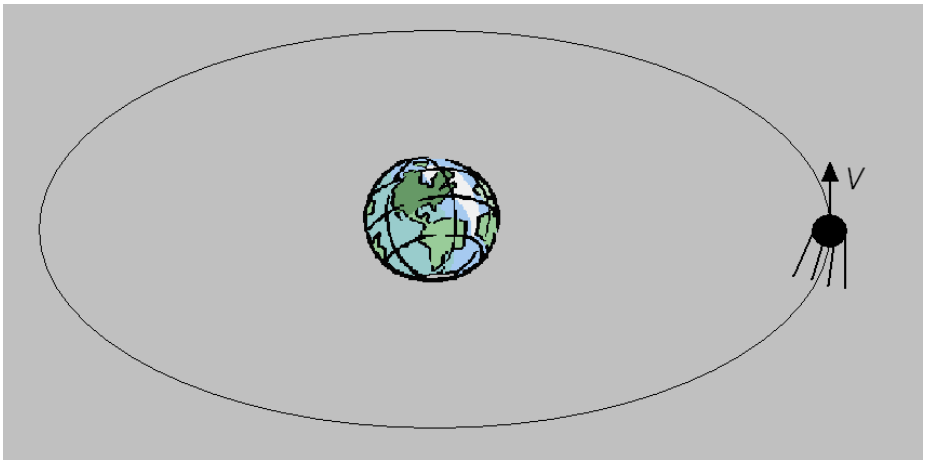
Задание:

Промоделировать траекторию движения малого космического аппарата, запускаемого с борта космической станции, относительно Земли. Запуск осуществляется путём толчка в направлении, противоположном движению станции, по касательной к её орбите.



Текст программы в среде MathCAD:

$$ax = \frac{d^2}{d\tau^2}X = \frac{-4\cdot\pi^2\cdot X}{\left(X^2+Y^2\right)^{\frac{3}{2}}} \qquad ay = \frac{d^2}{d\tau^2}Y = \frac{-4\cdot\pi^2\cdot Y}{\left(X^2+Y^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$a = \frac{V^2}{R}$ центростремительное ускорение

$$\left[\frac{-4\cdot\pi^2\cdot Y}{\left(X^2+Y^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right]^2 + \left[\frac{-4\cdot\pi^2\cdot X}{\left(X^2+Y^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right]^2 \rightarrow 16\cdot\pi^4\cdot\frac{Y^2}{\left(X^2+Y^2\right)^3} + 16\cdot\pi^4\cdot\frac{X^2}{\left(X^2+Y^2\right)^3}$$

$$V = \sqrt{\frac{G\cdot M}{R}} \qquad R = \sqrt{X^2+Y^2} \qquad a = \frac{G\cdot M}{\left(X^2+Y^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$16\cdot\pi^4\cdot\frac{Y^2}{\left(X^2+Y^2\right)^3}+16\cdot\pi^4\cdot\frac{X^2}{\left(X^2+Y^2\right)^3}=\frac{G\cdot M}{\left(X^2+Y^2\right)^{\frac{3}{2}}}\ \text{solve},Y\ \rightarrow\begin{bmatrix}\frac{\left(-X^2\cdot G^2\cdot M^2+256\cdot\pi^8\right)^{\frac{1}{2}}}{M\cdot G}\\ \frac{-\left(-X^2\cdot G^2\cdot M^2+256\cdot\pi^8\right)^{\frac{1}{2}}}{M\cdot G}\end{bmatrix}$$

$M := 6\cdot10^{24}$ - масса Земли (кг)

$G := 6.67\cdot10^{-11}$ - гравитационная постоянная (м^3/кг*с^2)

$x := 1000$

$y := 0$ - начальные координаты малого космического аппарата

$v := 20$ начальная скорость

Произведём обезразмеривание величин:

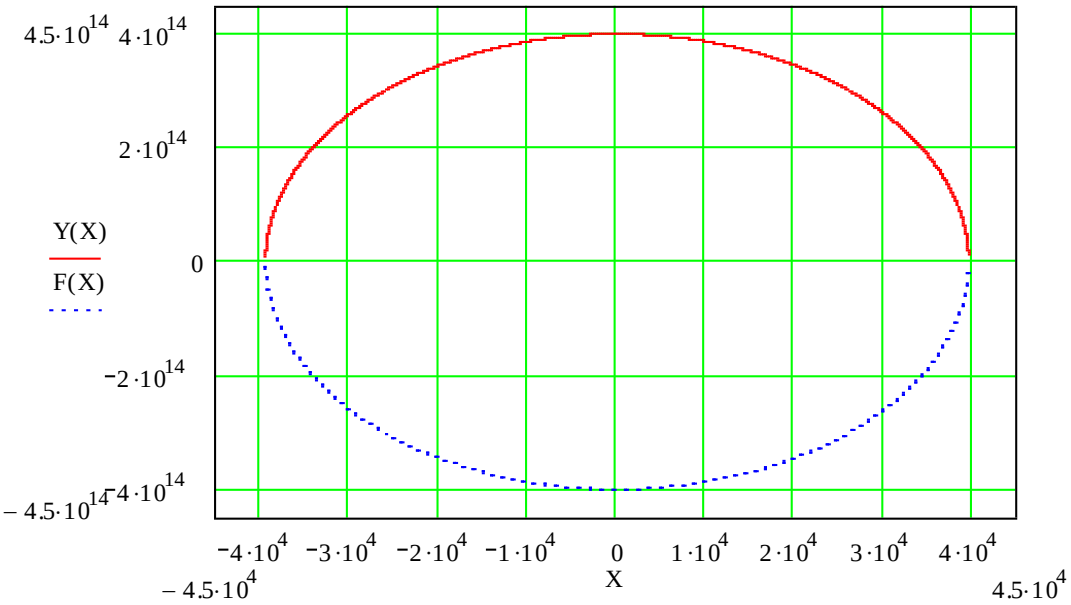
$R := \sqrt{x^2+y^2}$- расстояние от Земли до космического аппарата (радиус орбиты)

$X := \frac{x}{R}$ $Y := \frac{y}{R}$ $X = 1$ $Y = 0$ $R = 1\times10^3$

$T := \sqrt{\frac{4\cdot\pi^2\cdot R^3}{G\cdot M}}$ период движения

$X := -4\cdot10^4, -3.9991\cdot10^4 .. 4\cdot10^4$

$$Y(X) := \frac{\left(-X^2\cdot v^4\cdot T^4+256\cdot\pi^8\right)^{\frac{1}{2}}}{T^2\cdot\left(v\cdot\frac{T}{R}\right)^2}$$

$$F(X) := \frac{-\left(-X^2\cdot v^4\cdot T^4+256\cdot\pi^8\right)^{\frac{1}{2}}}{T^2\cdot\left(v\cdot\frac{T}{R}\right)^2}$$

Построим график зависимости Y(X), который показывает траекторию движения космического аппарата: