Тема 7. Кривые второго порядка

Множество точек плоскости, координаты которых удовлетворяют уравнению $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=O$, называется кривой второго порядка, причем хотя бы один из коэффициентов A, B, C отличен от нуля

Если A = B = C = 0, то получим уравнение первого порядка, которое определяет прямую на плоскости

Если данному уравнению не удовлетворяют координаты ни одной точки плоскости, то имеем так называемую мнимую кривую, например, $x^2+ y^2 = -1$ есть уравнение мнимой окружности.

В общем случае может оказаться, что уравнение определяет вырожденную кривую - либо пустое множество, либо точку, либо прямую, либо пару прямых (приведите примеры).

В дальнейшем рассмотрим только невырожденные кривые. Можно показать, что для таких кривых существует прямоугольная система координат, в которой уравнение этой кривой имеет один из следующих видов.

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

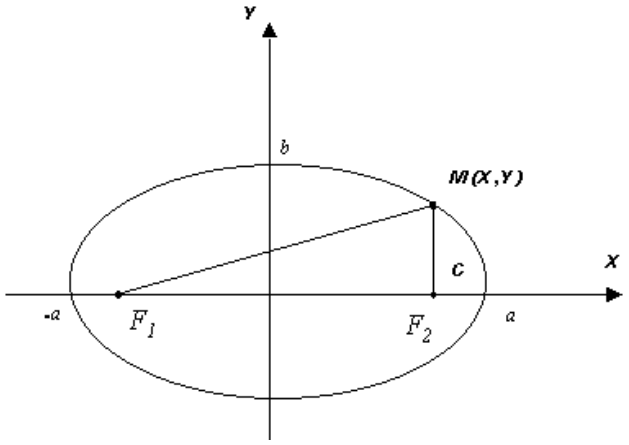
$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$y^2=2px;$$

$$(a>0, b>0, p>0).$$

Эти уравнения называются каноническими уравнениями соответственно эллипса, гиперболы и параболы.

Эллипс, его каноническое уравнение



Эллипсом называется множество точек на плоскости, сумма расстояний от которых до двух данных есть величина постоянная.

Пусть M(x,y) - произвольная (текущая) точка кривой, F_1 и F_2 -заданные точки. По условию:

$$|\overline{F_1M}|+|\overline{F_2M}|=const.$$

Пусть

$|\overline{F_1M}|+|\overline{F_2M}|=2a;$

$|F_1F_2|=2c,$ тогда $F_1(-c;0)$; $F_2(c,0)$

Так как $\overline{F_1M}(x+c,y)$ и $\overline{F_2M}(x-c,y)$, то

$\sqrt{(x+c)^2+y^2}+\sqrt{(x-c)^2+y^2}=2a.$

Выполним преобразования:

$(x+c)^2 + y^2 = (2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2})^2$

$x + 2xc + c^2 + y^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + y^2$

$a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} = a^2 - xc$

$a^2(x-c)^2 + a^2y^2 = a^4 - 2a^2xc + x^2c^2$

$(a^2 - c^2)x^2 + a^2y^2 = a^2(a^2 - c^2)$

Обозначим:

$a^2 - c^2 = b^2$ (a > b, почему ?), тогда $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$

или $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Итак, получили каноническое уравнение эллипса

Параметры a и b называются полуосями (большой и малой) эллипса, начало координат - центром кривой. Точки F_1 (-c, 0) и F_2 (c, 0) называются фокусами эллипса, где $c^2 = a^2 - b^2$.

Число $\varepsilon = \frac{c}{a}$ $(0 \le \varepsilon < 1)$ или $\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$ называется эксцентриситетам эллипса, оно характеризует «сплюснутость» кривой.

В частности, при ε=0, (a=b), имеем $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1.$$

или $x^2+y^2=a^2$ - каноническое уравнение окружности радиуса a с центром в начале координат (фокусы F_1 и F_2 совпадают с центром).

Гипербола, её каноническое уравнение

Гиперболой называется множество точек, абсолютное значение разности расстояний от которых до двух данных точек есть величина постоянная (отличная от нуля).

По условию

$\| \overline{F_1M} | - | \overline{F_2M} \| = 2a$

или

$| \sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} | = 2a$

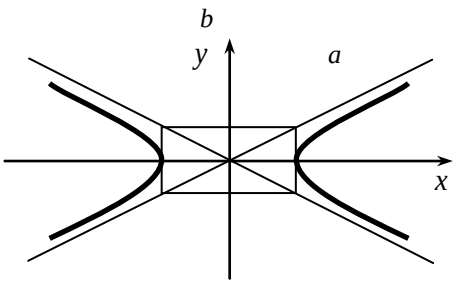
Выполнив преобразования (сделайте самостоятельно), обозначив $a^2+b^2=c^2$, получим каноническое уравнение гиперболы

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

где a и b называются полуосями гиперболы, точки (a, 0) и (-a, 0) - ее вершинами, оси симметрии OX и OY - соответственно действительной и мнимой осями, точки F_1 (-c, 0) и F_2(c, 0) -фокусами гиперболы.

Число $\varepsilon = \frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}; \quad (1 < \varepsilon < +\infty)$ называется эксцентриситетом гиперболы.

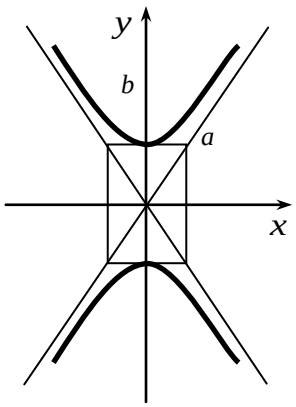
Прямые (диагонали прямоугольника в центре), уравнения которых



$y = \pm\frac{b}{a}x$,

являются асимптотами гиперболы.

Гиперболу, каноническое уравнение которой $-\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,$ называют сопряженной, график ее имеет следующий вид:



Парабола, её каноническое уравнение

Параболой называется множество точек, равноотстоящих от заданной точки, называемой фокусом, и от заданной прямой, называемой директрисой.

Пусть M(x,y) - текущая точка кривой, $F(\frac{p}{2};0)$ - заданная точка, фокус;

уравнение заданной прямой (директрисы)

$$x=-p/2$$

$|\overline{KM}|$ - расстояние от точки M до директрисы, оно равно

$$|\overline{KM}|=\sqrt{\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+(y-y)^2}=|x+\frac{p}{2}|$$

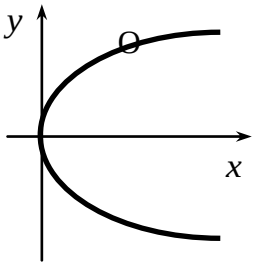
По условию $|\overline{KM}|=|\overline{MF}|$ или $\left|x+\frac{p}{2}\right|=\sqrt{\left(x-\frac{p}{2}\right)^2+y^2}.$

Выполним преобразования: $\left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\left(x-\frac{p}{2}\right)^2+y^2;$

$$x^2+xp+\frac{p^2}{4}=x^2-xp+\frac{p^2}{2}+y^2,$$

окончательно каноническое уравнение параболы:

$$y^2=2xp$$



Число P называется параметром параболы; точка O(0;0) -вершина параболы;
ось OX - ось симметрии параболы;

прямая $x=-p/2$ - директриса параболы, проходит на расстоянии $p/2$ от вершины параболы.

Пример

Определить вид кривой, найти ее центр, фокусы и эксцентриситет

$x^2-4x+4y^2=0.$

Решение:

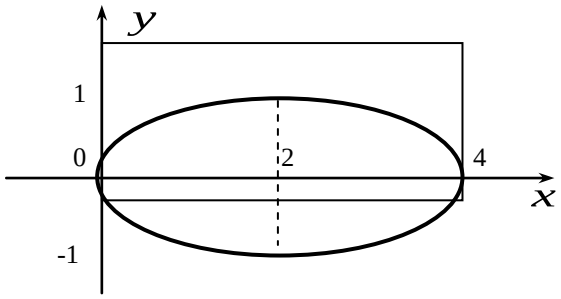
Найдем каноническое уравнение кривой, для этого сделаем преобразования:

$x^2-4x+4-4+4y^2=0$

$(x-2)^2+4y^2=4$

Окончательно $\frac{(x-2)^2}{4}+y^2=1.$

Полученное уравнение есть каноническое уравнение эллипса, где a=2; b=1; центр эллипса в точке (2,0).



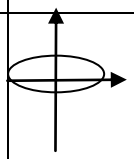
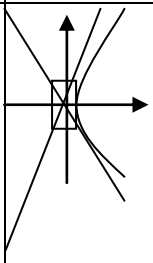
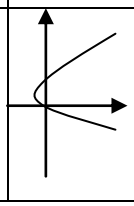
Найдем фокусы, для этого вычислим параметр с:

$c^2=a^2-b^2$

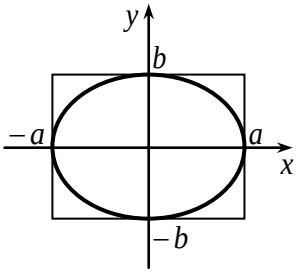
$c=\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$

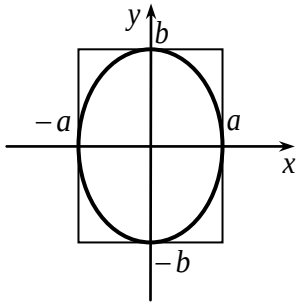
тогда: $F_1(2-\sqrt{3};0);$ $F_2(2+\sqrt{3};10);$

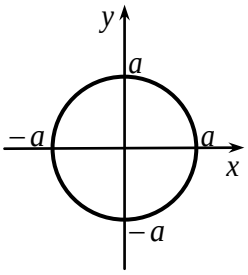
эксцентриситет эллипса - $\varepsilon=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$

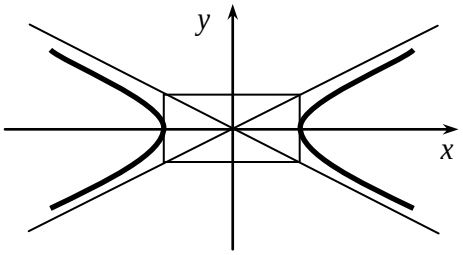
Название кривой	Каноническое уравнение	Параметрическое уравнение	Чертеж
Окружность	$x^2+y^2=R^2$ $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=R^2$	$\begin{cases}x=R\cos t\\y=R\sin t\end{cases}$	
Эллипс	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $\frac{(x-x_0)^2}{a^2}+\frac{(y-y_0)^2}{b^2}=1$	$\begin{cases}x=a\cos t\\y=b\sin t\end{cases}$	
Гипербола	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ $\frac{(x-x_0)^2}{a^2}-\frac{(y-y_0)^2}{b^2}=1$	$\begin{cases}x=acht\\y=bsht\end{cases}$ $\begin{cases}x=a\frac{e^t+e^{-t}}{2}\\y=b\frac{e^t-e^{-t}}{2}\end{cases}$	
Парабола	$x^2=2qy$ $x^2=-2qy$ $y^2=2px$ $y^2=-2px$	$\begin{cases}x=\\y=\end{cases}$	

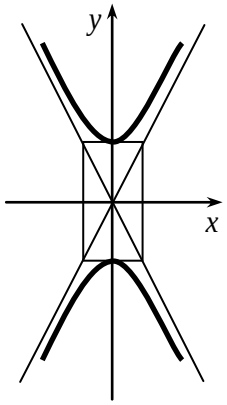
Названи е кривой	Каноническое уравнение и чертёж

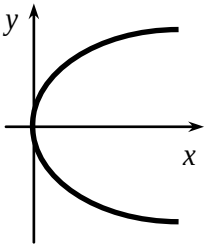
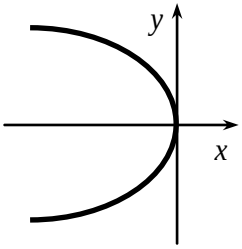
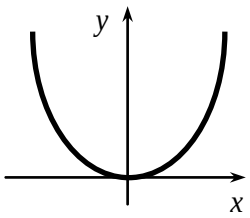
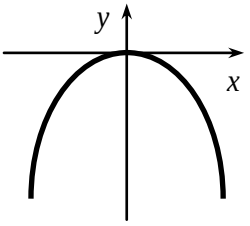
<table>
<tr><td rowspan="2">Эллипс</td><td colspan="3">$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1, \qquad a,b>0$</td></tr>
<tr><td> 

$a>b$</td><td> 

$b>a$</td><td> 

$a=b$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Гипербола</td><td>$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1,$</td><td>$\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a^2}=1,$</td><td></td></tr>
<tr><td> 

Ox – действительная ось</td><td> 

Oy – действительная ось</td><td>$y=\pm\frac{b}{a}x$ -- уравнение асимптот</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Парабола</td><td>$y^2=2px$</td><td>$y^2=-2px$</td><td>$x^2=2py$</td><td>$x^2=-2py$</td></tr>
<tr><td> 
</td><td> 
</td><td> 
</td><td> 
</td></tr>
</table>

Пример

Привести к каноническому виду уравнение второго порядка: $17x^2+12xy+8y^2-20=0$.

Решение. Коэффициенты $a_{11}=17, a_{12}=6, a_{22}=8.$ $A=\begin{pmatrix}17 & 6\\ 6 & 8\end{pmatrix}$.

Составим характеристическое уравнение: $\begin{vmatrix}17-\lambda & 6\\ 6 & 8-\lambda\end{vmatrix}=0$

$(17-\lambda)(8-\lambda)-36=0$

$\lambda^2-25\lambda+100=0$

$\lambda_1=5;\lambda_2=20$

Итого: $5(x')^2+20(y')^2-20=0;$

$\frac{x'^2}{4}+\frac{y'^2}{1}=1$- каноническое уравнение эллипса.

Пример

Привести к каноническому виду уравнение второго порядка: $2x^2+8xy+8y^2-20=0$.

Решение. Коэффициенты $a_{11}=2,a_{12}=4,a_{22}=8.$ $A=\begin{pmatrix}2&4\\4&8\end{pmatrix}$.

Составим характеристическое уравнение: $\begin{vmatrix}2-\lambda&4\\4&8-\lambda\end{vmatrix}=0$

$(2-\lambda)(8-\lambda)-16=0$

$\lambda^2-10\lambda=0$

$\lambda_1=0;\lambda_2=10$

Итого: $10(y')^2-20=0;$

$\frac{y'^2}{2}=1$- каноническое уравнение параболы.

Пример

Привести к каноническому виду уравнение второго порядка: $6x^2+2\sqrt{5}xy+2y^2-21=0$.

Решение. Коэффициенты $a_{11}=6,a_{12}=\sqrt{5},a_{22}=2.$ $A=\begin{pmatrix}6&\sqrt{5}\\\sqrt{5}&2\end{pmatrix}$.

Составим характеристическое уравнение: $\begin{vmatrix}6-\lambda&\sqrt{5}\\\sqrt{5}&2-\lambda\end{vmatrix}=0$

$(6-\lambda)(2-\lambda)-5=0$

$\lambda^2-8\lambda+7=0$

$\lambda_1=\frac{7}{6};\lambda_2=\frac{1}{6}$

Итого: $\frac{7}{6}(x')^2+\frac{1}{6}(y')^2-21=0;$

$\frac{x'^2}{18}+\frac{y'^2}{126}=1$- каноническое уравнение эллипса.

Пример

Привести к каноническому виду уравнение второго порядка: $22x^2+2\sqrt{69}xy+2y^2-4=0$.

Решение. Коэффициенты $a_{11}=22,a_{12}=\sqrt{69},a_{22}=2.$ $A=\begin{pmatrix}22&\sqrt{69}\\\sqrt{69}&2\end{pmatrix}$.

Составим характеристическое уравнение: $\begin{vmatrix}22-\lambda&\sqrt{69}\\\sqrt{69}&2-\lambda\end{vmatrix}=0$

$(22-\lambda)(2-\lambda)-69=0$

$\lambda^2-24\lambda-25=0$

$\lambda_1=\frac{49}{2};\lambda_2=-\frac{1}{2}$

Итого: $\frac{49}{2}(x')^2 - \frac{1}{2}(y')^2 - 4 = 0;$

$\frac{49x'^2}{8} - \frac{y'^2}{8} = 1$- каноническое уравнение гиперболы.

Пример

Привести к каноническому виду уравнение второго порядка: $2x^2 + 6xy + 2y^2 + 5 = 0$.

Решение. Коэффициенты $a_{11} = 2, a_{12} = 3, a_{22} = 2.$ $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}.$

Составим характеристическое уравнение: $\begin{vmatrix} 2-\lambda & 3 \\ 3 & 2-\lambda \end{vmatrix} = 0$

$(2-\lambda)(2-\lambda) - 9 = 0$

$\lambda^2 - 4\lambda - 5 = 0$

$\lambda_1 = -1; \lambda_2 = 5$

Итого: $-(x')^2 + 5(y')^2 + 5 = 0;$

$\frac{x'^2}{5} - \frac{y'^2}{1} = 1$- каноническое уравнение гиперболы.

Пример

Привести к каноническому виду уравнение второго порядка: $3x^2 + 16xy + 15y^2 + 76 = 0$.

Решение. Коэффициенты $a_{11} = 3, a_{12} = 8, a_{22} = 15.$ $A = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 8 & 15 \end{pmatrix}.$

Составим характеристическое уравнение: $\begin{vmatrix} 3-\lambda & 8 \\ 8 & 15-\lambda \end{vmatrix} = 0$

$(3-\lambda)(15-\lambda) - 64 = 0$

$\lambda^2 - 18\lambda - 19 = 0$

$\lambda_1 = -1; \lambda_2 = 19$

Итого: $-(x')^2 + 19(y')^2 + 76 = 0;$

$\frac{x'^2}{76} - \frac{y'^2}{4} = 1$- каноническое уравнение гиперболы.

Пример

Привести к каноническому виду уравнение второго порядка: $5x^2 - 12xy - 14 = 0$.

Решение. Коэффициенты $a_{11} = 5, a_{12} = -6, a_{22} = 0.$ $A = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}.$

Составим характеристическое уравнение: $\begin{vmatrix} 5-\lambda & -6 \\ -6 & 0-\lambda \end{vmatrix} = 0$

$-\lambda(5-\lambda) - 36 = 0$

$\lambda^2 - 5\lambda - 36 = 0$

$\lambda_1 = 9; \lambda_2 = -4$

Итого: $9(x')^2 - 4(y')^2 - 14 = 0;$

$\frac{9x'^2}{14} - \frac{2y'^2}{7} = 1$- каноническое уравнение гиперболы.

Пример

Привести к каноническому виду уравнение второго порядка: $x^2 + 24xy + 8y^2 - 136 = 0$.

Решение. Коэффициенты $a_{11} = 1, a_{12} = 12, a_{22} = 8.$ $A = \begin{pmatrix} 1 & 12 \\ 12 & 8 \end{pmatrix}.$

Составим характеристическое уравнение: $\begin{vmatrix} 1-\lambda & 12 \\ 12 & 8-\lambda \end{vmatrix} = 0$

$(1-\lambda)(8-\lambda)-144=0$

$\lambda^2-9\lambda-136=0$

$\lambda_1=17;\lambda_2=-8$

Итого: $17(x')^2-8(y')^2-136=0;$

$\frac{x'^2}{8}-\frac{y'^2}{17}=1$- каноническое уравнение гиперболы.

Пример

Привести к каноническому виду уравнение второго порядка: $4xy+3y^2+16=0$.

Решение. Коэффициенты $a_{11}=0, a_{12}=2, a_{22}=3.$ $A=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$

Составим характеристическое уравнение: $\begin{vmatrix} 0-\lambda & 2 \\ 2 & 3-\lambda \end{vmatrix} = 0$

$-\lambda(3-\lambda)-4=0$

$\lambda^2-3\lambda-4=0$

$\lambda_1=-1;\lambda_2=4$

Итого: $-(x')^2+4(y')^2+16=0;$

$\frac{x'^2}{16}-\frac{y'^2}{4}=1$- каноническое уравнение гиперболы.

Пример

Привести к каноническому виду уравнение второго порядка: $3x^2+10xy+3y^2-8=0$.

Решение. Коэффициенты $a_{11}=3, a_{12}=5, a_{22}=3.$ $A=\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}.$

Составим характеристическое уравнение: $\begin{vmatrix} 3-\lambda & 5 \\ 5 & 3-\lambda \end{vmatrix} = 0$

$(3-\lambda)(3-\lambda)-25=0$

$\lambda^2-6\lambda-16=0$

$\lambda_1=8;\lambda_2=-2$

Итого: $8(x')^2-2(y')^2-8=0;$

$\frac{x'^2}{1}-\frac{y'^2}{4}=1$- каноническое уравнение гиперболы.

Пример

Привести к каноническому виду уравнение второго порядка: $5x^2+4\sqrt{6}xy+7y^2-44=0$.

Решение. Коэффициенты $a_{11}=5, a_{12}=2\sqrt{6}, a_{22}=7.$ $A=\begin{pmatrix} 5 & 2\sqrt{6} \\ 2\sqrt{6} & 7 \end{pmatrix}.$

Составим характеристическое уравнение: $\begin{vmatrix} 5-\lambda & 2\sqrt{6} \\ 2\sqrt{6} & 7-\lambda \end{vmatrix} = 0$

$(5-\lambda)(7-\lambda)-24=0$

$\lambda^2-12\lambda+11=0$

$\lambda_1=1;\lambda_2=11$

Итого: $(x')^2+11(y')^2-44=0;$

$\frac{x'^2}{44}+\frac{y'^2}{4}=1$- каноническое уравнение гиперболы.

Пример

Привести к каноническому виду уравнение второго порядка: $4xy+3y^2+16$.

Решение. Коэффициенты: $a_{11}=0, a_{12}=a_{21}=2, a_{22}3$.

Составим характеристическое уравнение: $\begin{vmatrix}0-\lambda & 2\\ 2 & 3-\lambda\end{vmatrix}=0$;

$\lambda^2+3\lambda-4=0$

$\lambda_1=-1, \lambda_2=4$.

Итого: $-x^2+4y^2+16=0$

$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1$- каноническое уравнение гиперболы.

Пример

Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка. Схематично изобразить график $5x^2+2\sqrt{3}xy+3y^2-6=0$.

Решение. Составим характеристическое уравнение квадратичной формы. Коэффициенты $a_{11}=5, a_{12}=\sqrt{3}, a_{22}=3$.

$\begin{vmatrix}a_{11}-\lambda & a_{12}\\ a_{12} & a_{22}-\lambda\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}5-\lambda & \sqrt{3}\\ \sqrt{3} & 3-\lambda\end{vmatrix}=\lambda^2-8\lambda+12$

$\lambda^2-8\lambda+12=0$

$\lambda_1=2; \lambda_2=6$

Найдем координаты собственных векторов:

$\begin{cases}(a_{11}-\lambda_1)m_1+a_{12}n_1=0\\ a_{12}m_1+(a_{22}-\lambda_1)n_1=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3m_1+\sqrt{3}n_1=0\\ \sqrt{3}m_1+n_1=0\end{cases}$,полагая что $m_1=1$, тогда $n_1=-\sqrt{3}$;

$\begin{cases}(a_{11}-\lambda_2)m_2+a_{12}n_2=0\\ a_{12}m_2+(a_{22}-\lambda_2)n_2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-m_2+\sqrt{3}n_2=0\\ \sqrt{3}m_2-3n_2=0\end{cases}$,полагая что $m_2=1$, тогда $n_2=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Собственные векторы: $\vec{u}_1(1;-\sqrt{3}), \vec{u_2}(1;\frac{1}{\sqrt{3}})$

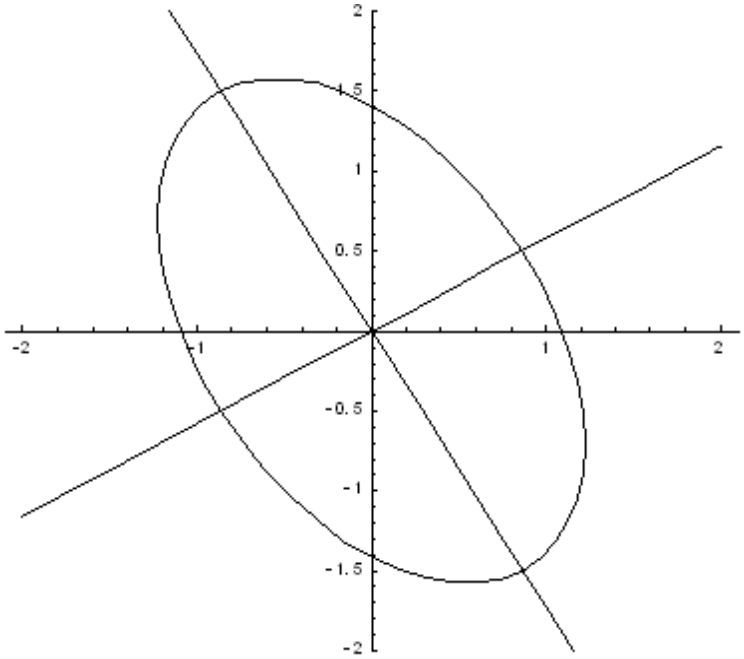
$\left|\vec{u_1}\right|=\sqrt{1+3}=2; \left|\vec{u_2}\right|=\sqrt{1+\frac{1}{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}$.

Находим координаты единичных векторов нового базиса

$\vec{e}_1=\left(\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2}\right); \vec{e_2}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Имеем следующее уравнение линии в новой системе координат: $2(x')^2+6(y')^2=6$.

Каноническое уравнение линии в новой системе координат будет иметь вид: $\frac{(x')^2}{(\sqrt{3})^2}+\frac{(y')^2}{1^2}=1$.

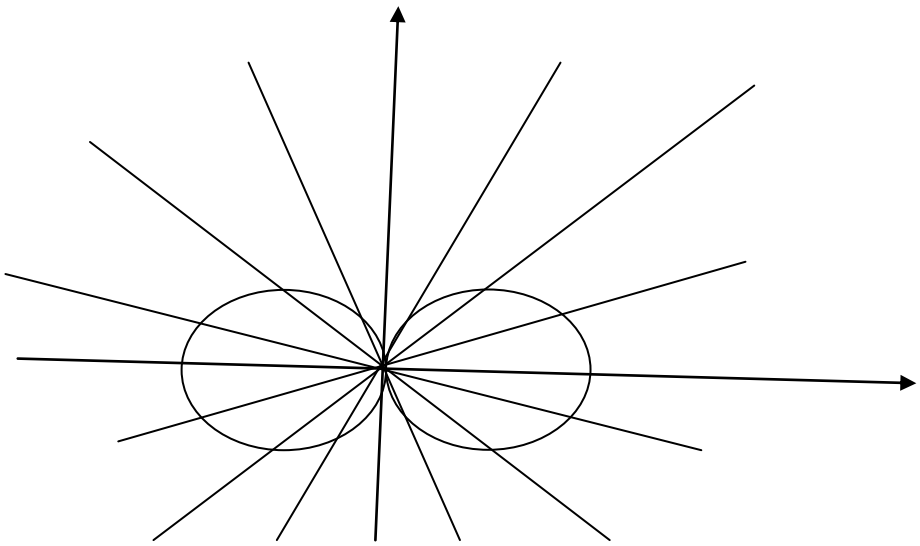


Пример

Построить кривую □ = 3(1–cos2□), заданную в полярных координатах.

□	0	п/8	п/4	3п/8	п/2	5п/8	3п/4	7п/8	п
□	4	3,4	2	0,6	0	0,6	2	3,4	4

□	9п/8	5п/4	11п/8	3п/2	13п/8	7п/4	15п/8	2п
□	3,4	2	0,6	0	0,6	2	3,4	4



Пример

Вывести уравнение кривой, если абсолютная величина разности расстояний от каждой ее точки до точек $F_1(-7;0)$ и $F_2(13;0)$ есть величина постоянная и равна p=16. Сделать чертеж.

Пусть M(x;y)- произвольная точка кривой

$$\left|\overline{MF_1}\right| = \sqrt{(-7-x)^2+(0-y)^2} = \sqrt{(7+x)^2+y^2}$$

$$\left|\overline{MF_2}\right| = \sqrt{(13-x)^2+(0-y)^2} = \sqrt{(13-x)^2+y^2}$$

$$\left|\overline{MF_1}\right| - \left|\overline{MF_2}\right| = 16$$

$$\sqrt{(7+x)^2+y^2} - \sqrt{(13-x)^2+y^2} = 16$$

$$\sqrt{(7+x)^2+y^2} = \sqrt{(13-x)^2+y^2} + 16$$

$$\left(\sqrt{(7+x)^2+y^2}\right)^2 = \left(\sqrt{(13-x)^2+y^2}+16\right)^2$$

$$(7+x)^2+y^2 = \left(\sqrt{(13-x)^2+y^2}\right)^2 + 2\cdot\sqrt{(13-x)^2+y^2}\cdot 16 + 16^2$$

$$(7+x)^2+y^2 = (13-x)^2+y^2+32\cdot\sqrt{(13-x)^2+y^2}+256$$

$$49+14x+x^2+y^2 = 169-26x+x^2+y^2+32\cdot\sqrt{(13-x)^2+y^2}+256$$

$$-376+40x = 32\cdot\sqrt{(13-x)^2+y^2}$$

$$-47+5x = 4\cdot\sqrt{(13-x)^2+y^2}$$

$$(-47+5x)^2 = \left(4\cdot\sqrt{(13-x)^2+y^2}\right)^2$$

$$2209-470x+25x^2 = 16\left((13-x)^2+y^2\right)$$

$$2209-470x+25x^2 = 2704-416x+16x^2+16y^2$$

$$9x^2-54x-16y^2 = 495$$

$$9\left(x^2-6x\right)-16y^2 = 495$$

$$9\left(x^2-6x+9-9\right)-16y^2 = 495$$

$$9(x-3)^2-81-16y^2 = 495$$

$$9(x-3)^2-16y^2 = 276$$

$$\frac{9(x-3)^2-16y^2}{576} = \frac{276}{576}$$

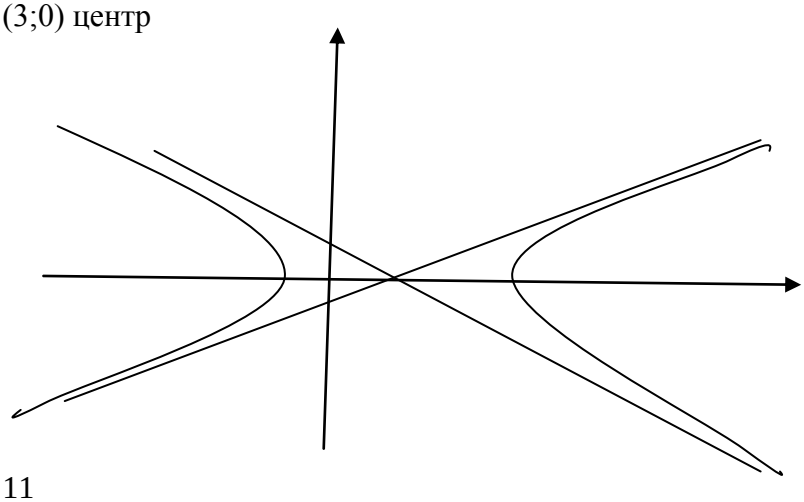
$$\frac{(x-3)^2}{64}\,\frac{y^2}{36} = 1$$

Гипербола

$$a = \sqrt{64} = 8$$

$$b = \sqrt{36} = 6$$

(3;0) центр



Пример

Привести уравнение $36x^2+49y^2+72x-196y-1442=0$ к каноническому виду, определить тип кривой и сделать чертеж.

Решение:

$$36x^2+49y^2+72x-196y-1442=0$$

$$\left(36x^2++72x\right)+\left(49y^2-196y\right)-1442=0$$

$$36\cdot\left(x^2+2x\right)+49\cdot\left(y^2-4y\right)-1442=0$$

$$36\cdot\left(x^2+2x+1-1\right)+49\cdot\left(y^2-4y+4-4\right)-1442=0$$

$$36\cdot\left(\left(x^2+2x+1\right)-1\right)+49\cdot\left(\left(y^2-4y+4\right)-4\right)-1442=0$$

$$36\cdot\left(\left(x+1\right)^2-1\right)+49\cdot\left(\left(y-2\right)^2-4\right)-1442=0$$

$$36\cdot\left(x+1\right)^2-36+49\cdot\left(y-2\right)^2-196-1442=0$$

$$36\cdot\left(x+1\right)^2+49\cdot\left(y-2\right)^2-1674=0$$

$$36\cdot\left(x+1\right)^2+49\cdot\left(y-2\right)^2=1674$$

$$\frac{36\cdot\left(x+1\right)^2}{1674}+\frac{49\cdot\left(y-2\right)^2}{1674}=\frac{1674}{1674}$$

$$\frac{\left(x+1\right)^2}{46.5}+\frac{\left(y-2\right)^2}{34.16}=1$$

Эллипс, (-1;2) центр эллипса

$$a=\sqrt{46.5}$$

$$b=\sqrt{34.16}$$