18-05-2020 Транспортная задача ПРИМЕРы РЕШЕНИЯ

Транспортная задача.

Стоимость доставки единицы груза из каждого пункта отправления в соответствующие пункты назначения задана матрицей тарифов

	B1	B2	B3	Запасы
A1	5	3	1	100
A2	2	6	4	200
Потребности	150	70	80	

Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи.

$\sum a = 100 + 200 = 300$

$\sum b = 150 + 70 + 80 = 300$

Условие баланса соблюдается. Запасы равны потребностям. Следовательно, модель транспортной задачи является закрытой.

Занесем исходные данные в распределительную таблицу.

	B1	B2	B3	Запасы
A1	5	3	1	100
A2	2	6	4	200
Потребности	150	70	80	

Этап I. Поиск первого опорного плана.

1. Используя *метод наименьшей стоимости*, построим первый опорный план транспортной задачи.

Суть метода заключается в том, что из всей таблицы стоимостей выбирают наименьшую, и в клетку, которая ей соответствует, помещают меньшее из чисел a_i, или b_j.

Затем, из рассмотрения исключают либо строку, соответствующую поставщику, запасы которого полностью израсходованы, либо столбец, соответствующий потребителю, потребности которого полностью удовлетворены, либо и строку и столбец, если израсходованы запасы поставщика и удовлетворены потребности потребителя.

Из оставшейся части таблицы стоимостей снова выбирают наименьшую стоимость, и процесс распределения запасов продолжают, пока все запасы не будут распределены, а потребности удовлетворены.

Искомый элемент равен c_{13}=1. Для этого элемента запасы равны 100, потребности 80.

Поскольку минимальным является 80, то вычитаем его.

$x_{13} = \min(100,80) = 80$.

5 3 **1** **100 - 80 = 20**

2 6 x 200

150 70 **80 - 80 = 0**

Искомый элемент равен c_{21}=2. Для этого элемента запасы равны 200, потребности 150.

Поскольку минимальным является 150, то вычитаем его.

$x_{21} = \min(200,150) = 150$.

x	3	1	20
2	6	x	**200 - 150 = 50**
150 - 150 = 0	70	0	

Искомый элемент равен c_{12}=3. Для этого элемента запасы равны 20, потребности 70.
Поскольку минимальным является 20, то вычитаем его.
x_{12} = min(20,70) = 20.

x	**3**	1	**20 - 20 = 0**
2	6	x	50
0	**70 - 20 = 50**	0	

Искомый элемент равен c_{22}=6. Для этого элемента запасы равны 50, потребности 50.
Поскольку минимальным является 50, то вычитаем его.
x_{22} = min(50,50) = 50.

x	3	1	0
2	**6**	x	**50 - 50 = 0**
0	**50 - 50 = 0**	0	

	B1	B2	B3	Запасы
A1	5	3[20]	1[80]	100
A2	2[150]	6[50]	4	200
Потребности	150	70	80	

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность магазинов удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.
2. Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 4, а должно быть m + n - 1 = 4.
Следовательно, опорный план является *невырожденным*.
Значение целевой функции для этого опорного плана равно:
F(x) = 3*20 + 1*80 + 2*150 + 6*50 = 740
Этап II. Улучшение опорного плана.
Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* u_i, v_j. по занятым клеткам таблицы, в которых $u_i + v_j = c_{ij}$, полагая, что $u_1 = 0$.
$u_1 + v_2 = 3$; $0 + v_2 = 3$; $v_2 = 3$
$u_2 + v_2 = 6$; $3 + u_2 = 6$; $u_2 = 3$
$u_2 + v_1 = 2$; $3 + v_1 = 2$; $v_1 = -1$
$u_1 + v_3 = 1$; $0 + v_3 = 1$; $v_3 = 1$

	v_1=-1	v_2=3	v_3=1
u_1=0	5	3[20]	1[80]
u_2=3	2[150]	6[50]	4

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию $u_i + v_j \le c_{ij}$.

Минимальные затраты составят: F(x) = 3*20 + 1*80 + 2*150 + 6*50 = 740

Анализ оптимального плана.

Из 1-го склада необходимо груз направить в 2-й магазин (20 ед.), в 3-й магазин (80 ед.)

Из 2-го склада необходимо груз направить в 1-й магазин (150 ед.), в 2-й магазин (50 ед.)

ЗАДАНИЕ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

РЕШИТЬ транспортную задачу
Стоимость доставки единицы груза из каждого пункта отправления в соответствующие пункты назначения задана матрицей тарифов

	B1	B2	B3	Запасы
A1	7	4	2	200
A2	3	5	1	100
Потребности	50	160	90	