ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Тема:Дифференциальные уравнения

Вариант 1

1. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения первого порядка:

а) $4xdx-3ydy=3x^2ydy-2xy^2dx$,

б) $y'=\frac{y^2}{x^2}+4\frac{y}{x}+2$,

в) $y'-\frac{y}{x}=x^2, \quad y(1)=0,$

г) $y'+xy=(1+x)e^{x^2/2}y^2, \quad y(0)=1,$

д) $y^2dx+(x+e^{2/y})dy=0, \quad y\big|_{x=e}=2$,

е) $3x^2e^ydx+(x^3e^y-1)dy=0.$

2. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

а) $y'''x\ln x=y'',$

б) $y''y^3+1=0, \quad y(1)=-1,\ y'(1)=-1,$

3. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка:

а) $y''+y'=2x-1,$

б) $y''-2y'+y=-12\cos 2x-9\sin 2x,$

в) $y''-8y'+17y=10\cdot e^{2x},$

г) $y''-4y'+8y=e^x(2\cos x-\sin x).$

Вариант 2

1. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения первого порядка:

а) $x\sqrt{1+y^2}+yy'\sqrt{1+x^2}=0$,

б) $xy'=\frac{3y^3+2yx^2}{2y^2+x^2}$,

в) $y'-y\operatorname{ctg}x=2x\sin x, \quad y(\pi/2)=0,$

г) $xy'+y=2y^2\ln x, \quad y(1)=\frac{1}{2},$

д) $(y^4e^y+2x)y'=y, \quad y\big|_{x=0}=1$,

е) $\left(3x^2+\frac{2}{y}\cos\frac{2x}{y}\right)dx-\frac{2x}{y^2}\cos\frac{2x}{y}dy=0$.

2. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

а) $xy'''+y''=1,$

б) $y''=128y^3,\ y(0)=1,\ y'(0)=8$.

3. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка:

а) $y''+2y'+2y=2x^2+8x+6,$

в) $y''-2y'-8y=12\sin 2x-36\cos 2x,$

б) $y''-7y'+12y=3\cdot e^{4x},$

г) $y''-4y'+4y=-e^{2x}\sin 6x.$

Вариант 3

1. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения первого порядка:

а) $\sqrt{4+y^2}\,dx - ydy = x^2 ydy$,

б) $y' = \dfrac{x+y}{x-y}$,

в) $y' + y\cos x = \dfrac{1}{2}\sin 2x, \quad y(0) = 0,$

г) $2(xy' + y) = xy^2, \quad y(1) = 2,$

д) $y^2 dx + (xy - 1)dy = 0, \quad y\big|_{x=1} = e$,

е) $(3x^2 + 4y^2)dx + (8xy + e^y)dy = 0$.

2. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

а) $2xy''' = y'',$

б) $y''y^3 + 64 = 0, \quad y(0) = 4,\ y'(0) = 2,$

3. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка:

а) $y'' - 12y' + 36y = 14 \cdot e^{6x}$,

б) $y'' - 2y' = 6 + 12x - 24x^2$,

в) $y'' - 6y' + 25y = 9\sin 4x - 24\cos 4x,$

г) $y'' + 2y' = -2e^x(\sin x + \cos x).$

Вариант 4

1. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения первого порядка:

а) $x\sqrt{3+y^2}\,dx - ydy = x^2 ydy$,

б) $xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y$,

в) $y' + y\,\mathrm{tg}\,x = \cos^2 x, \quad y(\pi/4) = 1/2,$

г) $y' + 4x^3 y = 4(x^3 + 1)\,e^{-4x} y^2, \ y(0) = 1,$

д) $2(4y^2 + 4y - x)y' = 1, \quad y\big|_{x=0} = 0$,

е) $\left(2x - 1 - \dfrac{y}{x^2}\right)dx - \left(2y - \dfrac{1}{x}\right)dy = 0..$

2. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

а) $xy''' + y'' = x + 1,$

б) $y'' + 2\sin y\cos^3 y = 0, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1,.$

3. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка:

а) $y'' + 3y' = 10 - 6x,$

б) $y'' - 3y' + 2y = (34 - 12x)\cdot e^{-x}$,

в) $y'' - 6y' + 34y = 18\cos 5x + 60\sin 5x,$

г) $y'' - 4y' + 8y = e^x(-\sin x + 2\cos x).$

Вариант 5

1. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения первого порядка:

а) $6xdx-6ydy=2x^2ydy-3xy^2dx$,

б) $2y'=\frac{y^2}{x^2}+6\frac{y}{x}+3$,

в) $y'-\frac{y}{x+2}=x^2+2x,\quad y(-1)=3/2,$

г) $xy'-y=-y^2(\ln x+2)\ln x,\quad y(1)=1,$

д) $(\cos 2y\cos^2 y-x)y'=\sin y\cos y,\quad y\big|_{x=1/4}=\pi/3,$

е) $\left(y^2+\frac{y}{\cos^2 x}\right)dx+(2xy+\operatorname{tg} x)dy=0.$

2. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

а) $\operatorname{tg} x\cdot y''-y'+\frac{1}{\sin x}=0,$

б) $y''=32\sin^3 y\cos y+1=0,\quad y(1)=\pi/2,\ y'(1)=4,$

3. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка:

а) $y''-4y'=8-16x,$

б) $y''-6y'+10y=51\cdot e^{-x},$

в) $y''-3y'+2y=3\cos x+19\sin x,$

г) $y''-4y'+4y=e^{2x}\sin 6x.$

Вариант 6

1 Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения первого порядка:

а) $x\sqrt{3+y^2}dx+y\sqrt{2+x^2}dy=0$,

б) $xy'=\frac{3y^3+4yx^2}{2y^2+2x^2}$,

в) $y'-\frac{1}{x+1}y=e^x(x+1),\quad y(0)=1,$

г) $2(y'+xy)=(1+x)e^{-x}y^2,\quad y(0)=2,$

д) $(x\cos^2 y+y^2)y'=y\cos^2 y,\quad y\big|_{x=\pi}=\pi/4,$

е) $\left(3x^2y+2y+3\right)dx-(x^3+2x+3y^2)dy=0.$

2. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

а) $x^2y''+xy'=1,$

б) $y''=98y^3,\quad y(1)=1,\ y'(1)=7.$

3. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка:

а) $y''+36y=36+66x-36x^3,$

б) $y''-9y'+20y=126\cdot e^{-2x},$

в) $y''+16y=8\cos 4x,$

г) $y''-4y'+8y=e^x(5\sin x-3\cos x).$

Вариант 7

1. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения первого порядка:

а) $\left(e^{2x}+5\right)dy+ye^{2x}dx=0$,

б) $y'=\dfrac{x+2y}{2x-y}$,

в) $y'+\dfrac{y}{x}=x\sin x,\quad y(\pi/2)=1,$

г) $3(xy'+y)=y^2\ln x,\quad y(1)=3,$

д) $e^{y^2}(dx-2xydy)=ydy,\quad y\big|_{x=0}=0$,

е) $\left(\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)dx+\left(\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}+\dfrac{1}{y}-\dfrac{x}{y^2}\right)dy=0.$

2. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

а) $y'''\operatorname{ctg}2x+2y''=0,$

б) $y''y^3+49=0,\quad y(3)=-7,\ y'(3)=-1$.

3. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка:

а) $y''+y'-6y=(6x+1)e^{3x}$,

б) $y''-6y'+9y=9x^2-39x+65,$

в) $y''-8y'+20y=16(\sin 2x-\cos 2x),$

г) $y''+2y'=e^x(\sin x+\cos x).$

Вариант 8

1. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения первого порядка:

а) $y'y\cdot\sqrt{\dfrac{1-x^2}{1-y^2}}+1=0$,

б) $xy'=2\sqrt{x^2+y^2}+y$,

в) $y'+\dfrac{y}{x}=\sin x,\quad y(\pi)=\dfrac{1}{\pi},$

г) $2y'+y\cos x=y^{-1}\cos x(1+\sin x),\ y(0)=1,$

д) $(104y^3-x)y'=4y,\quad y\big|_{x=8}=1,$

е) $\left[\sin 2x-2\cos(x+y)\right]dx-2\cos(x+y)dy=0.$

2. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

а) $x^3y'''+x^2y''=1,$

б) $4y^3y''=16y^4-1,\quad y(0)=\dfrac{\sqrt{2}}{2},\ y'(0)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

3. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка:

а) $y''+4y'+5y=5x^2-32x+5,$

б) $y''+6y'+10y=74\cdot e^{3x}$,

в) $y''+5y'+6y=52\sin 2x,$

г) $y''-4y'+4y=e^{2x}\sin 3x.$

Вариант 9

1. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения первого порядка:

а) $6xdx-6ydy=3x^2ydy-2xy^2dx$,

б) $3y'=\frac{y^2}{x^2}+8\frac{y}{x}+4$,

в) $y'+\frac{y}{2x}=x^2,\quad y(1)=1,$

г) $y'+4x^3y=4y^2e^{4x}(1-x^3),\quad y(0)=-1,$

д) $dx+(xy-y^3)dy=0,\quad y\big|_{x=-1}=0$,

е) $\left(xy^2+\frac{x}{y^2}\right)dx+\left(x^2y-\frac{x^2}{y^3}\right)dy=0.$

2. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

а) $\operatorname{tg} xy'''=2y'',$

б) $y''+8\sin y\cos^3 y=0,\quad y(0)=0,\ y'(0)=2,$

3. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка:

а) $y''+8y'16y=16x^2-16x+66,$

б) $y''-12y'+40y=2\cdot e^{6x}$,

в) $y''+y=-4\cos x-2\sin x,$

г) $y''+6y'+13y=e^{-3x}\cos 4x.$

Вариант 10

1. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения первого порядка:

а) $x\sqrt{5+y^2}dx+y\sqrt{4+x^2}dy=0$,

б) $xy'=\frac{3y^3+6yx^2}{2y^2+3x^2}$,

в) $y'+\frac{2xy}{1+x^2}=\frac{2x^2}{1+x^2},\quad y(0)=\frac{2}{3},$

г) $3y'+2xy=2xy^{-2}e^{-2x^2},\quad y(0)=-1,$

д) $(3y\cos 2y-2y^2\sin 2y-2x)y'=y,\quad y\big|_{x=16}=\frac{\pi}{4}$,

е) $\left(\frac{1}{x^2}+\frac{3y^2}{x^4}\right)dx-\frac{2y}{x^3}dy=0.$

2. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

а) $y'''\operatorname{cth} 2x=2y'',$

б) $y''=72y^3,\quad y(2)=1,\ y'(2)=6,$

3. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка:

а) $y''+2y'+37y=37x^2-33x+74,$

б) $y''+2y'+y=6\cdot e^{-x}$,

в) $4y''-4y'+y=-25\cos x,$

г) $y''+6y'+13y=e^{-3x}\cos 8x.$

Вариант 11

1. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения первого порядка:

а) $y\left(4+e^{x}\right)dy-e^{x}dx=0$,

б) $y'=\dfrac{x^2+xy-y^2}{x^2-2xy}$,

в) $y'-\dfrac{2x-5}{x^2}y=5,\quad y(2)=4,$

г) $2xy'-3y=-(5x^2+3)y^3,\quad y(1)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$,

д) $8(4y^3+xy-y)y'=1,\quad y\big|_{x=0}=0$,

е) $\dfrac{y}{x^2}\cos\dfrac{x}{y}dx-\left(\dfrac{1}{x}\cos\dfrac{x}{y}+2y\right)dy=0.$

2. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

а) $x^4y''+x^3y'=1,$

б) $y''y^3+36=0,\quad y(0)=3,\ y'(0)=2$.

3. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка:

а) $y''-2y'=(4x+4)\cdot e^{2x}$,

б) $y''+9y=9x^2+12x-12,$

в) $y''+2y'-24y=6\cos 3x-33\sin 3x,$

г) $y''+6y'+13y=e^{-3x}\cos 8x.$

Вариант 12

1. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения первого порядка:

а) $\sqrt{4-x^2}\,y'+xy^2+x=0$,

б) $xy'=\sqrt{2x^2+y^2}+y$,

в) $y'+\dfrac{y}{x}=\dfrac{x+1}{x}e^{x},\quad y(1)=e,$

г) $3xy'+5y=(4x-5)y^4,\quad y(1)=1,$

д) $(2\ln y-\ln^2 y)dy=ydx+xdy,\quad y\big|_{x=4}=e^2$,

е) $\left(\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}+y\right)dx+\left(x+\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)dy=0.$

2. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

а) $xy'''+2y''=0,$

б) $y''=18\sin^3 y\cos y,\quad y(1)=\dfrac{\pi}{2},\ y'(1)=3$.

3. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка:

а) $y''+10y'+25=40+52x-240x^2-200x^3$,

б) $y''+4y'+4y=6\cdot e^{-2x}$,

в) $y''-8y'+20y=16(\sin 2x-\cos 2x),$

г) $y''-4y'+4y=e^{2x}\sin 4x.$

Вариант 13

1. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения первого порядка:

а) $2xdx-2ydy=x^2ydy-2xy^2dx$,

б) $y'=\frac{y^2}{x^2}+6\frac{y}{x}+6$,

в) $y'-\frac{y}{x}=-2\frac{\ln x}{x}$, $y(1)=1$,

г) $2y'+3y\cos x=e^{2x}(2+3\cos x)y^{-1}$, $y(0)=1$,

д) $2(x+y^4)y'=y$, $y\big|_{x=-2}=-1$,

е) $\frac{1+xy}{x^2y}dx+\frac{1-xy}{xy^2}dy=0$.

2. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

а) $(1+x^2)y''+2xy'=x^3$,

б) $4y^3y''=y^4-16$, $y(0)=2\sqrt{2}$, $y'(0)=1/\sqrt{2}$.

3. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка:

а) $y''+2y'+y=4x^3+24x^2+22x-4$,

б) $y''-2y'+y=4\cdot e^x$,

в) $y''-4y'+29y=104\sin 5x$,

г) $y''+2y'+4y=10e^x(\sin x+\cos x)$.

Вариант 14

1. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения первого порядка:

а) $x\sqrt{4+y^2}dx+y\sqrt{2+x^2}dy=0$,

б) $xy'=\frac{3y^3+8yx^2}{2y^2+4x^2}$,

в) $y'-\frac{y}{x}=\frac{12}{x^3}$, $y(1)=4$,

г) $3(xy'+y)=xy^2$, $y(1)=3$,

д) $y^3(y-1)dx+3xy^2(y-1)dy=(y+2)dy$, $y\big|_{x=1/4}=2$,

е) $\frac{dx}{y}-\frac{x+y^2}{y^2}dy=0$.

2. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

а) $x^5y'''+x^4y''=1$,

б) $y''=50y^3$, $y(3)=1$, $y'(3)=5$.

3. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка:

а) $y''-14y'+53=53x^3-42x^2+59x-14$,

б) $y''+6y'+9y=(48x+8)\cdot e^x$,

в) $y''-3y'+2y=3\cos x+19\sin x$,

г) $y''-4y'+4y=e^{2x}\sin 5x$.

Вариант 15

1. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения первого порядка:

а) $\left(e^x+8\right)dy+y\,e^x dx=0$,

б) $y'=\dfrac{x^2+2xy-y^2}{2x^2-2xy}$,

в) $y'+\dfrac{2}{x}y=x^3,\quad y(1)=-5/6$,

г) $y'-y=2xy^2,\quad y(0)=1/2$,

д) $y^3(y-1)dx+3xy^2(y-1)dy=(y+2)dy,\quad y\big|_{x=1/4}=2$,

е) $\dfrac{y}{x^2}dx-\dfrac{xy+1}{x}dy=0$.

2. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

а) $xy'''-y''+\dfrac{1}{x}=0$,

б) $y''y^3+25=0,\quad y(2)=-5,\ y'(2)=-1$,

3. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка:

а) $y''+8y'+25y=18e^{5x}$,

б) $y''+2y'=6x^2+2x+1$,

в) $y''+6y'+13y=-75\sin 2x$,

г) $y''+2y'=e^x(\sin x+\cos x)$.

Вариант 16

10. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения первого порядка:

а) $\sqrt{5+y^2}+y'y\sqrt{1-x^2}=0$,

б) $xy'=3\sqrt{x^2+y^2}+y$,

в) $y'+\dfrac{y}{x}=3x,\quad y(1)=1$,

г) $2xy'-3y=-(20x^2+12)y^3,\quad y(1)=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$,

д) $(xy+\sqrt{y})dy+y^2dx=0,\quad y\big|_{x=-1/2}=4$,

е) $\left(xe^x+\dfrac{y}{x^2}\right)dx-\dfrac{1}{x}dy=0$.

2. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

а) $xy'''+y''+x=0$,

б) $y''+18\sin y\cos^3 y=0,\quad y(0)=0,\ y'(0)=3$.

3. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка:

а) $y''+8y'=18x+60x^2-32x^3$,

б) $6y''-y'-y=3e^{2x}$,

в) $y''+5y'=39\cos 3x-105\sin 3x$,

г) $y''-4y'+4y=e^{2x}\sin 3x$.

Вариант 17

1. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения первого порядка:

а) $6xdx - ydy = yx^2dy - 3xy^2dx$,

б) $2y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 8$,

в) $y' - \frac{y}{x} = x\sin x, \quad y(\pi/2) = 1,$

д) $\sin 2ydx = (\sin^2 2y - 2\sin^2 y + 2x)dy = 0, \quad y\big|_{x=-1/2} = \pi/4$,

г) $y' + 2xy = 2x^3y^3, \quad y(0) = \sqrt{2},$

е) $\left(10xy - \frac{1}{\sin y}\right)dx + \left(5x^2 + \frac{x\cos y}{\sin^2 y} - y^2\sin y^3\right)dy = 0$.

2. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

а) $\text{th}\, xy^{\text{IV}} = y'''$,

б) $y'' = 8\sin^3 y\cos y, \quad y(1) = \pi/2,\ y'(1) = 2$.

3. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка:

а) $y'' + 8y' + 16y = 16x^3 + 24x^2 - 10x + 8,$

б) $y'' + 6y' + 9y = 72e^{3x}$,

в) $y'' + 4y' + 20y = 4\cos 4x - 52\sin 4x,$

г) $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x}\cos x.$

Вариант 18

1. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения первого порядка:

а) $y\ln y + xy' = 0$,

б) $xy' = \frac{3y^3 + 10yx^2}{2y^2 + 5x^2}$,

в) $y' + \frac{1-2x}{x^2}y = 1, \quad y(1) = 1,$

г) $xy' + y = y^2\ln x, \quad y(1) = 1,$

д) $(y^2 + 2y - x)y' = 1, \quad y\big|_{x=2} = 0$,

е) $\left(\frac{y}{x^2 + y^2} + e^x\right)dx - \frac{xdy}{x^2 + y^2} = 0.$

2. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

а) $xy''' + y'' = \sqrt{x}$,

б) $y'' = 32y^3, \quad y(4) = 1,\ y'(4) = 4$.

3. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка:

а) $y'' - 5y' + 6y = x,$

б) $2y'' + y' - y = 2e^{-x}$,

в) $4y'' - 8y' + 5y = 5\cos x,$

г) $y'' - 4y' + 8y = e^x(3\sin x + 5\cos x).$

Вариант 19

1. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения первого порядка:

а) $(1+e^x)y' = ye^x$,

б) $y' = \dfrac{x^2+3xy-y^2}{3x^2-2xy}$,

в) $y' + \dfrac{3y}{x} = \dfrac{2}{x^3}$, $y(1)=1$,

г) $2y' + 3y\cos x = (8+12\cos x)e^{2x}y^{-1}$, $y(0)=2$,

д) $2y\sqrt{y}dx - (6x\sqrt{y}+7)dy = 0$, $y\big|_{x=-4} = 1$,

е) $e^y dx + (\cos y + xe^y)dy = 0$.

2. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

а) $y'''\operatorname{tg} x = y'' + 1$,

б) $y''y^3 + 16 = 0$, $y(1)=2$, $y'(1)=2$.

3. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка:

а) $y'' + 3y' - 10y = xe^{-2x}$,

б) $y'' + 6y' + 13y = 26x - 1$,

в) $y'' - 4y' + 4y = \sin x$,

г)* $y'' + 2y' = 6e^x(\sin x + \cos x)$.

Вариант 20

1. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения первого порядка:

а) $\sqrt{1-x^2}\,y' + xy^2 + x = 0$,

б) $xy' = 3\sqrt{2x^2+y^2} + y$,

в) $y' + 2xy = -2x^3$, $y(1) = 1/e$,

г) $4y' + x^3 y = (x^3+8)\,e^{-2x}y^2$, $y(0)=1$,

д) $dx = (\sin y + 3\cos y + 3x)dy$, $y\big|_{x=e^{\pi/2}} = \pi/2$,

е) $\left(y^3 + \cos x\right)dx + \left(3xy^2 + e^y\right)dy = 0$.

2. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

а) $y'''\operatorname{tg} 5x = 5y''$,

б) $y'' + 32\sin y\cos^3 y = 0$, $y(0)=0$, $y'(0)=4$.

3. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка:

а) $2y'' - y' = 1 + x$,

б) $y'' - 4y' + 3y = e^{5x}$,

в) $y'' + 9y = \cos 3x$,

г) $y'' - 4y' + 4y = -e^{2x}\sin 4x$.

Вариант 21

1. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения первого порядка:

а) $6xdx-2ydy=2x^2ydy-3xy^2dx$,

б) $2y'=\frac{y^2}{x^2}+8\frac{y}{x}+12$,

в) $y'-\frac{xy}{2(1-x^2)}=\frac{x}{2}, \quad y(0)=2/3,$

г) $8xy'-12y=-(5x^2+3)y^3, \quad y(1)=\sqrt{2},$

д) $2(\cos^2 y\cos 2y-x)y'=\sin 2y, \quad y\big|_{x=3/2}=5\pi/4,$

е) $xe^{y^3}dx+(x^2ye^{y^3}+\operatorname{tg}^2 y)dy=0.$

2. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

а) $y'''\operatorname{th}7x=7y'',$

б) $y''=50\sin^3 y\cos y, \quad y(1)=\pi/2,\ y'(1)=5.$

3. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка:

а) $y''-4y'=8-16x,$

б) $y''-6y'+10y=51\cdot e^{-x},$

в) $y''-3y'+2y=3\cos x+19\sin x,$

г)* $y''-4y'+4y=e^{2x}\sin 6x.$

Вариант 22

1. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения первого порядка:

а) $y(1+\ln y)+xy'=0,$

б) $xy'=\frac{3y^3+12yx^2}{2y^2+6x^2},$

в) $y'+xy=-x^3, \quad y(0)=3,$

г) $2(y'+y)=xy^2, \quad y(0)=2,$

д) $\operatorname{ch} ydx=(1+x\operatorname{sh} y)dy, \quad y\big|_{x=1}=\ln 2,$

е) $\left(5xy^2-x^3\right)dx+(5x^2y-y)dy=0.$

2. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

а) $x^3y'''+x^2y''=\sqrt{x},$

б) $y''=18y^3, \quad y(1)=1,\ y'(1)=3.$

3. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка:

а) $y''+36y=36+66x-36x^3,$

б) $y''-9y'+20y=126\cdot e^{-2x},$

в) $y''+16y=8\cos 4x,$

г)* $y''-4y'+8y=e^x(5\sin x-3\cos x).$

Вариант 23

1. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения первого порядка:

а) $\left(3+e^x\right)yy'=e^x$,

б) $y'=\dfrac{x^2+xy-3y^2}{x^2-4xy}$,

в) $y'-\dfrac{2}{x+1}y=e^x(x+1)^2, \quad y(0)=1,$

г) $y'+xy=(x-1)e^x y^2, \quad y(0)=1,$

д) $(13y^3-x)y'=4y, \quad y\big|_{x=5}=1,$

е) $[\cos(x+y^2)+\sin x]dx+2y\cos(x+y^2)dy=0.$

2. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

а) $\operatorname{cth} xy''-y'+\dfrac{1}{\operatorname{ch} x}=0,$

б) $y''y^3+9=0, \quad y(1)=1,\ y'(1)=3.$

3. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка:

а) $y''+y'-6y=(6x+1)e^{3x},$

б) $y''-6y'+9y=9x^2-39x+65,$

в) $y''-8y'+20y=16(\sin 2x-\cos 2x),$

г) $y''+2y'=e^x(\sin x+\cos x).$

Вариант 24

1. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения первого порядка:

а) $\sqrt{3+y^2}+\sqrt{1-x^2}\,yy'=0,$

б) $xy'=2\sqrt{3x^2+y^2}+y,$

в) $y'+2xy=xe^{-x^2}\sin x, \quad y(0)=1,$

г) $2y'-3y\cos x=-e^{-2x}(2+3\cos x)y^{-1}, \quad y(0)=1,$

д) $y^2(y^2+4)dx+2xy(y^2+4)dy=2dy, \quad y\big|_{x=\pi/8}=2,$

е) $(x^2-4xy-2y^2)dx+(y^2-4xy-2x^2)dy=0.$

2. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

а) $(x+1)y'''+y''=x+1,$

б) $y^3y''=4(y^4-1), \quad y(0)=\sqrt{2},\ y'(0)=\sqrt{2}.$

3. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка:

а) $y''+4y'+5y=5x^2-32x+5,$

б) $y''+6y'+10y=74\cdot e^{3x},$

в) $y''+5y'+6y=52\sin 2x,$

г) $y''-4y'+4y=e^{2x}\sin 3x.$

Вариант 25

1. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения первого порядка:

а) $xdx - ydy = x^2 ydy - xy^2 dx$,

б) $4y' = \frac{y^2}{x^2} + 10\frac{y}{x} + 5$,

в) $y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3, \quad y(0) = 1/2,$

г) $y' - y = xy^2, \quad y(0) = 1,$

д) $(x + \ln^2 y - \ln y)y' = y/2, \quad y\big|_{x=2} = 1,$

е) $\left(\sin y + y\sin x + \frac{1}{x}\right)dx + \left(x\cos y - \cos x + \frac{1}{y}\right)dy = 0.$

2. Найти общий или частный интеграл (решение) дифференциального уравнения, допускающего понижения порядка:

а) $(1+\sin x)y''' = \cos x \cdot y'',$

б) $y'' + 50\sin y\cos^3 y = 0, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 5.$

3. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка:

а) $y'' - 4y' = 8 - 16x,$

б) $y'' - 6y' + 10y = 51\cdot e^{-x},$

в) $y'' - 3y' + 2y = 3\cos x + 19\sin x,$

г) $y'' + 2y' = 3e^x(\sin x + \cos x).$

1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
2. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения.
3. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
4. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Уравнения с правой частью специального вида.
5. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.