + 3x_5 = 7, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 3. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 & -1 & 4 \\ 7 & 5 & -3 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -7 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (2;2;3), $\boldsymbol{b}$ = (5;1;2), $\boldsymbol{c}$ = (–1;–3;–2), $\boldsymbol{d}$ = (8;0;1).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})$, **б)** $|(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=2$, $|\boldsymbol{b}|=3$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/4$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(2;3;4), *B*(–2;0;3), *C*(–1;2;1), *D*(2;–1;1).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x-4}{3}=\frac{y+1}{9}=\frac{z-3}{-2} \quad \text{и} \quad \frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{9}=\frac{z+3}{-2}.$$

10. Построить кривую $\rho = 3(2+\cos 2\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-6;0)$ и $F_2(2;0)$ есть величина постоянная и равна $p=10$. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $5x^2-4y^2+30x+8y+21=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 24

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -1 & 4 & -2 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: **а)** $\begin{vmatrix} 4 & 5 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ **б)** $\begin{vmatrix} 7148 & 7149 & 7150 \\ 7151 & 7153 & 7156 \\ 7151 & 7152 & 7153 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x + y - 2z = -1, \\ x + 2y + 2z = 5, \\ 2x + y - 3z = -4. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1, \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 = 3, \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 - 3x_4 = 2. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 6 & 3 & -2 & 4 & 7 \\ 7 & 4 & -3 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ = (1;0;1), $\boldsymbol{b}$ = (0;–2;1), $\boldsymbol{c}$ = (1;3;0), $\boldsymbol{d}$ = (8;9;4).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=3$, $|\boldsymbol{b}|=4$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/3$.

8. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани ABC, **в)** косинус угла между ребрами AB и AC, **г)** уравнение прямой AB, **д)** уравнение плоскости ABC, если $A(4;-1;2)$, $B(2;2;-2)$, $C(3;0;1)$, $D(2;1;2)$.

9. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases} 3x + 2y - z + 7 = 0, \\ x - y + 3z - 1 = 0. \end{cases}$$

10. Построить кривую $\rho = 4(2-\sin 2\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если абсолютная величина разности расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-4;0)$ и $F_2(6;0)$ есть величина постоянная и равна p=8. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $9x^2+16y^2+18x-64y-64=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вариант 25

1. Перемножить матрицы: $\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} (4 \quad -3 \quad 4) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -3 \\ -2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} -2 & -1 & 4 & 2 \\ -1 & 1 & 8 & 7 \\ 4 & 3 & 0 & 3 \\ -5 & -3 & 5 & 1 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 4313 & 4312 & 4311 \\ 4315 & 4315 & 4312 \\ 4317 & 4318 & 4313 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений: **а)** методом Крамера, **б)** при помощи обратной матрицы, **в)** методом Гаусса.

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = -4, \\ 2x + 2y - z = 5, \\ 3x - 3y + 4z = -4. \end{cases}$$

4. Найти общее решение методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_5 = 2, \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 - 4x_4 = 5, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 3. \end{cases}$$

5. Вычислить ранг матрицы: а) методом окаймляющих миноров; б) методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & 2 & 5 \\ 7 & -4 & 1 & 3 \\ 5 & 7 & 0 & -9 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, образуют базис. Найти разложение вектора $\boldsymbol{d}$ по этому базису, если $\boldsymbol{a}$ $\boldsymbol{a}$ = (1;1;0), $\boldsymbol{b}$ = (–4;3;2), $\boldsymbol{c}$ = (–1;2;1), $\boldsymbol{d}$ = (1;–1;–1).

7. Вычислить выражения, используя определения и свойства скалярного и векторного произведений:

а) $(2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})$, **б)** $|(2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})|$,

где $|\boldsymbol{a}|=6$, $|\boldsymbol{b}|=2$, $\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}=\pi/6$.

8. Даны координаты вершин пирамиды *ABCD*. Найти: **а)** объем пирамиды, **б)** площадь грани *ABC*, **в)** косинус угла между ребрами *AB* и *AC*, **г)** уравнение прямой *AB*, **д)** уравнение плоскости *ABC*, если *A*(–3;–2;2), *B*(1;1;3), *C*(2;1;–1), *D*(2;1;4).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые:

$$\frac{x+4}{-7} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-3} \quad \text{и} \quad \frac{x-4}{-7} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{-3}.$$

10. Построить кривую $\rho = 4\sin(4\varphi)$, заданную в полярных координатах.

11. Вывести уравнение кривой, если сумма расстояний от каждой ее точки до точек F_1(–5;0) и F_2(3;0) есть величина постоянная и равна p=10. Сделать чертеж.

12. Привести уравнение $3x^2-5y^2+18x+10y+37=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Вопросы к защите контрольных работ и для подготовки к экзаменам

СЕМЕСТР 2

1. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии

1. Матрицы и действия с ними. Обратная матрица. Решение матричных уравнений с помощью обратной матрицы.
2. Определители *n*-го порядка и их свойства. Разложение определителя по строке(столбцу). Решение систем n линейных алгебраических уравнений с *n* неизвестными по правилу Кремера.
3. Ранг матрицы. Теорема о ранге. Вычисление ранга матрицы.
4. Совместимость систем линейных алгебраических уравнений. Однородная и неоднородная системы.
5. Решение системы *n* линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
6. Геометрическое понятие вектора. Линейные операции над векторами. Понятие о линейной зависимости системы векторов. Базис векторов. Ортонормированный базис. Разложение вектора по базису. Длина вектора в ортонормированном базисе.
7. Декартова система координат. Координаты точки. Координаты вектора, если заданы координаты его начальной и конечной точек. Расстояние между точками. Деление отрезка в заданном отношении.
8. Скалярное произведение векторов и его свойства. Вычисление скалярного произведения через координаты векторов. Формула для угла между векторами.
9. Правая левая тройка векторов. Векторное произведение векторов и его свойства. Необходимое и достаточное условие коллинеарности двух ненулевых векторов. Вычисление векторного произведения через координаты векторов. Геометрический смысл векторного произведения.
10. Смешанное произведение трех векторов и его свойства. Вычисление смешанного произведения векторов через координаты векторов. Геометрический смысл смешанного произведения векторов.
11. Прямая на плоскости. Различные формы уравнений прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.
12. Прямая и плоскость в пространстве. Уравнение плоскости и прямой в пространстве. Угол между плоскостями. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью.
13. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола.
14. Поверхности второго порядка.
15. Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Размерность и базис линейного пространства. Координаты вектора.
16. Преобразование координат при переходе к новому базису.
17. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен.
18. Билинейные и квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Формулировка закона инерции. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.

2. Введение в математический анализ

1. Множество вещественных чисел. Функция, область ее определения. Сложные и обратные функции. График функции. Основные элементарные функции, их свойства и график.
2. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Критерий Коши. Арифметические свойства пределов. Переход к пределу в неравенстве. Существование пределов монотонной ограниченной последовательности.

3. Предел в функции в точке и на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства предела функции. Односторонние пределы. Пределы монотонных функций. Замечательные пределы.
4. Непрерывность функции в точке и на бесконечности. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной и обратной функции. Непрерывность элементарных функций.
5. Односторонние пределы. Точки разрыва, их классификация.
6. Сравнение функций. Символы o и O. Эквивалентные функции.
7. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, промежуточных значений. Теорема об обратной функции.
8. Понятие о равномерной непрерывности.

3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

1. Понятие функции, дифференцируемой в точке. Дифференциал функции его геометрический смысл. Общее представление о методах линеаризации.
2. Производная функции, ее смысл в различных задачах. Правело нахождения производной и дифференциала.
3. Производная сложной и обратной функции. Инвариантность формы дифференциала. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
4. Точки экстремума функции. Теорема Ферма.
5. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши, их применение.
6. Правило Лопиталя.
7. Производные и дифференциалы высших порядков.
8. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Применение формулы Тейлора для приближенных вычислений.
9. Условия монотонности функции. Экстремумы функции, необходимое условие. Достаточные условия. Отыскание наибольшего и наименьшего значения функции, дифференцируемой на отрезке.
10. Исследование выпуклости функции. Точки перегиба.
11. Асимптоты функции. Понятие об асимптотическом разложении.
12. Общая схема исследования функции и построение ее графика

4. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных

1. Пространство $\mathbb{R}^n$. Множества в $\mathbb{R}^n$:открытые, замкнутые, ограниченные, линейно связные, выпуклые. Компактность. Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Функции, непрерывные на компактах. Промежуточные значения непрерывных функций на линейно связных множествах.
2. Частные производные. Дифференциал, его связь с частными производными. Инвариантность формы дифференциала. Геометрический смысл частных производных и дифференциала.
3. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.
4. Экстремумы функций нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.
5. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
6. Производная по направлению. Градиент.
7. Дивергенция. Ротор.