Задача 1

Прибыль, которую предприятие получает при данном объеме выпуска модели и соответствующим состоянием спроса, определяется матрицей:

	B1	B2	B3	B4
A1	1	3	5	4
A2	7	6	2	9
A3	4	3	5	6

Для определения наиболее выгодных стратегий применяем различные критерии.

$$A=\begin{pmatrix}1 & 3 & 5 & 4\\ 7 & 6 & 2 & 9\\ 4 & 3 & 5 & 6\end{pmatrix}$$

Критерий Минимакса и максимина для определения цены.

Определяем стратегию для получения максимальной прибыли при минимальных затратах.

$\alpha_1=\min(\alpha_{11};\alpha_{12};\alpha_{13};\alpha_{14})=\min(1;3;5;4)=1$

$\alpha_2=\min(\alpha_{21};\alpha_{22};\alpha_{23};\alpha_{24})=\min(7;6;2;9)=2$

$\alpha_3=\min(\alpha_{31};\alpha_{32};\alpha_{33};\alpha_{34})=\min(4;3;5;6)=3$

Нижняя цена игры

$\alpha=maax(\alpha_1;\alpha_2;\alpha_3)=maax(1;2;3)=3$ для игрока А выгодна стратегия А3

Определим стратегию игры для игрока В

$\beta_1=maa(\alpha_{11};\alpha_{21};\alpha_{31})=maa(1;7;4)=7$,

$\beta_2=maax(\alpha_{12};\alpha_{22};\alpha_{33})=maax(3;6;3)=6$

$\beta_3=maax(\alpha_{13};\alpha_{23};\alpha_{33})=maax(5;2;5)=5$

$\beta_4=maax(\alpha_{14};\alpha_{24};\alpha_{34})=maax(4;9;6)=9$

Нижняя цена игры

$\beta=\min(\beta_1;\beta_2;\beta_3;\beta_4)=\min(7;6;5;9)=5$ для игрока В выгодна стратегия В3.

Критерий Вальда.

$\alpha=\max\min\{\alpha\}=\max(1;2;3)=3$

По критерию Вальда наиболее выгодна стратегия А3

Критерий Севиджа.

Определяется с помощью матрицы рисков:

$$A=\begin{pmatrix}1 & 3 & 5 & 4\\ 7 & 6 & 2 & 9\\ 4 & 3 & 5 & 6\end{pmatrix}$$

$\beta_1=7\quad \beta_2=6\quad \beta_3=5\quad \beta_2=9$

Соответствующая матрица рисков будет равна

$$R=\begin{pmatrix}7-1 & 6-3 & 5-5 & 9-4\\ 7-7 & 6-6 & 5-2 & 9-9\\ 7-4 & 6-3 & 5-5 & 9-6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6 & 3 & 0 & 5\\ 0 & 0 & 3 & 0\\ 3 & 3 & 0 & 3\end{pmatrix}$$

Выбираем наибольшее значение в строчках.

$r_1 = maa(r_{11}; r_{12}; r_{13}; r_{14}) = maa(6.3.0.5) = 6$,

$r_2 = maa(r_{21}; r_{22}; r_{23}; r_{24}) = maa(0.0.3.0) = 3$

$r_3 = maa(r_{31}; r_{32}; r_{33}; r_{34}) = maa(3;3;0;3) = 3$

И из результатов минимальное значение

$r = \min(r_1; r_2; r_3) = \min(6;3;3) = 3$

для игрока А выгодны стратегии А2 или А3

Критерий Гурвица

Даны вероятности, с которыми выбирается объем выпуска продукции

$\lambda = 0{,}6 \qquad 1 - \lambda = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$

	B1	B2	B3	B4	$\min a_{ij}$	$\lambda \min a_{ij}$	$\max a_{ij}$	$(1-\lambda)\max a_{ij}$	γ
A1	1	3	5	4	1	$0{,}6 \cdot 1 = 0{,}6$	5	$0{,}4 \cdot 5 = 2$	$0{,}6 + 2 = 2{,}6$
A2	7	6	2	9	2	$0{,}6 \cdot 2 = 1{,}2$	9	$0{,}4 \cdot 9 = 3{,}6$	$1{,}2 + 3{,}6 = 4{,}8$
A3	4	3	5	6	3	$0{,}6 \cdot 3 = 1{,}8$	6	$0{,}4 \cdot 6 = 2{,}4$	$1{,}8 + 2{,}4 = 4{,}2$

$\gamma = max(\gamma_1; \gamma_2; \gamma_3) = max(2{,}6;4{,}8;4{,}2) = 4{,}8$

По критерию Гурвица наиболее выгодной является стратегия А2

Критерий Лапласа

$$L_1 = \frac{1+3+5+4}{4} = 3.25$$

$$L_2 = \frac{7+6+2+9}{4} = 6$$

$$L_3 = \frac{4+3+5+6}{4} = 4.75$$

$L = maax(L_1; L_2; L_3) = maax(3{,}25;6;4{,}75) = 6$

По критерию Лапласа наиболее выгодной является стратегия А3

Критерий Байеса

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 4 \\ 7 & 6 & 2 & 9 \\ 4 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$ Платежная матрица

$\beta_1 = 7$, $\beta_2 = 6$, $\beta_3 = 5$, $\beta_4 = 9$

$$R = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 3 & 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$ Матрица рисков

$p_1 = 0{,}35$, $p_2 = 0{,}2$, $p_3 = 0{,}15$, $p_4 = 0{,}3$

$r_1 = 6 * 0{,}35 + 3 * 0{,}2 + 0 * 0{,}15 + 5 * 0{,}3 = 2{,}1 + 0{,}6 + 0 + 1{,}5 = 4{,}2$

$r_2 = 0 * 0{,}35 + 0 * 0{,}2 + 3 * 0{,}15 + 0 * 0{,}3 = 0{,}45$

$r_3 = 3 * 0{,}35 + 3 * 0{,}2 + 0 * 0{,}15 + 3 * 0{,}3 = 1{,}05 + 0{,}6 + 0 + 0{,}9 = 2{,}55$

И из результатов минимальное значение

$r = \min(r_1; r_2; r_3) = \min(4{,}2;0{,}45;2{,}55) = 0{,}45$

для игрока А выгодна стратегии А2