04-05-2020 МОБ и бюджетное множество ПРИМЕРы РЕШЕНИЯ

Задание 1

Рассматривается пространство трех товаров.

Дан вектор цен $p = (7 \quad 2 \quad 3)$ и доход потребителя M=43

Требуется описать с помощью системы неравенств бюджетное множество B и изобразить его графически.

Решение:

Бюджетное множество B-это множество наборов товаров, которые может себе позволить приобрести при данных ценах потребитель, обладающий доходом M (при этом предполагается, что тратить все деньги необязательно)

Поэтому бюджетное множество описывается системой неравенств

$$\begin{cases} p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 + p_3 \cdot x_3 \le M \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0, \end{cases}$$

Подставим в систему данные задачи: $p = (7 \quad 2 \quad 3)$

$p_1 = 7 \quad p_2 = 2 \quad p_3 = 3 \quad$ M=43

Получаем систему неравенств:

$$\begin{cases} 7 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 \le 43 \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0, \end{cases}$$

Построим бюджетное множество

Для этого определим вершины области построения

Найдем точки пересечения области с координатными осями. Для этого приравняем две координаты к нулю и найдем третью координату.

Если $x_2 = 0, x_3 = 0$, то

$$7 \cdot x_1 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 = 43$$

$7 \cdot x_1 = 43 \qquad x_1 = \frac{43}{7}$

A($\frac{43}{7}$,0,0)

Если $x_1 = 0, x_3 = 0$, то

$$7 \cdot 0 + 2 \cdot x_2 + 3 \cdot 0 = 43$$

$$2 \cdot x_2 = 43$$

$$x_2 = \frac{43}{2}$$

B$(0, \frac{43}{2}, 0)$

Если $x_1 = 0, x_2 = 0,$ то

$$7 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot x_3 = 43$$

$$3 \cdot x_3 = 43$$

$$x_3 = \frac{43}{3}$$

C$(0,0,\frac{43}{3})$

Отметим эти вершины на осях координат

Ox_1, Ox_2, Ox_3 соответственно.

Построим граничные прямые.

Для этого приравняем только одну из координат к нулю

Если $x_3 = 0$, то

$$7 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 = 43$$

x_1	0	$\frac{43}{7}$
x_2	$\frac{43}{2}$	0

Если $x_2 = 0$, то

$$7 \cdot x_1 + 3 \cdot x_3 = 43$$

x_1	0	$\frac{43}{7}$
x_3	$\frac{43}{3}$	0

Если $x_1 = 0$, то

$$2 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 = 43$$

x_2	0	$\frac{43}{2}$
x_3	$\frac{43}{3}$	0

При изображении бюджетного множества графически получаем трехгранную пирамиду

$$B = \{X = (x_1; x_2; x_3) \in R^3 | 7 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 \leq 43; x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0\}$$

,

Задача 4. Даны вектор $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ непроизводственного потребления и матрица $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$ межотраслевого баланса. Найдите вектор валового выпуска, обеспечивающего данный вектор потребления.

Решение.

Уравнение линейного межотраслевого баланса имеет вид $X = A \cdot X + C$, где X – вектор валового выпуска.

Тогда $X = (E - A)^{-1} \cdot C$.

$$E - A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}.$$

$$|E - A| = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} - \frac{-1}{4} \cdot \frac{-1}{4} = \frac{7}{16}.$$

$$(E-A)^{-1}=\frac{16}{7}\cdot\begin{pmatrix}\frac{3}{4} & \frac{1}{4}\\ \frac{1}{4} & \frac{2}{3}\end{pmatrix}.$$

$$X=\frac{16}{7}\cdot\begin{pmatrix}\frac{3}{4} & \frac{1}{4}\\ \frac{1}{4} & \frac{2}{3}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}=\frac{16}{7}\cdot\begin{pmatrix}\frac{3}{4}\cdot 1+\frac{1}{4}\cdot 2\\ \frac{1}{4}\cdot 1+\frac{2}{3}\cdot 2\end{pmatrix}=\frac{16}{7}\cdot\begin{pmatrix}\frac{5}{4}\\ \frac{19}{12}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{20}{7}\\ \frac{76}{21}\end{pmatrix}.$$