Автономная некоммерческая организация
высшего образования
«Сибирский институт бизнеса, управления и психологии»

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Методические указания по подготовке к практическим занятиям, в том числе в интерактивной форме, и самостоятельному изучению дисциплины для студентов очно-заочно-заочной формы обучения по направлению 40.03.01 «Юриспруденция»

Красноярск 2020

Издаётся по решению научно-методического совета экономического факультета АНО ВО СИБУП

Коренюгина Л.М.
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА: методические указания по подготовке к практическим занятиям, в том числе в интерактивной форме, и самостоятельному изучению дисциплины для студентов очно-заочной формы обучения по направлению 40.03.01 Юриспруденция/ Л.М.Коренюгина. – Красноярск: АНО ВО СИБУП, 2020. – 94 с.;

Методические указания включают содержание основных вариантов контрольных работ по дисциплине и задания к ним. Представлены контрольные вопросы.

©АНО ВО СИБУП, 2020
©Коренюгина Л.М., 2020

Содержание

ВВЕДЕНИЕ 4

Раздел I СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ 5

1.1Содержание дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» 5
1.2 Методические указания к выполнению заданий 6
1.3.Примеры решения задач 42

Раздел II ЗАДАНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ 54

Раздел III КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПО КУРСУ «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА» 92

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 95

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина теория вероятностей и математическая статистика является частью математического цикла (вариативная часть) дисциплин подготовки студентов по направлению подготовки направлению 40.03.01"Юриспруденция". Дисциплина реализуется на Юридическом факультете Сибирского института бизнеса, управления и психологии кафедрой Прикладной математики и информатики.

Целью преподавания дисциплины является развитие у студентов логического мышления, привитие навыков чёткой формулировки прикладной задачи, её корректного математического описания и правильного использования математических аппаратных средств для её решения.

Задачи:

- формирование основных особенностей математического мышления;
- формирование представления о важнейших математических понятиях, на основе которых возможны корректное применение математики в практической деятельности;
- формирование математической культуры обучающихся;
- развитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с методами сбора и обработки статистической информации, оценки состояния и перспектив развития экономических процессов; решением прикладных задач, применение математического аппарата при анализе сложных экономических процессов, принятии решений.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельная работа студента, консультации.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости в форме опроса, рубежный контроль в форме тестирования и промежуточный контроль в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 6 зачётных единицы, 216 часов.

Раздел I СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ

1.1Содержание дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»

Таблица 1. Тематический план лекционных занятий

Номера разделов дисциплины	Тема лекции
Раздел 1. Случайные события	Тема 1. Основные понятия теории вероятностей
	Тема 2. Основы комбинаторики
	Тема 3. Виды вероятностей. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Вероятность наступления событий в повторных независимых испытаниях.
Раздел 2. Случайные величины	Тема 4. Случайные величины. Виды случайных величин и их числовые характеристики
	Тема 5. Функции распределения случайных величин. Законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин. Системы двух случайных величин
	Тема 6. Закон больших чисел. Цепи Маркова
Раздел 3. Элементы математической статистики	Тема 7. Основы выборочного метода и элементы статистической теории оценивания. Статистическое исследование зависимостей.
	Тема 8. Методы статистической проверки гипотез
	Тема 9. Элементы дисперсионного анализа

Таблица 2. Тематический план практических занятий

Номера разделов дисциплины	Тема практического занятия
Раздел 1. Случайные события	Тема 1. Основные понятия теории вероятностей
	Тема 2. Основы комбинаторики
	Тема 3. Виды вероятностей. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Вероятность наступления событий в повторных независимых испытаниях.
Раздел 2. Случайные величины	Тема 4. Случайные величины. Виды случайных величин и их числовые характеристики
	Тема 5. Функции распределения случайных величин. Законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин. Системы двух случайных величин
	Тема 6. Закон больших чисел. Цепи Маркова
Раздел 3. Элементы математической статистики	Тема 7. Основы выборочного метода и элементы статистической теории оценивания. Статистическое исследование зависимостей.
	Тема 8. Методы статистической проверки гипотез
	Тема 9. Элементы дисперсионного анализа

1.2 Методические указания к выполнению заданий

Тема 1. Основные понятия теории вероятностей. Применение теории вероятностей и мат.статистики в научных исследованиях. Испытания. События, виды событий.

Теория вероятности - это наука, изучающая закономерности случайных явлений.

Математическая статистика – наука о массовых случайных событиях.

Теория вероятностей устанавливает связь между числовыми характеристиками
случайных событий

Математическая статистика - определяет эти характеристики.

Испытанием называют опыт, эксперимент , наблюдение какого – либо явления

Пример 1.

бросание монеты,

загорание светофора,

выстрел из винтовки,

бросание игральной кости (игрального кубика).

Событием называют результат испытания(исход испытания)

Пример 2.

Выпадение орла или решки,

Горение зеленого, желтого или красного света на светофоре,

Попадание или промах,

Выпадения числа очков на кубике.

Испытания обычно записываются в виде текста, где указываются также особые условия их проведения:

Испытание – горит светофор

А (испытание) - бросание монеты

Испытание –звоним по телефону, если линия исправна/ особое условие/

События обозначаются большими буквами латинского или русского алфавита.

W1, W2, W3, …, А, Б, В, ….

Множество всех возможных исходов опыта, испытания называется пространством элементарных событий.

Обозначения: Ω - пространство элементарных событий.

Пример 3.

1 способ
A (испытание) - бросание монеты
W1-выпадение герба
W2-выпадение решки
Ω = (W1; W2)
Других исходов данного испытания быть не может.
2 способ записи
Испытание - бросание монеты
Г- выпадение герба
Р - выпадение решки
Ω = (Г; Р)

Пример 4.
Испытание – горит светофор
А - красный свет
В – желтый свет
С – зеленый свет
Ω = (А,В,С)

Пример 5.
Испытание – бросание игрального кубика
К - выпало 1 очко
М - выпало 2 очка
Л - выпало 3 очка
Н - выпало 4 очка
Р - выпало 5 очков
С - выпало 6 очков
Ω = (К,М,Л,Н,Р,С)

Пример 6.
Испытание – Исследование кислотности раствора на уроках химии.
А – раствор кислый
В – раствор щелочно-заочной
С – раствор нейтральный
Ω = (А,В,С)

Пример 7.
Испытание – Исследование траектории полета космического аппарата в физике
А – космический аппарат упадет на Землю
В – космический аппарат станет спутником Земли

С – космический аппарат улетит в открытый космос.
Ω = (A,B,C)
Классификация событий
1) Достоверное событие – событие, которое происходит всегда при каждом испытании.
2) Невозможное событие – событие, которое не может произойти ни при одном испытании.
3) Случайное событие – событие, которое может произойти, а может не произойти в результате испытания.
4) Равновозможные события – это события, которые имеют объективно одинаковую вероятность появления в данном испытании.
5) Единственно возможное событие- это событие, которое является единственным исходом испытания.
6) Противоположное событие – это событие $\bar{A}$, которое происходит тогда, когда не происходит событие А
Пример 8.
Испытание – бросание игрального кубика
А – выпадет число очков не больше 6-
достоверное событие
В - выпадет число очков 9
В- невозможное событие, так как на гранях кубика только 1,2,3,4,5 и 6 очков , сколько кубик ни бросай, 9 очков не выпадет.
С - выпало 6 очков
Случайное событие, так как может выпасть любое число очков.
При бросании игрального кубика, если он не деформирован, появление 1,2,3,4,5 и 6 очков – события равновозможные.

Пример 9 .
Испытание – двукратная стрельба из заряженной винтовки по мишеням
А – два попадания в мишень – событие случайное
В – попаданий в мишень.не более двух раз – событие достоверное
С – девять пробоин в мишени после двух выстрелов – событие невозможное

Пример 10.
Испытание – извлечение двух игральных карт из колоды
А –извлечены два туза – событие случайное
В –извлечены карты черной или красной масти– событие достоверное
С – извлечены карты зеленой масти – событие невозможное
Пример 11.

Испытание – стрельба из заряженной винтовки по мишеням
А - мишень поражена.
$\overline{A}$ - мишень не поражена.
События Аи $\overline{A}$ являются противоположными.
Пример 12.
Испытание - бросание монеты
Г- выпадение герба
Р - выпадение решки
События Г и Р являются противоположными.
1) Совместные события – это такие события, которые в условиях данного испытания могут появиться вместе, т.е. появление одного из них не исключает возможность появления другого.
2) Несовместные события – это такие события, которые при данном испытании вместе появиться не могут, т.е. появление одного из них исключает появление другого.
3) Зависимые события – это события, у которых возможность появления одного из них зависит от появления или не появления другого.
4) Независимые события – это события, у которых возможность появления одного из них не зависит от появления или не появления другого.
Мы хотим на автозаправке заправить машину и можем это сделать только в том случае, если есть бензин.
Пример 13.
Испытание – бросание игрального кубика
Элементарные события:
А - выпала 1
В - выпала 2
С - выпала 3
Д - выпала 4
Е - выпала 5
Ф - выпала 6
М - выпало четное число очков
М=В+Д+Ф
Событие М зависит от элементарных событий В,Д или Ф.
Н – выпало число очков меньше трех
Н=А+В
События М и Н являются совместными, так как может выпасть число очков 2 и оно является четным и меньше трех.

Если мы изменим условия проведения испытания и будем бросать уже не один кубик, а два кубика, то получим совсем иные результаты. Элементарные исходы будут те же самые для каждого кубика. Но комбинаций этих исходов будет больше.

И если в результате бросания только одного кубика события А и В будут несовместными, так как на одном кубике выпасть одновременно 1 и 2 очка не А Если же мы бросаем два кубика и на одном выпадает 1, а на другом 2 очка, то события А и В будут совместными.

Таким образом, получается, что одни и те же события в одних испытаниях будут совместными, а в других – несовместными.

Пример 14.

Испытание- стрельба из двух винтовок двумя стрелками по мишени.

Происходящие элементарные события-

A_1 – первый стрелок попал в мишень.

A_2 –второй стрелок попал в мишень.

$\overline{A_1}$ первый стрелок промахнулся.

$\overline{A_2}$ второй стрелок промахнулся.

Происходящие сложные события(события, зависящие от появления или не появления элементарных событий)

M- хотя бы один стрелок попал в мишень.

M= A_1 и $\overline{A_2}$ или $\overline{A_1}$ и A_2 или A_1 и A_2= $A_1 * \overline{A_2} + \overline{A_1} * A_2 + A_1 * A_2$

N- оба стрелка промахнулись

N= $\overline{A_1}$ и $\overline{A_2}$ = $\overline{A_2} * \overline{A_1}$

Действия над событиями

«+» или

«*» и

1) Коммутативность сложения и умножения.

A+B=B+A

A*B=B*A

2) Ассоциативность сложения и умножения

A+(B+C)=(A+B)+C

A*(B*C)=(A*B)*C

3) Дистрибутивность умножения относительно сложения

A*(B+C)=A*C+B*C

(A+B)*C=A*C+B*C

4) Правила де Моргана

$\overline{A+B} = \overline{A} * \overline{B}$

$\overline{A*B} = \overline{A} + \overline{B}$

5) Законы дополнения

$\overline{A} + A = \Omega$, где $\overline{\Omega} = \emptyset$

Множества.

1) Конечные множества- это множества, у которых число элементов ограничено. Такое множество называется дискретным $\overline{(1,n)}$

Пример 15

На Березовской птицефабрике ежедневно у куриц собирают яйца. Каждая курица может снести за день только ограниченное число яиц. Обычно это число не превышает 10 яиц. Тогда число яиц будет конечным множеством $\overline{(0,10)}$

2) Счетные множества - это множества, у которых количество элементов бесконечно и принимает отдельные значения, данному множеству можно поставить в соответствие множество натуральных чисел, то есть можно пересчитать (1,n)

Пример 16

Множество деталей, произведенных на заводе со дня открытия завода, является счетным множеством.

3) Несчетные множества- это множества, у которых число элементов неограниченно. данному множеству нельзя поставить в соответствие множество натуральных чисел несчетные n непрерывное

Пример 17

Множество всех значений из некоторого промежутка является несчетным множеством.

Множество называется упорядоченным, если указан порядок расположения его элементов.

Комбинаторика-раздел математики , в котором решаются задачи выбора и расположения элементов некоторого множества по определенным правилам.

Обычно выбираем конечное множество с достаточно малым количеством элементов.

Для того, чтобы подсчитать число различных комбинаций элементов в задачах, применяем 3 основные формулы размещений, сочетаний и перестановок

1) Размещениями называются различные комбинации элементов, различающиеся составом и порядком расположения элементов.

Размещения N элементов по К элементам называется упорядоченное

множество , состоящее из К элементов.
Размещения считаются различными, если они отличаются порядком расположения элементов.
Обозначение: Количество способов, которыми можно выбрать из n элементов по к
Обозначаются как A_n^m
и вычисляются по следующей формуле:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = \text{n(n-1)(n-2)(n-3)….(n-k+1)}$$

2) Сочетаниями называются различные комбинации элементов, различающиеся составом элементов
Сочетания - это размещения, которые отличаются хотя бы одним элементом

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

3) Перестановками называются различные комбинации элементов, различающиеся только порядком расположения элементов.
Перестановки - такие размещения из n элементов по n, которые различаются только порядком их расположения.
Число перестановок из n элементов по n элементам обозначается P_n
и вычисляется
Pn = A_n^m =n!

Формулы	Обозначения	Порядок	Вычисление
Размещения	A_n^m	Важен	$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} =$
Сочетания	C_n^m	Не важен	$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$
Перестановки	$P_n = n!$	Важен	$P_n = n!$

Пример 18.
123, 132, 213, 231, 312, 321 - это различные комбинации одних и тех же элементов, отличающиеся только порядком расположения. Всего комбинаций (перестановок) трех элементов мы насчитали шесть.
Число перестановок подсчитаем по формуле

$$P_3 = 3! = 1*2*3 = 6$$

Существуют две различных схемы подсчета элементов
1 схема Выборки без возвращения

Выбор осуществляется без возвращения элементов обратно во множество. Отбираются или сразу все элементы или отбираются по одному по порядку.

2 схема Выборки с возвращением

Осуществляется поэлементно с обязательным возвращением обратно на каждом шаге и тщательным перемешиванием после каждого выбора.

		M ≠ N	M=n
Выборки без возвращения	Без упорядочения	C_n^m	C_n^m
	С упорядочением	A_n^m	P_n
Выборки с возвращением	Без упорядочения	C_{n+m-1}^m	C_{n+m-1}^m
	С упорядочением	n^m	n^m

Из трех букв составить двухбуквенные комбинации

Выборка без возвращения и без упорядочения

$$\Omega = \{ab; ac; bc\}$$

$$C_n^b = C_3^2 = \frac{3!}{2!\cdot(3-2)!} = \frac{3!}{2!\cdot 1!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3}{1\cdot 2\cdot 1} = 3$$

Выборка без возвращения и с упорядочением

$$\Omega = \{ab; ba; ac; ca; bc; cb\}$$

$$A_n^b = A_3^2 = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3!}{1!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3}{1} = 6$$

Выборка с возвращением и без упорядочения

$$\Omega = \{ab; ac; bc; aa; bb; cc\}$$

$$C_{n+m-1}^b = C_{3+2-1}^2 = C_4^2 = \frac{4!}{2!\cdot(4-2)!} = \frac{4!}{2!\cdot 2!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}{1\cdot 2\cdot 1\cdot 2} = 6$$

Выборка с возвращением и с упорядочением

$$\Omega = \{ab; ba; ac; ca; bc; cb; aa; bb; cc\}$$

$$n^m = 3^2 = 9$$

Выборка без возвращения и без упорядочения

$\Omega = \{abc\}$

$$C_3^3 = \frac{3!}{3!\cdot(3-3)!} = \frac{3!}{3!\cdot 0!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 1} = 1$$

Выборка без возвращения и с упорядочением

$\Omega = \{abc; acb; bac; bca; cab; cba\}$

$P_n = P_3 = 3! = 1\cdot 2\cdot 3 = 6$

Выборка с возвращением и без упорядочения

$\Omega = \{abc; aaa; bbb; ccc; aab; aac; bba; bbc; cca; ccb\}$

$$C_{n+m-1}^{b} = C_{3+3-1}^3 = C_5^3 = \frac{5!}{3!\cdot(5-3)!} = \frac{5!}{3!\cdot 2!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 1\cdot 2} = 10$$

Выборка с возвращением и с упорядочением

$$\Omega = \left\{ \begin{array}{l} abc; acb; bac; bca; cab; cba; aaa; bbb; ccc; aab; aba; baa; \\ aac; aca; caa; bba; bab; abb; bbc; bcb; cbb; cca; cac; acc; \\ ccb; cbc; bcc \end{array} \right\}$$

$n^m = 3^3 = 27$

Пример 19.

Испытание - бросание зх монет последовательно (выборка с возвращением и с упорядочением)

Ω = (ГГГ; ГГР , ГРГ, РГГ, РРГ, РГР, ГРР, РРР)

Число элементарных исходов бросания одной монеты

n=2, так как всего два варианта выпадения: герб и решка.

Мы берем три монеты

К= $n^m = 2^3 = 8$ способов

Пример 20.

Испытание - рождение двух детей в семье последовательно (выборка с возвращением и с упорядочением)

Ω = (ММ, МД, ДМ, ДД)

Число элементарных исходов рождения одного ребенка

n=2

так как рождается или мальчик или девочка.

Общее число детей в семье

$m = 2$

К= $n^m = 2^2 = 4$ способов

Пример 21.
Испытание - бросание зх монет одновременно (выборка с возвращением и без упорядочения)
Ω = (ГГГ; ГГР , РРГ, РРР)

$$C^{b}_{n+m-1} = C^3_4 = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \frac{4!}{3!1!} = \frac{1*2*3*4}{1*2*3*1} = 4$$

Пример 22.
Испытание - Рождение в семье двух детей одновременно (выборка с возвращением и без упорядочения)

Ω = (ММ, МД, ДД)

$$C^{b}_{n+m-1} = C^2_{2+2-1} = C^2_3 = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{3!}{2!1!} = \frac{1*2*3}{1*2*1} = 3$$

Пример 23.
Испытание: На полке стоят пять книг.
Сколькими способами можно взять две книги с полки
а) одновременно (выборка без возвращения и без упорядочения)

Номера книг			
1и2	2и3	3и4	4и5
1и3	2и4	3и5	
1и4	2и5		
1и5			

$$C^m_n = C^2_5 = \frac{n!}{m!(n-m)!} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{1*2*3*4*5}{1*2*1*2*3} = 10 \text{ способов}$$

б) последовательно (выборка без возвращения и с упорядочением)

Номера книг				
1и2	2и1	3и1	4и1	5и1
1и3	2и3	3и2	4и2	5и2
1и4	2и4	3и4	4и3	5и3
1и5	2и5	3и5	4и5	5и4

$A_n^m = A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{1*2*3*4*5}{1*2*3} = 20$ способов взять книги с полки.

Тема 2 Виды вероятностей. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Вероятность наступления событий в повторных независимых испытаниях.

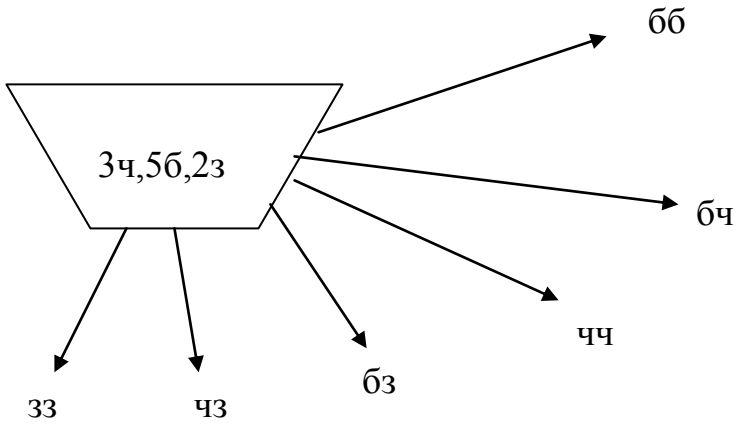
Определение вероятностей

1. Классическое

Вероятность появления события А равна отношению числа благоприятствующих появлению события А исходов к общему числу исходов.

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

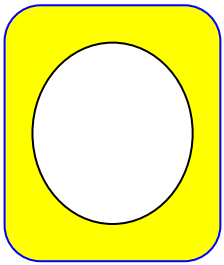
В урне 10 шаров: 3 черных шара,5 белых шаров и 2 зеленых шара.
Найдите вероятность того, что наудачу взятый шар
А- белого цвета
Б- зеленого цвета
В- не является черным



2. Геометрическое

Вероятность появления события А равна отношению меры области, благоприятствующей появлению события А к мере всей области.

$$P(A) = \frac{S_1}{S_2}$$



Относительная частота события, свойство ее устойчивости.

Относительная частота появления события А равна отношению числа благоприятствующих появлению события А исходов к общему числу исходов.

3. Статистическое (число испытаний обычно достаточно велико)

Статистической вероятностью называется относительная частота появления
события А в n испытаниях

$$P(A) \approx W(A) = \frac{m}{n}$$

Пример 24

Испытание - бросание двух игральных кубиков

На каждом кубике может выпасть число очков от 1 до 6.

Подсчитаем сумму очков, выпавших на двух кубиках.

Выпало очков	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Общее число исходов испытания равно 36.

n=36

Найдем вероятность того, что сумма очков меньше 7

Выпало очков	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Всего таких исходов 15.

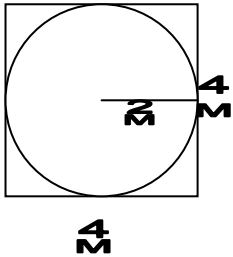
M=15

Тогда вероятность наступления события А- сумма очков меньше 7 равна

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{15}{36}=0{,}4167$$

На даче участок имеет квадратную форму 4Х4 метра. Мы посадили огурцы и охранять огород поставили собаку, которую привязали на цепь, вбитую в центре огорода. Длина цепи равна 2 метра.

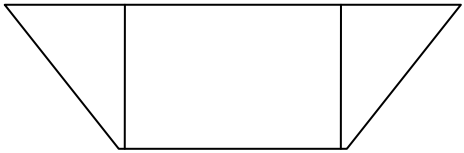
Вор полез через забор за огурцами. Какова вероятность того, что собака вора покусает?



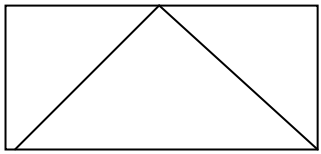
$$P(A)=\frac{S_{круга}}{S_{квадрата}}=\frac{\pi R^2}{a^2}=\frac{\pi 2^2}{4^2}=\frac{\pi}{4}$$

Найдите вероятность попадания монеты во внутреннюю фигуру при произвольном бросании.

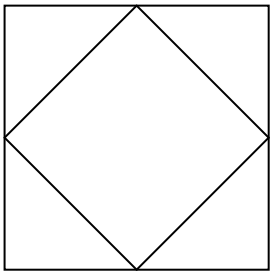
(Размерами монеты пренебречь)



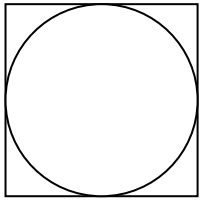
$$p(A)=\frac{S_{прямоугольника}}{S_{трапеции}}=\frac{a\cdot h}{\frac{1}{2}\cdot(a+b)\cdot h}=\frac{4\cdot 3}{\frac{1}{2}\cdot(4+10)\cdot 3}=\frac{4}{7}$$



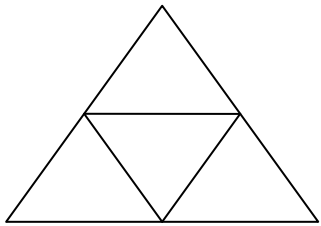
$$p(A)=\frac{S_{треугольника}}{S_{прямоугольника}}=\frac{\frac{1}{2}\cdot a\cdot b}{a\cdot b}=\frac{\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 2}{6\cdot 2}=0{,}5$$



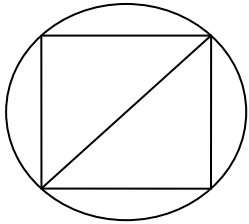
$$p(A)=\frac{S_{малого\ квадрата}}{S_{большого\ квадрата}}=\frac{\left(a\sqrt{2}\right)^2}{(2a)^2}=\frac{2a^2}{4a^2}=0{,}5$$



$$P(A) = \frac{S_{круга}}{S_{квадрата}} = \frac{\pi R^2}{a^2} = \frac{\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2}{a^2} = \frac{\pi}{4}$$



$$p(A) = \frac{S_{треугольника}}{S_{прямоугольника}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 60^\circ}{\frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a \cdot \sin 60^\circ} = 0{,}25$$



$$p(A) = \frac{S_{треугольника}}{S_{круга}} = \frac{a^2}{\pi \cdot \left(\frac{a \cdot \sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{2}{\pi}$$

Аксиомы определения вероятностей событий

Аксиома 1 .Вероятность появления любого события принимает значение от 0 до 1 $0 \le P(a) \le 1$

Аксиома 2. Вероятность достоверного события равна 1

Аксиома 3. Вероятность невозможного события равна 0

Теоремы сложения и умножения вероятностей событий

Сложение вероятностей несовместных событий.

Вероятность суммы несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий.

P(A+B)=P(A)+P(B)

P(A+B+C+Д+…+H)=P(A)+P(B)+P(C)+P(Д)+…+P(H)

Следствие. Вероятность суммы счетного множества попарно несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий

Сумма вероятностей событий , образующих полную группу, равна 1.

Сложение вероятностей совместных событий.

Вероятность появления суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления

P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)

P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)-P(ABC)

Условной вероятностью называется .

Умножение вероятностей независимых событий.

P(AB)=P(A)P(A/B)=P(B)P(B/A)

Умножение вероятностей независимых событий.

P(AB)=P(A)P(B)

Наивероятнейшее число появления событий в повторных независимых испытаниях.

$np-(1-p) \le k \le np+p$

Испытание - три игрока сбивают шаром кегли

A_1 - первый игрок сбил кегли

A_2 - второй игрок сбил кегли

A_3 - третий игрок сбил кегли

М- все игроки сбили кегли

К- хотя бы один игрок сбил кегли

Т – только один игрок сбил кегли

P(M)= $p(A_1 u A_2 u A_3) = p(A_1 \cdot A_2 \cdot A_3) = p(A_1) \cdot p(A_2) \cdot p(A_3)$

$$P(К)=1-p(\overline{A_1} и \overline{A_2} и \overline{A_3}) = 1-p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3})$$

$$p(T) = p(A_1 и \overline{A_2} и \overline{A_3} или \overline{A_1} и A_2 и \overline{A_3} или \overline{A_1} и \overline{A_2} и A_3) =$$

$$p(A_1 \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} + \overline{A_1} \cdot A_2 \cdot \overline{A_3} + \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3) = = p(A_1) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3}) +$$

$$p(\overline{A_1}) \cdot p(A_2) \cdot p(\overline{A_3}) + p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(A_3)$$

6. Формула полной вероятности, случаи ее применения.

1) События $A_1, A_2, A_3, \ldots, An$ образуют полную группу.

2) Событие Н может произойти только при условии появления одного из событий $A_1, A_2, A_3, \ldots, An$

Если эти два условия выполнены, то вероятность события Н равна сумме произведений каждого из событий А1, А2,…на соответствующие условные вероятности события Н

$$p(H) = \sum_{i=1}^{n} p(A_i)\, p(H / A_i)$$

7. Формула переоценки гипотез (формула Бейеса).

Пример 27.

Применение формулы полной вероятности и формулы Бейеса.

В магазины привозят электрические лампочки с двух заводов.

1 завод производит 1/3 всей продукции

2 завод производит 2/3 всей продукции

На первом заводе качественная продукция составляет 90%

На втором заводе качественная продукция составляет 80%.

Мы пришли в магазин и купили электролампу. При продаже продавец определил, что лампа качественная. Какова вероятность того, что лампа произведена на втором заводе?

A_1 - лампа с первого завода.

A_2 - лампа с первого завода.

$P(A_1) = \frac{1}{3} = 0{,}3333$

$P(A_2) = \frac{2}{3} = 0{,}6667$

Н – лампа качественная

Н/ A_1 - лампа качественная с первого завода

H/ A_2 - лампа качественная со второго завода

$$P(H/A_1) = \frac{90\%}{100\%} = 0.9$$

$$P(H/A_2) = \frac{80\%}{100\%} = 0.8$$

P(H)= P(A_1)*P (H/ A_1)+ P(A_2)*P (H/ A_2)=0,3333*0,9+0,6667*0,8=0,833

Если нужно определить вероятность того, что лампа качественная была произведена первым заводом, пользуемся формулой Бейеса:

$$P(A_1/H) = \frac{P(A_1)*P(H/A_1)}{P(H)} = \frac{0{,}3333*0{,}9}{0{,}889} = 0{,}3565$$

Вероятность того, что качественная лампа была произведена вторым заводом

$$P(H/A_2) = \frac{P(A_2)*P(H/A_2)}{P(H)} = \frac{0{,}6667*0{,}8}{0{,}889} = 0{,}6435$$

Формула Бейеса позволяет переоценить вероятности наступления события
уже после того, как становится известным результат испытания.

	До наступления события	После наступления события
Вероятность того, что лампа с 1-го завода	0,3333	0,3565
Вероятность того, что лампа с 2-го завода	0,6667	0,6435

Как видим, вероятности наступлений событий изменились.

Вероятность наступления событий в повторных независимых испытаниях

.1) Формула Бернулли

/ Применяется , когда число испытаний сравнительно мало, не больше 10)

Если вероятность появления события А в каждом испытании постоянна,то вероятность появления события А м раз в n испытаниях равна $P_n(m)= C_n^m p^m(1-p)^{n-m}$

Пример 28

Орудие стреляет 5 раз.

При каждом выстреле вероятность попадания снаряда в цель постоянна и равна 0,9

Найдите вероятность того, что из пяти снарядов в цель попадут только три.

А- снаряд попал в цель

P(A)=0,9

$$p_5(3) = C_5^3 0{,}9^3(1-0{,}9)^{5-3} = \frac{5!}{3!(5-3)!}0{,}9^3 0{,}1^2 = 0{,}0729$$

2) Локальная теорема Муавра-Лапласа.

(Применяется, когда число испытаний сравнительно велико, т. е. больше 10)

Если вероятность появления события А в каждом испытании постоянна,

то вероятность появления события А m раз в n испытаниях равна

$$P_n(m)= \frac{1}{\sqrt{np(1-p)}} * \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$x = \frac{m-np}{\sqrt{np(1-p)}}$$

Пример 29

Контролер на заводе исследует на качество изделия.

Автоматическая линия производит качественное изделие с вероятностью 0,6.

Для проверки берутся 20 изделий.

Найдите вероятность того, что 10 изделий из взятой партии будут качественными.

А- изделие качественное.

P(A)=0,6

$n = 20$

$m = 10$

$$x = \frac{m - np}{\sqrt{np(1-p)}} = \frac{10 - 0{,}6 * 20}{\sqrt{20 * 0{,}6 * (1 - 0{,}6)}} = -0{,}91$$

$$P_{20}(10) = \frac{1}{\sqrt{20 * 0{,}6(1 - 0{,}6)}} * \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(-0{,}91)^2}{2}} = 0{,}4566 * 0{,}2637 = 0{,}1204$$

3) Интегральная теорема Муавра-Лапласа.

Если вероятность появления события А в каждом испытании постоянна,

то вероятность появления события А в интервале от а раз до b раз

в n испытаниях равна

$$P_n(m_1 \le m \le m_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$$

$$x_1 = \frac{m_1 - np}{\sqrt{np(1-p)}}$$

$$x_2 = \frac{m_2 - np}{\sqrt{np(1-p)}}$$

Ф(х)- функция Лапласа.

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

При решении примеров значения функции Лапласа обычно берутся из таблиц, публикуемых в каждом учебнике по теории вероятностей, а не вычисляются каждый раз для отдельного значения.

Пример 30

Пусть вероятность появления события А в каждом испытании постоянна и равна 0.6.

Найдите вероятность появления события А от 8 до 15 раз в результате серии, состоящей из 20 испытаний: P(A)=0,6

$$m = 20, m_1 = 8, m_2 = 15$$

$$x_1 = \frac{m_1 - np}{\sqrt{np(1-p)}} = \frac{8 - 20*0,6}{\sqrt{20*0,6*(1-0,6)}} = -1,83$$

$$x_2 = \frac{m_2 - np}{\sqrt{np(1-p)}} = \frac{15 - 20*0,6}{\sqrt{20*0,6*(1-0,6)}} = 1,31$$

$$P_n(m_1 \le m \le m_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$$

$$P_{20}(8 \le m \le 15) = \Phi(1,31) - (-1,83) = 0,4147 + 0,4667 = 0,8811$$

Пример 30б.

Известны математическое ожидание а и среднее квадратическое отклонение $\sigma(x)$ нормально распределенной случайной величины x. Найти вероятность попадания этой величины в заданный интервал $(\alpha;\beta)$

$$P(\alpha \le x \le \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right)$$

$$P(2 \le x \le 13) = \Phi\left(\frac{13-1}{4}\right) - \Phi\left(\frac{2-1}{4}\right) =$$

$$= \Phi(3) - \Phi(0,25) = 0,4987 - 0,0987 = 0,4$$

4) Теорема Пуассона.

Применяется. Когда число испытаний очень велико, а вероятность появления события А в каждом испытании постоянна и очень мала .

$$p_n(m) = \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!}$$

$$\lambda = np$$

Пример 31

Пусть в магазин для продажи привезли электрические лампочки.

Общее количество- 10000 лампочек.

Вероятность того, что купленная лампочка окажется бракованной, равна 0,0001. Найдите вероятность того, что из всех лампочек только три окажутся бракованными.

А- лампочка бракованная.

$n = 10000$

$m = 3$

$p(A) = 0{,}0001$

$\lambda = np = 10000 * 0{,}0001 = 1$

$$p_n(m) = \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!}$$

$$p_{10000}(3) = \frac{1^3 2{,}72^{-1}}{3!} = 0{,}0613$$

Тема 3. Случайные величины. Виды случайных величин. Числовые характеристики

Случайная величина - это переменная, которая в результате испытаний принимает различные значения.

Если случайная величина принимает последовательные значения (идущие друг за другом по возрастанию) и известны их соответствующие вероятности, то она называется дискретной случайной величиной.

Если случайная величина принимает все значения из некоторого промежутка или значения на всей числовой прямой, то она называется непрерывной случайной величиной.

Примеры дискретных случайных величин

Дискретные случайные величины можно задавать с помощью

- Таблицы
- Аналитически(с помощью формулы)
- Графически

Виды случайных величин

Если случайная величина принимает только конечное или счетное множество значений, то она называется дискретной случайной величиной.

Если случайная величина принимает все значения из какого- то промежутка, она называется непрерывной случайной величиной.

Пример 32

1. Для консервирования помидоров хозяйки отбирают плоды, которые не превышают по своему диаметру диаметр горловины банки. А-диаметр плода -непрерывная с.в.

2. При стрельбе из винтовки измеряют расстояние от центра мишени до отверстия, которое пробила пуля. А-расстояние от центра до пробоины является н.с.в.

3. При распиливании стволов деревьев на лесопилке измеряют диаметр ствола и сортируют древесину по размерам. А-диаметр плода -непрерывная с.в.А-диаметр ствола -непрерывная с.в.

Дискретные случайные величины характеризуются законом распределения вероятностей случайных величин, который задается в виде таблицы.

x_i	x_1	x_2	x_3	….	x_n
p_i	p_1	p_2	p_3	….	p_n

Непрерывные случайные величины характеризуются функцией распределения и функцией плотности распределения вероятностей

Функция распределения вероятностей

$$F(x)=\begin{cases} 0 & x \le x_1 \\ p_1 & x_1 \le x \le x_2 \\ p + p_2 & \\ p_1 + p_2 + p_3 & \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \\ p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + \ldots + p_{n-1} & \\ 1 & \end{cases}$$

Функция плотности распределения вероятностей равна производной функции распределения $f(x) = F'(x)$

Свойства функции распределения:

$0 \le F(x) \le 1$

$F(-\infty) = 0$

$F(+\infty) = 1$

$F(x) - неубывающая_функция$

12 . Числовые характеристики случайных величин :

1. математическое ожидание непрерывной случайной величины,, принимающей все возможные значения на отрезке (а, в), называется определенный интеграл $M(x) = \int_a^b xf(x)dx$

2. Если возможные значения случайной величины распределены по всей числовой прямой, то $M(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$

3. дисперсия – это математическое ожидание квадрата ее отклонения от математического ожидания $Д(X)=M(X-M(X))^2$

4. среднее квадратическое отклонение- это отклонение случайной величины от ее среднего значения. $\sigma = \sqrt{Д(x)}$

5. Начальным моментом к - го порядка случайной величины X называется ее математическое ожидание

$\nu_к = м(x^к) = \sum_{i=1}^{n} x_i^k p_i$ для дискретной случайной величины.

$\nu_к = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k f(x)dx$ Для непрерывной случайной величины.

6. Центральным моментом К-го порядка случайной величины X называется математическое ожидание отклонения случайной величины $x^к$ от ее математического ожидания:

$\mu_к = \sum_{i=1}^{n} (x - M(x))^к p_i$ для дискретной случайной величины

$\mu_к = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M(x))^k f(x)dx$ для непрерывной случайной величины

7. Коэффициентом ассиметрии случайной величины называется величина, $A = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$

Коэффициент ассиметрии показывает, насколько скошено распределение с.в.

8. Эксцессом случайной величины называется величина $E = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$

Эксцесс случайной величины определяет островершинность или плосковершинность распределения с.в.

9. Мода M_0 - варианта, которая имеет наибольшую частоту.

10. Медиана Me - варианта, которая делит вариационный ряд на

две части, равные по площади под графиком плотности вероятности.

	ДИСКРЕТНЫЕ С.В.	НЕПРЕРЫВНЫЕ С.В.
математическое ожидание	$M(x)=\sum_{i=1}^{n} x_i p_i$	$M(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$
Дисперсия	$D(x)=M(x-M(x))^2$	$D(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx-(M(x))^2$
среднее квадратическое отклонение	$\sigma(x)=\sqrt{D(x)}$	$\sigma(x)=\sqrt{D(x)}$
Ассиметрия	$A=\frac{\mu_3}{\sigma^3}$	$A=\frac{\mu_3}{\sigma^3}$
Эксцесс	$E=\frac{\mu_4}{\sigma^4}-3$	$E=\frac{\mu_4}{\sigma^4}-3$

Графическое изображение дискретных и непрерывных случайных величин.

а) Полигон.

Полигоном называется ломаная линия, соединяющая отрезками точки с координатами (x_i, p_i) на координатной плоскости.

Б) Гистограмма- это столбчатая диаграмма, основаниями каждого служат отрезки длины $x_i - x_{i-1}$, а высота каждого столбика равна соответствующей вероятности.

Числовые характеристики непрерывной случайной величины.

Свойства математического ожидания.

1.Математическое ожидание постоянной величины равно самой постоянной величине.

M (C)=C

1. Постоянный множитель можно выносить за знак математического ожидания.

M (C*X)=C* M (X)

2. Математическое ожидание произведения двух случайных величин равно произведению их математических ожиданий.

M (X*У)=M (X)*M (У)

3. Математическое ожидание суммы двух случайных величин равно сумме их математических ожиданий

М (Х+У)=М (Х)+М (У)

Свойства дисперсии.

1. Дисперсия постоянной случайной величины равна нулю.

Д (С)=0

2. Постоянный множитель можно выносить за знак дисперсии, возводя его в квадрат. Д(С*Х)=С2*Д(Х)

3. Дисперсия суммы двух случайных величин равна сумме дисперсий этих случайных величин. Д (Х+У)=Д (Х)+Д (У)

4. Дисперсия разности двух случайных величин равна разности дисперсий этих случайных величин. Д (Х-У)=Д (Х)-Д (У)

5. Дисперсия от суммы случайной величины и постоянной величины равна дисперсии этой случайной величины. Д (Х+С)= Д(Х)

Доказательство

Д (Х+С)=Д (Х)+Д (С)=Д(Х)+0=Д(Х)

Начальные и центральные моменты.

Начальным моментом К-го порядка случайной величины Х называется ее математическое ожидание:

$\nu_к = м(x^к) = \sum_{i=1}^{n} x_i^k p_i$ для дискретной случайной величины.

$\nu_1 = м(x^1) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i = x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3 + ... + x_n p_n$

$\nu_2 = м(x^2) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i = x_1{}^2 p_1 + x_2{}^2 p_2 + x_3{}^2 p_3 + ... + x_n{}^2 p_n$

$\nu_3 = м(x^3) = \sum_{i=1}^{n} x_i^3 p_i = x_1{}^3 p_1 + x_2{}^3 p_2 + x_3{}^3 p_3 + ... + x_n{}^3 p_n$

$\nu_4 = м(x^4) = \sum_{i=1}^{n} x_i^4 p_i = x_1{}^4 p_1 + x_2{}^4 p_2 + x_3{}^4 p_3 + ... + x_n{}^4 p_n$

$\nu_5 = м(x^5) = \sum_{i=1}^{n} x_i^5 p_i = x_1{}^5 p_1 + x_2{}^5 p_2 + x_3{}^5 p_3 + ... + x_n{}^5 p_n$

$\nu_к = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k f(x) dx$ Для непрерывной случайной величины.

$\nu_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^1 f(x) dx$

$$\nu_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx$$

$$\nu_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^3 f(x)dx$$

$$\nu_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^4 f(x)dx$$

Центральным моментом К-го порядка случайной величины X называется математическое ожидание отклонения случайной величины $x^к$ от ее математического ожидания:

$\mu_к = \sum_{i=1}^{n} (x - M(x))^к p_i$ для дискретной случайной величины

$\mu_к = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M(x))^k f(x)dx$ для непрерывной случайной величины.

Начальные и центральные моменты связаны между собой следующими формулами:

$$\mu_1 = 0$$

$$\mu_2 = \nu_2 - \nu_1^2$$

$$\mu_3 = \nu_3 - 3\nu_1\nu_2 + 2\nu_1^3$$

$$\mu_4 = \nu_4 - 4\nu_1\nu_3 + 6\nu_1^2\nu_2 - 3\nu_1^4$$

Пример 33

Дискретная случайная величина задана дискретным вариационным рядом.

Найти:начальные моменты

X1	1	2	3	4
P1	0.2	0.5	0.1	0.2

$$\nu_1 = м(x^1) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i = 1*0.2+2*0.5+3*0.1+4*0.2=2.3$$

$$\nu_2 = м(x^2) = \sum_{i=1}^{n} x^2{}_i\, p_i = 1^2 * 0{,}2 + 2^2 * 0{,}5 + 3^2 * 0{,}1 + 4^2 * 0{,}2 = 6{,}3$$

$$\nu_3 = м(x^3) = \sum_{i=1}^{n} x^3{}_i\, p_i = 1^3 * 0{,}2 + 2^3 * 0{,}5 + 3^3 * 0{,}1 + 4^3 * 0{,}2 = 19{,}7$$

$$\nu_4 = м(x^4) = \sum_{i=1}^{n} x^2{}_i\, p_i = 1^4 * 0{,}2 + 2^4 * 0{,}5 + 3^4 * 0{,}1 + 4^4 * 0{,}2 = 67{,}5$$

Пример 34

Найдите плотность распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины, заданной интегральной функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, & \textit{если} \quad x<0\\ x^2, & \textit{если} \quad 0\le x\le 1\\ 1, & \textit{если} \quad x>1\end{cases}$$

Функция плотности распределения равна производной функции распределения $f(x)=F'(x)=\begin{cases}0, & \textit{если} \quad x<0\\ 2x, & \textit{если} \quad 0\le x\le 1\\ 0, & \textit{если} \quad x>1\end{cases}$

Математическое ожидание непрерывной случайной величины

$$M(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx=\int_{-\infty}^{0} x*0dx+\int_0^1 x*2xdx+\int_1^{+\infty} x*0dx=$$

$$0+2\int_0^1 x^2dx+0=2\frac{x^3}{3}\Bigg|_0^1=\frac{2*1^3}{3}-\frac{2*0^3}{3}=\frac{2}{3}$$

Дисперсия непрерывной случайной величины

$$D(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx - (M(x))^2 =$$

$$D(x) = \int_{-\infty}^{0} x^2 * 0dx + \int_0^1 x^2 * 2xdx + \int_1^{+\infty} x^2 * 0dx - \left(\frac{2}{3}\right)^2 =$$

$$0 + 2\int_0^1 x^3 dx + 0 - \frac{4}{9} = 2\frac{x^4}{4}\Bigg|_0^1 - \frac{4}{9} =$$

$$= \frac{2*1^4}{4} - \frac{2*0^4}{4} - \frac{4}{9} = \frac{1}{18}$$

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)} = \sqrt{\frac{1}{18}} = \frac{1}{3\sqrt{2}}$$

Закон больших чисел - общий принцип, заключающийся в том, что совокупное действие большинства случайных факторов приводит к результату, почти не зависящему от случая.

При большом числе случайных величин их средний результат перестает быть случайной величиной и может быть предсказан с большой степенью

определенности.

Неравенство Чебышева.

Для любой случайной величины, имеющей математическое ожидание и дисперсию, справедливо неравенство Чебышева:

$$P(|x-a| \succ \varepsilon) \le \frac{Д(x)}{\varepsilon^2}$$

a =M (x), $\varepsilon \succ 0$

Так как события $|x-a| \succ \varepsilon$ и $|x-a| \le \varepsilon$ противоположные, то неравенство Чебышева можно записать и в другой форме:

$$(|x-a| \le \varepsilon) \ge 1 - \frac{Д(x)}{\varepsilon^2}$$

Тема 5. Математическая статистика. Статистические методы обработки данных. Статистические оценки распределения.

Метод наименьших квадратов

Часто бывает, что при проведении каких- либо опытов мы получаем различные результаты и по этим результатам мы должны вывести какие-либо закономерности изменения значений величин, т.е. составить законы, зависимости одних переменных от других. С этим

на практике часто встречаются ученые – естествоиспытатели. Они проводят различные опыты (например при разработке новых лекарств по свертыванию крови вводят подопытным животным различные дозы препаратов и получают различные результаты анализов) и должны потом обработать эти данные с помощью различных методов.

Одним из таких методов является метод наименьших квадратов.

Зависимость между переменными бывает различной : линейная, квадратическая, обратная пропорциональность и т.д.

Самая простая зависимость - линейная.

Графиком линейной зависимости является прямая линия.

y=a*x+ b уравнение прямой линии.

Чтобы вывести линейную зависимость между переменными, то есть найти коэффициенты в уравнении, нужно составить следующую таблицу:

Пример 35

	x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$
1	1	4,3	1	1*4,3=4,3
2	2	5,1	4	2*5,1=10,2
3	3	2,9	9	3*2,9=8,7
4	4	3,2	16	4*3,2=12,8
5	5	0,7	25	5*0,7=3,5
$\sum_{i=1}^{n}$	15	16.2	55	39.5

$\sum_{i=1}^{n} x_i$ =1+2+3+4+5=15

$\sum_{i=1}^{n} y_i$ =4,3+5,1+2,9+3,2+0,7=16,2

$\sum_{i=1}^{n} x_i^2$ =1+4+9+16+25=55

$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i$ =4,3+10,2+8,7+12,8+3,5=39,5

$$\begin{cases} a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \\ a\sum_{i=1}^{n} x_i + nb = \sum_{i=1}^{n} y_i \end{cases}$$

$$\begin{cases} a*55+b*15=39,5 \\ a*15+b*5=16,2 \end{cases}$$

5b=16,2-15a
b=3,24-3a
a*55+3,24-3a)*15=39,5
52a+48,6=39,5
52a=-9,1
a=-0,91
b=3,24-3(-0,91)=5,97
y=-0,91x+5,97

Тема 6.Статистические оценки распределения. Интервальные оценки параметров распределения.

Точечной оценкой называется оценка , которая определяется одним числом.

Интервальной называется оценка, которая определяется двумя числами - концами интервала.

Доверительным интервалом называют интервал, в который с заданной вероятностью или надежностью попадает оцениваемый параметр.

Доверительный интервал для оценки генеральной средней нормального распределения имеет вид: $\bar{x}-\Delta<\alpha<\bar{x}+\Delta$

$\bar{x}$ - выборочное среднее

Δ - точность оценки

α - генеральное среднее

Построение доверительного интервала
в случае больших и малых выборок.

Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал и вероятность ее отклонения от математического ожидания.

Мат. ожидание	Дисперсия известна	Дисперсия неизвестна
	$\overline{x_в} - t_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < M(x) < \overline{x_b} + t_\gamma$	$\overline{x_в} - t_\gamma \frac{S}{\sqrt{n}} < M(x) < \overline{x_b} + t_\gamma$
Дисперсия	$\frac{S^2}{(1+q)^2} < D(x) < \frac{S^2}{(1-q)^2}$	
Среднее квадратическое отклонение	$\frac{S}{(1+q)} < \sigma(x) < \frac{S}{(1-q)}$	

Доверительная вероятность или надежность оценки – это вероятность, с которой отклонение точно-заочной оценки от приближенного ее значения становиться меньше заранее заданного значения δ

$$\left|Q - Q^8\right| < \delta$$

Генеральная совокупность-это множество всех возможных объектов одного вида, над которыми проводятся наблюдения или множество всех возможных наблюдений, проводимых в одинаковых условиях над некоторой случайной величиной.

Множество элементов генеральной совокупности может быть как конечным, так и бесконечным.

Пример 36:

В игре в лото выпадают числа

15,9,13,89,21,24,78,15,34,17,89,32,25, 56,67,12,67,31,34,78,91,90,…

Множество выпавших чисел образует генеральную совокупность.

В данном примере число элементов данной генеральной совокупности конечно, так как мы берем только числа однозначные и двузначные.

Выборочная совокупность (выборка)- это множество отобранных из генеральной совокупности объектов.

Пример 37:

При игре в лото мы закрываем числа на нашей карточке фишками. Карточка считается выигравшей, если все числа на ней закрыты. Мы выбираем из генеральной совокупности нужные нам числа и получаем выборочную совокупность или выборку.

Пусть карточка выиграет тогда, когда закроем числа 15,9,17,89,25 и 34. Все эти числа образуют выборку.

Выборка повторная — это совокупность объектов, при отборе каждого из которых он затем возвращался назад в генеральную совокупность.

Выборка бесповторная — это совокупность объектов, при отборе каждого из которых он больше назад не возвращался в генеральную совокупность.

N- число элементов генеральной совокупности

n – Число элементов выборочно-заочной совокупности.

N и n называются объемами генеральной и выборочно-заочной совокупности.

$N \geq n$

Генеральной дисперсией называют среднее арифметическое квадратов отклонений значений совокупности от генерального среднего.

варианта (вес) – это значение одинаковых элементов или значения элементов, образующих одну группу.

Варьирование - это изменение значений вариант .

Частота варианты – это число одинаковых элементов или число элементов в каждой группе.

Относительная частота варианты - это отношение числа элементов в группе к общему числу элементов выборки.

Дискретный вариационный ряд – это ранжированное множество всех вариант с соответствующими им частотами или относительными частотами.

Непрерывный вариационный ряд - упорядоченная последовательность интервалов варьирования с соответствующими частотами или относительными частотами.

Выборочная (эмпирическая) функция распределения –это функция $F^*(x)$, задающая для каждого x соответствующую относительную частоту события X<x.

Статистические характеристики вариационного ряда

1. Выборочная средняя -это среднее арифметическое произведений вариант на соответствующие частоты.
2. Выборочная дисперсия $Д_в$ - среднее арифметическое квадратов отклонений вариант от выборочного среднего.
3. Выборочное стандартное отклонение - это корень квадратный из выборочно-заочной дисперсии.
4. Коэффициент вариации - отношение среднего квадратического

отклонения к выборочно-заочной средней, умноженное на 100%.

$$V = \frac{\sigma}{x}100\%$$

$$P(|X - A| \le \delta) = 2\Phi(\frac{\delta}{\sigma})$$

$$\delta = t\sqrt{\frac{pq}{n}}$$

Ранжирование - это расположение элементов в порядке неубывания.
Если значения элементов совокупностей повторяются или попадают в одну группу, то мы можем подсчитать число этих элементов в каждой группе.
Несмещенные статистические оценки - это оценки, у которых значение математического ожидания оцениваемого параметра равно значению самого параметра.
Смещенные статистические оценки- это оценки, у которых значение математического ожидания оцениваемого параметра не равно значению самого параметра.
Для устранения смещенности дисперсии ее умножают на величину $\frac{n}{n-1}$ и получают исправленную выборочную дисперсию S^2
Эффективной называется статистическая оценка, которая при одних и тех же объемах выборки имеет наименьшую дисперсию.
Состоятельной называется статистическая оценка, которая при увеличении объемов выборки стремится по вероятности к оцениваемому параметру.
Виды средних величин
1. Выборочно-заочной средней называется среднее арифметическое значений выборки.
2. Групповой средней называется среднее арифметическое значений выборки, принадлежащей группе.
3. Общей средней называется среднее арифметическое выборочных средних .

Тема 7. Проверка статистических гипотез.
Нулевая гипотеза – это предположение о том, что между принятым и найденным в результате вычислений по выборке значениями параметра нет разницы.

Конкурирующая или альтернативная гипотеза – это предположение о том, что между взятым нами и найденным по выборке значениями параметра есть разница.

простая и сложная гипотезы

Проверка статистических гипотез

Статистические гипотезы - это утверждения или предположения о том, что данное множество объектов обладает определенными свойствами.

Проверка статистических гипотез заключается в том, что мы сравниваем какие- то характеристики заданных объектов с объектами , полученными путем вычислений, и оцениваем расхождения между ними по специальным критериям.

Статистические критерии - это условия или системы условий, выполнение или невыполнение которых позволяет нам принимать или отвергать различные гипотезы.

Ошибка первого рода – это ошибка, когда отвергается нулевая гипотеза, когда на самом деле она верна.

Пример:

H_0- данный человек- преступник. Суд признает преступника невиновным.

Ошибка второго рода – это ошибка, при которой принимается нулевая гипотеза, когда она на самом деле неверна.

H_0- данный человек- не преступник. Суд признал невиновного человека преступником

Статистическим критерием называется число к, которое находится с помощью специальных формул и служит для проверки нулевой гипотезы.

Критерием согласия Пирсона называется критерий проверки гипотезы о предполагаемом законе неизвестного распределения.

Элементы корреляционного анализа

При совместном изучении двух количественных признаков x и y объект изучения представляет собой пары чисел (x_1, y_1),(x_2, y_2), (x_3, y_3),….(x_n, y_n)

Зависимость признака y от признаках называется корреляционной зависимостью y от признака x, если при изменении при знака x в среднем меняется признак y.

Диаграммой рассеяния называется множество точек плоскости с координатами

(x_i, y_i)

Диаграмма рассеяния - множество точек плоскости с соответствующими координатами.(x_n, y_n), изображающих значения двумерной случайной величины в соответствующей системе координат.

Выборочный коэффициент корреляции равен отношению корреляционного момента к произведению средних квадратических отклонений.

$$r_{xy} = \frac{\mu_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i p_i - \overline{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$$

Корреляционная таблица – это таблица, в которой указываются все возможные значения двумерной случайной величины и соответствующие вероятности или частоты.

Выборочное уравнение линейной регрессии y на x имеет вид

$$\overline{y_x} = y_u + r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - x_u)$$

1.3.Примеры решения задач

1. Из десяти роз и восьми георгинов нужно составить букет, содержащий две розы и три георгина. Сколько можно составить различных букетов?

Решение:

$$C_{10}^2 * C_8^3 = \frac{10!}{2!(10-2)!} * \frac{8!}{3!*(8-3)!} = \frac{10!}{2!*8!} * \frac{8!}{3!*5!} =$$

$$= \frac{1*2*3*4*5*6*7*8*9*10}{1*2*1*2*3*4*5*6*7*8} * \frac{1*2*1*2*3*4*5*6*7*8}{1*2*3*1*2*3*4*5} =$$

$$= 9*5*7*8 = 2520$$

2. Наугад отобранная деталь может оказаться или первого сорта (событие *A*), или второго (событие *B*), или третьего (событие *C*). В чем состоят события $A \cdot B$, $(A+B) \cdot C$? Записать в виде формул следующие события: «Выбранная деталь не ниже второго сорта»; «Сорт выбранной детали не первый».

Решение:

A*B «Выбранная деталь первого и второго сорта»

(A+B)*C «Выбранная деталь первого или второго сорта и обязательно третьего сорта»

$(A+B)$ «Выбранная деталь не ниже второго сорта»

$\overline{A}$ «Сорт выбранной детали не первый»

3. Имеются шесть билетов в театр, четыре из которых на места первого ряда. Какова вероятность того, что из трех наудачу выбранных билетов два окажутся на места первого ряда?

Решение

1. Определяем общее количество способов, которыми можно взять 3 билета из 6.

$$n = C_6^3$$

2. Определяем количество способов взять три билета, в том числе два на места первого ряда и один на другой ряд:

$$m = C_4^2 \cdot C_2^1$$

3. Вероятность искомого события:

$$P(A)=\frac{C_4^2\cdot C_2^1}{C_6^3}=\frac{4!}{2!(4-2)!}\cdot\frac{2!}{1!(2-1)!}\div\frac{6!}{3!(6-3)!}=\frac{3\cdot4\cdot2\cdot3!}{2\cdot4\cdot5\cdot6}=\frac{1\cdot2\cdot3}{5\cdot2}=\frac{3}{5}=0{,}6$$

4. Парабола касается полукруга и проходит через границы его диаметра. Какова вероятность того, что точка, наудачу брошенная в полукруг, попадает в область ограниченную дугой полукруга и параболой?

y=a*x^2 + b*x + c

При этом предполагается, что наудачу брошенная точка может попасть в любую точку области D, и вероятность попасть в какую-либо часть области D пропорциональна площади части и не зависит от ее расположения и формы. В таком случае вероятность попадания в область d, ограниченную дугой полукруга и параболой при бросании наудачу точки в область D определяется как отношение площади этой области к размеру всей площади, ограниченной параболой: P(A)=S(d)/S(D),

Радиус=x

где S(d площадь полукруга) = пи*x^2/2/x^3/3 = 3.14/(x*6)

5. Для разрушения моста достаточно попадания одной авиационной бомбы. Найти вероятность разрушения, если на мост сбрасывают три бомбы с вероятностями попадания 0,3; 0,4; 0,7 соответственно.

Решение

Пусть событие А – мост будет разрушен.

Искомая вероятность $p(A)=1-p(\overline{A})$, где $\overline{A}$ - мост не будет разрушен - событие противоположное к событию А.

Событие А наступит, если все три бомбы не попадут на мост.

$$p(\overline{A})=(1-0.4)(1-0.5)(1-0.6)=0.12\,.$$

Тогда искомая вероятность $p(A)=1-p(\overline{A})=1-0.12=0.88$

Ответ: 0,88

6. Из пяти винтовок, среди которых три снайперских, две обычные, наудачу выбирается одна. Из нее производится выстрел. Какова вероятность попадания, если вероятность попадания из снайперской винтовки 0,95, а из обычной – 0,7?

Решение:

A_1 - выбрали винтовку снайперскую

$$p(A_1) = \frac{3}{5} = 0.6$$

A_2 – выбрали винтовку обычную

$$p(A_2) = \frac{2}{5} = 0.4$$

Н – мишень поражена

Н/ A_1 - мишень поражена со снайперской винтовки

Н/ A_2 - мишень поражена с обычной винтовки

Р (Н/ A_1) =0,95

Р (Н/ A_2) =0,7

Р(Н)= Р(A_1)*Р (Н/ A_1)+ Р(A_2)*Р (Н/ A_2)= $0.6 * 0.95 + 0.4 * 0.7 = 0.85$

7. На фабрике, изготавливающей болты, первая машина производит 25%, вторая – 35%, третья – 40% всех изделий. В их продукции брак составляет соответственно 5, 4, 2%. Случайно выбранный из продукции болт оказался дефектный. Какова вероятность того, что он был произведен второй машиной?

Решение:

A_1 – деталь с первой машины

A_2 – деталь со второй машины

A_3 – деталь с третьей машины

$$p(A_1) = \frac{25\%}{100\%} = 0.25$$

$$p(A_2) = \frac{35\%}{100\%} = 0.35$$

$$p(A_3) = \frac{40\%}{100\%} = 0.40$$

H/A_1 – деталь с первой машины бракованная.
H/A_2 – стрелок из второй группы попадает в мишень
H/A_3 – стрелок из третьей группы попадает в мишень.

$$p(H/A_1) = \frac{5\%}{100\%} = 0.05$$

$$p(H/A_2) = \frac{4\%}{100\%} = 0.04$$

$$p(H/A_3) = \frac{2\%}{100\%} = 0.02$$

$$p(H) = p(A_1)\cdot p(H/A_1) + p(A_2)\cdot p(H/A_2) + p(A_3)\cdot p(H/A_3) =$$

$$= 0.25\cdot 0.05 + 0.35\cdot 0.04 + 0.40\cdot 0.02 = 0{,}0345$$

$$p(A_2/H) = \frac{p(A_2)\cdot p(H/A_2)}{p(H)} = \frac{0.35\cdot 0.04}{0{,}0345} = 0.4058$$

Ответ: 0,4058

8. Вероятность получения удачного результата при проведении сложного химического опыта равна 2/3. Найти наивероятнейшее число удачных опытов, если общее их количество равно 7.

$$n*p-(1-p) \le k_0 < n*p+p$$

$$7*\frac{2}{3}-(1-\frac{2}{3}) \le k_0 < 7*\frac{2}{3}+\frac{2}{3}$$

$$\frac{14}{3}-\frac{1}{3} \le k_0 < \frac{14}{3}+\frac{2}{3}$$

$$\frac{13}{3} \le k_0 < \frac{16}{3}$$

$$4.33 \le k_0 < 5.33$$

$$k_0 = 5$$

9. Имеется общество из 500 человек. Найти вероятность того, что у двух человек день рождение придется на Новый год. Считать, что вероятность рождения в фиксированный день равна 1/365.

$n = 500$ человек всего

$p = \frac{1}{365}$ вероятность попадания дня рождения на Новый год

$m = 2$ у двух человек вероятность попадания дня рождения на Новый год $\lambda = n \cdot p = 500 \cdot \frac{1}{365} = 1.36986$

$$p_n(m) = \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!}$$

$$p_{500}(2) = \frac{1.36986^2 \cdot 2.71828^{-1.36986}}{2!} = 0{,}2384517$$

10. Игральную кость бросают 90 раз. Найти приближенно границы, в которых число k выпадений шестерки будет заключено с вероятностью 0,9973.

Решение:
A- выпала шестерка

P=p(A)=1/6

$n = 90$ игральных костей

$p = \frac{1}{6}$ вероятность выпадения шестерки

$$p\left(\left|\frac{m}{n} - p\right| \le \varepsilon\right) = 2\Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{n}{pq}}\right)$$

$$p\left(\left|\frac{m}{n} - \frac{1}{6}\right| \le \varepsilon\right) = 2\Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{90}{\frac{1}{6} * \left(1 - \frac{1}{6}\right)}}\right) = 0.9973$$

$$\Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{90}{\frac{1}{6}*\left(1-\frac{1}{6}\right)}}\right)=\frac{0.9973}{2}=0{,}49865$$

$$\Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{90}{\frac{5}{36}}}\right)=0{,}49865$$

$$\Phi\left(\varepsilon\sqrt{18*36}\right)=0{,}49865$$

$$\Phi\left(\varepsilon*18\sqrt{2}\right)=\Phi(3)$$

$$\varepsilon*18\sqrt{2}=3$$

$$\varepsilon=\frac{3}{18\sqrt{2}}$$

$$\varepsilon=\frac{1}{6\sqrt{2}}$$

$$\varepsilon=\frac{\sqrt{2}}{12}$$

$$n*p-(1-p)\le k_0<n*p+p$$

$$90*\frac{1}{6}-(1-\frac{1}{6})\le k_0<90*\frac{1}{6}+\frac{1}{6}$$

$$14\frac{1}{6}\le k_0<15\frac{5}{6}$$

$$k_0=15$$

$$(15-3;15+3)$$

$$(12;18)$$

10,Вероятность изготовления на автоматическом станке бракованной детали равна 0,1. Какова вероятность того, что из 4 деталей бракованных окажется не более 2?

$P_n(m)=C_n^m p^n q^{n-m}$.-формула Бернулли.

$$P_4(X=0)=P_4(0)=C_4^0 p^0 q^{4-0}=\frac{4!}{0!(4-0)!}0.1^0\cdot 0.9^4=0.6561$$

$$P_4(X=1)=P_4(1)=C_4^1 p^1 q^{4-1}=\frac{4!}{1!(4-1)!}0.1^1\cdot 0.9^3=0.2916$$

$$P_4(X=2)=P_4(2)=C_4^2 p^2 q^{4-2}=\frac{4!}{2!(4-2)!}0.1^2\cdot 0.9^2=0.0486$$

$$P_4(X=0)+P_4(X=0)+P_4(X=0)=0{,}6561+0{,}2916+0{,}0486=0{,}9963$$

11 ,При данном технологическом процессе 80% всей продукции оказывается продукцией высшего сорта. Определить наивероятнейшее число изделий высшего сорта в партии из 200 изделий и его вероятность?

Решение.

По условию задачи, вероятность того, что наудачу взятое изделие высшего сорта, равна p=80%/100%=0,8

Вероятность того, что изделие не высшего сорта, равна q=1-p=1-0,8=0,2. $np-(1-p)\le k<np+p$

$$200*0.8-(1-0.8)\le \kappa<200*0.8+0.8$$

$$160-0.2\le \kappa<160+0{,}8$$

$$159{,}2\le \kappa<160{,}8$$

$$\kappa=160$$

n=200, m=160, p=0,8, q=1-0,8=0,2.

если в схеме Бернулли число испытаний n велико (обычно n>50), при этом npq>1, то справедлива приближенная формула , то применим к случаю 1 локальную теорему Муавра-Лапласа:

$$P_n(m)\approx\frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi(x),\quad \text{где } \varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2},\ x=\frac{m-np}{\sqrt{npq}}.$$

Поскольку n=200>50 и npq=200*0,8*0,2=32, то можно применить теорему Муавра-Лапласа. Найдем

$$x=\frac{m-np}{\sqrt{npq}}=\frac{160-200\cdot 0{,}8}{\sqrt{200\cdot 0{,}8\cdot 0{,}2}}=0.$$

$$P_{500}(450)\approx\frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{200\cdot 0{,}8\cdot 0{,}2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-(0)^2/2}=\frac{1}{\sqrt{32}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}}*1=\frac{1}{8\sqrt{3{,}14}}=0{,}071.$$

Всхожесть семян некоторого растения составляет 85%. Какова вероятность того, что из 100 посеянных семян взойдет не менее 70?

в схеме Бернулли число испытаний n велико, то для вероятности $P_n(k_1 \le m \le k_2)$ того, что число успехов заключено в пределах от k_1 до k_2, справедливо приближенная формула локальная теорема Муавра-Лапласа

$$P_n(k_1 \le m \le k_2) \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1),$$

где $x_i = \dfrac{k_i - np}{\sqrt{npq}}$, $\Phi(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt$ – функция Лапласа.

n=100, k_1=70, k_2=100 , p=85/100=0,85, q=1-0,85=0,15.

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{70 - 100 * 0{,}85}{\sqrt{100 * 0{,}85 * 0{,}15}} \approx -4{,}20,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{100 - 100 * 0{,}85}{\sqrt{100 * 0{,}85 * 0{,}15}} \approx 4{,}20,$$

$$P_{100}(70 \le m \le 100) = \Phi(4{,}20) - \Phi(-4{,}20) = 2\Phi(4{,}20) = 2 \cdot 0{,}49995 = 0{,}999$$

13. непрерывная случайная величина X задана дифференциальной функцией:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le 0, \\ ax^2 & \text{при } 0 < x \le в, \\ 0 & \text{при } x > в. \end{cases}$$

Требуется: а) найти значение параметра *а,*

б) найти интегральную функцию F (x),

в) найти математическое ожидание и дисперсию X,

г) найти вероятность того, что X примет значение, заключенное в интервале (0, 1/3),

д) построить графики функций f (x) и F (x), если значение параметра *в* следующие:

11. $$f(x) = \begin{cases} 0 \ \textit{при} \ x \le 0, \\ ax^2 \ \textit{при} \ 0 < x \le \dfrac{10}{11}, \\ 0 \ \textit{при} \ x > \dfrac{10}{11}. \end{cases}$$

Для определения постоянной C воспользуемся основным свойством функции плотности вероятности $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$ (пределы интегрирования соответствуют спектру случайной величины или ее возможным значениям). $\int_{-\infty}^{0} 0dx + \int_{0}^{10/11} ax^2 dx + \int_{10/11}^{+\infty} 0dx = 1$

$$0 + \int_{0}^{10/11} ax^2 dx + 0 = 1$$

$$\frac{ax^3}{3}\Big|_0^{10/11} = 1$$

$$\frac{a\left(\frac{10}{11}\right)^3}{3} - \frac{a(0)^3}{3} = 1$$

$$\frac{a\left(\frac{10}{11}\right)^3}{3} = 1$$

$$\frac{a*1000}{3993} = 1$$

$$a = \frac{3993}{1000}$$

$$f(x) = \begin{cases} 0 \ \textit{при} \ \ x \le 0, \\ \frac{3993}{1000}x^2 \ \ \textit{при} \ \ 0 < x \le \frac{10}{11}, \\ 0 \qquad \textit{при} \qquad x > \frac{10}{11}. \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 \ \textit{при} \ \ x \le 0, \\ \frac{1331}{1000}x^3 + C \, \textit{при} \ \ 0 < x \le \frac{10}{11}, \\ 1 \qquad \textit{при} \qquad x > \frac{10}{11}. \end{cases}$$

$$0 \le \frac{1331}{1000} x^3 + C \le 1$$

$$0 < x \le \frac{10}{11},$$

$$0 < x^3 \le \frac{1000}{1331},$$

$$\frac{1331}{1000} * 0 < \frac{1331}{1000} x^3 \le \frac{1331}{1000} * \frac{1000}{1331},$$

$$0 < \frac{1331}{1000} x^3 \le 1$$

$$0 + C < \frac{1331}{1000} x^3 + C \le 1 + C$$

0+C=0

C=0

1+C=1

C=0

$$F(x) = \begin{cases} 0 \ \ при \ \ x \le 0, \\ \frac{1331}{1000} x^3 \ \ при \ \ 0 < x \le \frac{10}{11}, \\ 1 \ \ при \ \ x > \frac{10}{11}. \end{cases}$$

Математическое ожидание и дисперсию величины X найдем по формулам $MX = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, f(x) dx; \quad DX = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - (MX)^2$ (пределы интегрирования также соответствуют спектру случайной величины X). $MX = \int_{-\infty}^{0} x * 0 dx + \int_{0}^{10/11} x * \frac{3993}{1000} x^2 dx + \int_{10/11}^{+\infty} x * 0 dx$

$$0+\int_0^{10/11}\frac{3993}{1000}x^3dx+0=\left(\frac{3993x^4}{1000*4}\right)\Bigg|_0^{10/11}=$$

$$=\frac{3993\left(\frac{10}{11}\right)^4}{1000*4}-\frac{3993*0^4}{1000*4}=\frac{5}{22}$$

$$Д(X)=\int_{-\infty}^{0}x^2*0dx+\int_0^{10/11}x^2*\frac{3993}{1000}x^2dx+\int_{10/11}^{+\infty}x^2*0dx-\left(\frac{5}{22}\right)^2=$$

$$0+\int_0^{10/11}\frac{3993}{1000}x^4dx+0-\frac{25}{484}=$$

$$=\left(\frac{3993x^5}{1000*5}\right)\Bigg|_0^{10/11}-\frac{25}{484}=\frac{3993\left(\frac{10}{11}\right)^5}{1000*5}-\frac{3993*0^5}{1000*5}-\frac{25}{484}=0.4442$$

Г)Вероятность реализации значений случайной величины X в интервале (α,β) можно определить двумя эквивалентными способами: $P(\alpha<X<\beta)=F(\beta)-F(\alpha)$ либо

$$P(\alpha<X<\beta)=\int_\alpha^\beta f(x)\,dx.$$

С использованием функции распределения $F(x)$ имеем

$$P(0<X<1/3)=F(1/3)-F(0)=\frac{1331}{1000}*\left(\frac{1}{3}\right)^3-0=0.0493$$

14. *найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины y = aX + в для заданного ряда распределения случайной величины X и значений параметров а и в*

x 4 6 8 10
p 0,6 0,2 0,1 0,1 ; а = 3, в = -0,2.

Решение

x_i	4	6	8	10
$Yi=3*x_i-0.2$	3*4-0.2=11.8	3*6-0.2=17.8	3*8-0.2=23.8	3*10-0.2=29.8
p_i	0,6	0,2	0.1	0,1

Сумма всех вероятностей равна 1

p_1=0,6; p_2=0,2; p_3=0,1; $p_{4=0.1}$;

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$$

$$p_1 + p_2 + ... + p_n = 0{,}6 + 0{,}2 + 0.1 + 0.1 = 1$$

Математическим ожиданием дискретной случайной величины y называется сумма произведений всех ее значений на соответствующие вероятности:

$$M(y) = y_1 p_1 + y_2 p_2 + ... + y_n p_n = \sum_{i=1}^{n} y_i p_i$$

$$M(y) = 11{,}8 \cdot 0.6 + 18{,}8 \cdot 0.2 + 23{,}8 \cdot 0.1 + 29{,}8 \cdot 0.1 = 16$$

Дисперсией дискретной случайной величины y называется математическое ожидание квадрата отклонения ее от математического ожидания самой величины:
$D(Y)=M\{Y-M(Y)\}^2$.

$$Д(y) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - M(y))^2 \cdot p_i$$

$$Д(y) = \sum_{i=1}^{n} (y_i)^2 \cdot p_i - \left(M(y)\right)^2 = (11{,}8)^2 \cdot 0.6 + (17{,}8)^2 \cdot 0.2 + (23{,}8)^2 \cdot 0.1 +$$

$$+ (29{,}8)^2 \cdot 0.1 - 16^2 = 36{,}36$$

Ответ: $M(y) = 16$ $Д(y) = 36{,}36$

Раздел II ЗАДАНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Вариант 1

1. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что выпадет хотя бы одно четное число.

2. Два охотника стреляют одновременно и независимо друг от друга по зайцу. Заяц будет подстрелен, если в него попадет хотя бы один из охотников. Найти вероятность того, что заяц будет подстрелен, если вероятность попадания для первого охотника равна 0,8, а для второго – 0,75.

3. Один из трех стрелков вызывается на линию огня и производит два выстрела. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,3, для второго – 0,5, для третьего – 0,8. Мишень не поражена. Найти вероятность того, что выстрелы произведены первым стрелком.

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) Произведено 8 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события A равна 0,1. Найти вероятность того, что событие A появится хотя бы 2 раза. **б)** Вероятность поражения мишени стрелком при одном выстреле равна 0,95. Найти вероятность того, что при 50 выстрелах мишень будет поражена: 1) 45 раз; 2) более 45 раз.

5. *Дискретная случайная величина* X имеет только два возможных значения: x_1 и x_2, причем $x_1 < x_2$. Вероятность того. что X примет значение x_1 равно 0,7. Найти закон распределения X, зная математическое ожидание $M[X] = -0,5$ и дисперсию $D[X] = 5,25$.

6. *Непрерывная случайная величина* X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ k\dfrac{x^2 + x}{4}, & 0 < x \le 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Найти: а) параметр k; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание a=8 и среднее квадратичное отклонение σ=2 *нормально распределенной* случайной величины X. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (3, 10); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на □ □ □.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а) Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью □=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости □=0,05.

x	3,0-3,6	3,6-4,2	4,2-4,8	4,8-5,4	5,4-6,0	6,0-6,6	6,6-7,2
n	6	10	35	43	22	15	7

9. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y = a e^{bx}$ по табличным данным и сделать чертеж.

x	0	2	4	6	8	10	12
y	1280	635	324	162	76	43	19

Вариант 2

1. 10 вариантов контрольной работы распределены среди 8 студентов. Найти вероятность того, что варианты с номерами 1 и 2 не будут использованы?.

2. Для проверки собранной схемы последовательно послано три одиночных импульса. Вероятности прохождения каждого из них не зависят от того, прошли остальные или нет, и соответственно равны 0,8, 0,4 и 0,7. Определить вероятность того, что пройдут не менее двух посланных импульсов.

3. Прибор, установленный на борту самолета, может работать в двух режимах: в условиях нормального крейсерского полета и в условиях перегрузки при взлете и посадке. Крейсерский режим осуществляется в 80% всего полета, условия перегрузки – в 20%. Вероятность выхода прибора из строя за время полета в нормальном режиме равна 0,1, в условиях перегрузки – 0,4. Вычислить надежность прибора за время полета.

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) Монету бросают 6 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет не более двух раз.

б) Вероятность появления события в серии испытаний постоянна и равна 0,2. Найти вероятность того, что при 400 испытаниях событие появится: **1)** ровно 104 раза; **2)** больше 70, но меньше 90 раз.

5. *Дискретная случайная величина X* имеет только два возможных значения: x_1 и x_2, причем $x_1 < x_2$. Вероятность того, что X примет значение x_1 равно 0,4. Найти закон распределения X, зная математическое ожидание M[X] = 2,2 и дисперсию D[X] = 0,96.

6. *Непрерывная случайная величина X* задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1,\\ k(x^2+x), & 1<x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$$

Найти: а) параметр k; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание a=7 и среднее квадратичное отклонение σ=3 *нормально распределенной* случайной величины X. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (2, 13); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на □ □ □.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а) Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью □=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости □=0,05.

x	190-200	200-210	210-220	220-230	230-240	240-250
n	10	26	56	64	30	14

9. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y = a\,x^2 + b\,x,$ по табличным данным и сделать чертеж.

x	7	8	9	10	11	12	13
y	7,4	8,4	9,1	9,4	9,5	9,5	9,4

Вариант 3

1. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Зачет считается сданным, если студент ответит не менее, чем на два из трех

имеющихся в билете вопросов. Какова вероятность того, что студент сдаст зачет?

2. Для проверки собранной схемы последовательно послано три одиночных импульса. Вероятности прохождения каждого из них не зависят от того, прошли остальные или нет, и соответственно равны 0,5, 0,4 и 0,3. Определить вероятность того, что пройдет хотя бы один из посланных импульсов.

3. В урну, содержащую два шара, опущен белый шар , после чего из нее наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если равновозможны все возможные предположения о первоначальном составе шаров.

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) Вероятность попадания в цель при одном выстреле из орудия p=0,85. Найти вероятность того, что в цель попадет не менее двух снарядов, если будет сделано 3 выстрела. **б)** В установленном технологическом процессе фабрика выпускает в среднем 75% продукции 1-го типа. Найти вероятность того, что в партии из 500 изделий окажется изделий 1-го типа: а) ровно 390, б) больше 370, но меньше 400.

5. Дан перечень возможных значений *дискретной случайной величины* X: x_1=2, x_2=4, x_3=6, а также даны математическое ожидание этой величины M[X]=4,2 и ее квадрата M[X^2]=19,6. Найти закон распределения случайной величины X.

6. *Непрерывная случайная величина* X задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ k(2x^2+\dfrac{1}{4}x^4), & 0<x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$$

Найти: а) параметр k; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание a=6 и среднее квадратичное отклонение σ=4 *нормально распределенной* случайной величины X. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (1, 8); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на □ □ □.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а) Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для

математического ожидания с доверительной вероятностью □=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости □=0,05.

x	29-32	32-35	35-38	38-41	41-44	44-47	47-50
n	18	23	22	29	29	16	13

9. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y = a\,x^b$, по табличным данным и сделать чертеж.

x	1	2	3	4	5
y	7,1	27	62,1	110	161

Вариант 4

1. Зенитная батарея, состоящая из 5 орудий, производит залп по группе, состоящей из 3 самолетов. Каждое из орудий выбирает себе цель наудачу независимо от остальных. Найти вероятность того, что все орудия выстрелят по одному и тому же самолету.

2. Вероятность боя стеклянной тары при погрузке на автомашины равна 0,06, а при транспортировке – 0,05. Какова вероятность боя стеклянной тары?

3. Имеются три партии деталей по 20 деталей в каждой. Число стандартных деталей в первой, второй и третьей партиях соответственно равно 20, 15, 10. Из наудачу выбранной партии случайным образом извлечена деталь, оказавшаяся стандартной. Деталь возвращают в партию и вторично из той же партии наудачу извлекают деталь, которая также оказывается стандартной. Найти вероятность того, что детали были извлечены из третьей партии.

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) Найти вероятность того, что при 4 испытаниях событие наступит ровно 2 раза, если вероятность его появления в каждом испытании равна 0,2. **б)** Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена: 1) ровно 85 раз; 2) не менее 70 и не более 80 раз.

5. *Дискретная случайная величина X* имеет только два возможных значения: x_1 и x_2, причем $x_1 < x_2$. Вероятность того, что X примет значение x_1 равно 0,4. Найти закон распределения X, зная математическое ожидание M[X] = 0,4 и дисперсию D[X] = 3,84.

6. *Непрерывная случайная величина X* задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ k(x^4-8x^2), & 0<x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$$

Найти: а) параметр *k*; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание *a*=5 и среднее квадратичное отклонение σ=5 *нормально распределенной* случайной величины *X*. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (2, 6); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на □ □ □.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а) Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью □=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости □=0,05.

x	5,0-5,4	5,4-5,8	5,8-6,2	6,2-6,6	6,6-7,0	7,0-7,4	7,4-7,8
n	8	12	31	39	28	14	9

9. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y=ae^{bx}$ по табличным данным и сделать чертеж.

x	0	2	4	6	8	10	12
y	20	55	95	180	420	770	1140

Вариант 5

1. 10 вариантов контрольной работы распределены среди 8 студентов. Найти вероятность того, что варианты с номерами 1 и 2 не будут использованы?.

2. Для проверки собранной схемы последовательно послано три одиночных импульса. Вероятности прохождения каждого из них не зависят от того, прошли остальные или нет, и соответственно равны 0,8, 0,4 и 0,7. Определить вероятность того, что пройдут не менее двух посланных импульсов.

3. Прибор, установленный на борту самолета, может работать в двух режимах: в условиях нормального крейсерского полета и в условиях

перегрузки при взлете и посадке. Крейсерский режим осуществляется в 80% всего полета, условия перегрузки – в 20%. Вероятность выхода прибора из строя за время полета в нормальном режиме равна 0,1, в условиях перегрузки – 0,4. Вычислить надежность прибора за время полета.

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) Монету бросают 6 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет не более двух раз.

б) Вероятность появления события в серии испытаний постоянна и равна 0,2. Найти вероятность того, что при 400 испытаниях событие появится: **1)** ровно 104 раза; **2)** больше 70, но меньше 90 раз.

5. *Дискретная случайная величина X* имеет только два возможных значения: x_1 и x_2, причем $x_1 < x_2$. Вероятность того, что X примет значение x_1 равно 0,4. Найти закон распределения X, зная математическое ожидание $M[X] = 2{,}2$ и дисперсию $D[X] = 0{,}96$.

6. *Непрерывная случайная величина X* задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1, \\ k(x^2 + x), & 1 < x \le 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Найти: а) параметр k; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание a=7 и среднее квадратичное отклонение σ=3 *нормально распределенной* случайной величины X. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (2, 13); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на □ □ □.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а) Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью □=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости □=0,05.

x	190-200	200-210	210-220	220-230	230-240	240-250
n	10	26	56	64	30	14

9. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y = a x^2 + b x,$ по табличным данным и сделать чертеж.

x	7	8	9	10	11	12	13
y	7,4	8,4	9,1	9,4	9,5	9,5	9,4

Вариант 6

1. На полке в случайном порядке расставлено 10 книг, среди которых находится трехтомник Пушкина. Найти вероятность того, что эти тома стоят в порядке возрастания (но не обязательно рядом).

2. На начальном участке для мотоциклиста-гонщика имеются 3 препятствия, вероятность остановки на каждом из которых равна 0,1. Вероятность остановки на заключительном участке равна 0,7. Какова вероятность того, что мотоциклист доедет до финиша без единой остановки?

3. В цехе работают 20 станков. Из них 10 марки А, 6 марки В и 4 марки С. Вероятность того, что качество детали окажется отличным для этих станков соответственно равна 0,9, 0,8 и 0,7. Какой процент отличных деталей выпускает цех в целом?

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) Монету бросают 6 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет не менее трех раз. **б)** Вероятность того, что деталь не прошла проверку ОТК, равна p=0,2. Найти вероятность того, что среди 500 случайно отобранных деталей окажется непроверенных: 1) ровно110; 2) от 90 до 115.

5. Дан перечень возможных значений дискретной величины X: x_1=1, x_2=3, x_3=5, а также даны математическое ожидание этой величины M[X]=2,2 и ее квадрата M[X^2]=6,6. Найти закон распределения случайной величины X.

6. *Непрерывная случайная величина X* задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ k(x^2 + 3x), & 0 < x \le 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Найти: а) параметр k; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание a=3 и среднее квадратичное отклонение σ=2 *нормально распределенной* случайной величины X. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (4, 8); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на □ □ □.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а) Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью □=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости □=0,05.

x	3,0-3,6	3,6-4,2	4,2-4,8	4,8-5,4	5,4-6,0	6,0-6,6	6,6-7,2
n	6	10	35	43	22	15	7

9. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y = a\,e^{bx}$ по табличным данным и сделать чертеж.

x	0	2	4	6	8	10	12
y	1280	635	324	162	76	43	19

Вариант 7

1. На столе лежат 20 билетов. Какова вероятность того, что 3 наудачу взятых билета имеют номер не больше 5?.

2. Вероятность наступления события в каждом опыте одинакова и равна 0,2. Опыты производятся последовательно до наступления события. Определить вероятность того, что понадобится 4 опыта.

3. У сборщика имеется 16 деталей, изготовленных заводом №1, и 4 детали завода № 2. Наудачу взяты 2 детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из них окажется изготовленной заводом №1.

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) Стрелок производит три выстрела. Вероятность того, что он попадет в цель по крайней мере один раз, равна 0,992. Какова вероятность попадания в цель при одном выстреле?

б) Всхожесть семян определенного сорта растений равна 0,95. Найти вероятность того, что из 500 посаженых семян число проросших будет: 1) ровно 485; 2) не менее 470, но не более 480.

5. *Дискретная случайная величина X* имеет только два возможных значения: x_1 и x_2, причем $x_1 < x_2$. Вероятность того, что X примет значение x_1 равно 0,3. Найти закон распределения X, зная математическое ожидание M[X] = 0,1 и дисперсию D[X] = 1,89.

6. *Непрерывная случайная величина X* задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ k(4x^2+4x), & 0<x\le 1/2,\\ 1, & x>1/2.\end{cases}$$

Найти: а) параметр *k*; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание *a*=2 и среднее квадратичное отклонение σ=5 *нормально распределенной* случайной величины *X*. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (6, 12); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на □ □ □.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а) Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью □=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости □=0,05.

x	7,0-7,6	7,6-8,2	8,2-8,8	8,8-9,4	9,4-10,0	10,0-10,6	10,6-11,2
n	6	10	35	43	22	15	7

9. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y=ae^{bx}$ по табличным данным и сделать чертеж.

x	0	2	4	6	8	10
y	90	81	62	38	21	12

Вариант 8

1. В мешочке имеется 5 одинаковых кубиков. На всех гранях каждого кубика написана одна из следующих букв: *о, п, р, с, т*. Найти вероятность того, что на вынутых по одному и расположенных "в одну линию" кубиках можно будет прочесть слово "*спорт*".

2. Вероятность сдать экзамен студентом равна 0,8. Какова вероятность того, что студент сдаст экзамен по крайней мере с третьей попытки?

3. В группе спортсменов 20 лыжников, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность выполнить квалифицированную норму такова: для лыжника 0,9, для велосипедиста 0,8 и для бегуна 0,75. Найти вероятность того, что спортсмен, выбранный наудачу, выполнит норму.

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) Всхожесть семян составляет 70%. Определить вероятность того, что из 5 посеянных семян взойдет не менее 3.

б) Вероятность попадания стрелком в цель равно 0,85. Найти вероятность того, что при 150 выстрелах он попадет в цель: 1) ровно 120 раз; 2) не менее 125, но не более 135 раз.

5. *Дискретная случайная величина X* имеет только два возможных значения: x_1 и x_2, причем $x_1 < x_2$. Вероятность того, что X примет значение x_1 равно 0,9. Найти закон распределения X, зная математическое ожидание $M[X] = -0,7$ и дисперсию $D[X] = 0,81$.

6. *Непрерывная случайная величина X* задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ kx^2, & 0 < x \le 5, \\ 1, & x > 5. \end{cases}$$

Найти: а) параметр k; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание $a=2$ и среднее квадратичное отклонение $\sigma=3$ *нормально распределенной* случайной величины X. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (1, 6); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на □ □ □.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а) Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью □=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости □=0,05.

x	190-200	200-210	210-220	220-230	230-240	240-250
n	10	26	56	64	30	14

9. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y = ax^2 + bx$, по табличным данным и сделать чертеж.

x	7	8	9	10	11	12	13
y	7,4	8,4	9,1	9,4	9,5	9,5	9,4

Вариант 9

1. Брошены два игральных кубика. Какова вероятность, что сумма выпавших очков будет равна 7?

2. Предположим, что для одной торпеды вероятность попасть в цель равна 0,7. Какова вероятность того, что три торпеды потопят корабль, если для потопления достаточно одного попадания торпеды в цель?

3. Сборщик получил 3 коробки деталей, изготовленных заводом №1, и 2 коробки деталей, изготовленных заводом №2. Вероятность того, что деталь завода №1 стандартна равна 0,8, а завода №2 – 0,9. Сборщик наудачу извлек деталь из случайно выбранной коробки. Найти вероятность того, что извлечена стандартная деталь.

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 0,1. Какова вероятность того. что сообщение из 10 знаков содержит не более 3 искажений?

б) Было посажено 400 деревьев. Вероятность того, что отдельное дерево приживется равно 0,8. Найти вероятность того, что число прижившихся деревьев: 1) равно 300, 2) больше 310, но меньше 330.

5. Дан перечень возможных значений дискретной величины X: $x_1=-2$, $x_2=1$, $x_3=4$, а также даны математическое ожидание этой величины $M[X]=2,5$ и ее квадрата $M[X^2]=10,3$. Найти закон распределения случайной величины X.

6. *Непрерывная случайная величина X* задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ k(x^2/9+3x), & 0<x\le 3,\\ 1, & x>3.\end{cases}$$

Найти: а) параметр k; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание $a=10$ и среднее квадратичное отклонение $\sigma=4$ *нормально распределенной* случайной величины X. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (5, 9); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на □ □ □.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а) Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью □=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя

упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости □=0,05.

x	29-32	32-35	35-38	38-41	41-44	44-47	47-50
n	18	23	22	29	29	16	13

9. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y = a\,x^b$, по табличным данным и сделать чертеж.

x	1	2	3	4	5
y	7,1	27	62,1	110	161

Вариант 10

1. Пяти полевым радиостанциям разрешено во время учений работать на 6 радиоволнах. Выбор волны на каждой станции производится наудачу. Найти вероятность того, что будут использованы различные радиоволны.

2. Девушка забыла последнюю цифру номера телефона своего жениха и набрала ее наугад. Определить вероятность того, что ей придется набирать номер не более трех раз.

3. В первом ящике содержится 20 деталей, из них 15 стандартных; во втором – 30 деталей, из них 24 стандартных; в третьем – 10 деталей, из них 6 стандартных. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь из наудачу взятого ящика – стандартная.

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) Вероятность появления некоторого события в каждом из 5 независимых опытов равна 0,2. Определить вероятность появления этого события по крайней мере 3 раза.

б) Всхожесть семян данного сорта растений составляет 90%. Найти вероятность того, что из 900 посаженых семян число проросших будет: 1) равно 800, 2) заключено между 805 и 820.

5. *Дискретная случайная величина X* имеет только два возможных значения: x_1 и x_2, причем $x_1 < x_2$. Вероятность того, что X примет значение x_1 равно 0,3. Найти закон распределения X, зная математическое ожидание M[X] = 2,7 и дисперсию D[X] = 0,21.

6. *Непрерывная случайная величина X* задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ k(x^3 + 3x), & 0 < x \le 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

Найти: а) параметр *k*; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание *a*=9 и среднее квадратичное отклонение σ=4 *нормально распределенной* случайной величины *X*. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (2, 10); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на □ □ □.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а) Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью □=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости □=0,05.

x	3,0-3,6	3,6-4,2	4,2-4,8	4,8-5,4	5,4-6,0	6,0-6,6	6,6-7,2
n	6	10	35	43	22	15	7

9. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y = a e^{bx}$ по табличным данным и сделать чертеж.

x	0	2	4	6	8	10	12

Вариант 11

1. На каждой из шести одинаковых карточек напечатана одна из следующих букв: *а, т, м, р, с, о*. Карточки тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что на четырех, вынутых по одной и расположенных "в одну линию" карточках, можно будет прочесть слово "*трос*".

2. Решить задачу, используя *теоремы сложения* и *умножения вероятностей*. Вероятность брака из-за нарушения режима обработки деталей равна 0,02, а вследствие неисправности станка – 0,08. Какова вероятность выпуска бракованных деталей?

3. В телевизионном ателье имеется 3 кинескопа. Вероятности того, что кинескоп выдержит гарантийный срок службы, соответственно равны 0,8; 0,9; 0,85. Найти вероятность того, что взятый наудачу кинескоп выдержит гарантийный срок службы.

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) Вероятность хотя бы одного попадания стрелком в цель при 4 выстрелах равна 0,9919. Найти вероятность попадания в цель при одном выстреле, если вероятность попадания в цель при одном выстреле.

б) Посажено 600 семян кукурузы с вероятностью 0,9 прорастания для каждого семени. Найти вероятность того, что взойдет: 1) ровно 550 семян, 2) больше 535 и меньше 555.

5. *Дискретная случайная величина X* имеет только два возможных значения: x_1 и x_2, причем $x_1 < x_2$. Вероятность того, что X примет значение x_1 равно 0,2. Найти закон распределения X, зная математическое ожидание $M[X] = 2$ и дисперсию $D[X] = 4$.

6. *Непрерывная случайная величина X* задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ k(3x^2 + 2x), & 0 < x \le 1/3, \\ 1, & x > 1/3. \end{cases}$$

Найти: а) параметр k; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание a=8 и среднее квадратичное отклонение σ=3 *нормально распределенной* случайной величины X. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (3, 5); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на □ □ □.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а) Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью □=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости □=0,05.

x	210-240	240-270	270-300	300-330	330-360	360-390
n	10	19	44	56	38	20

9. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y = ax^2 + b$, по табличным данным и сделать чертеж.

x	0	2	4	6	8	10	12
y	4,2	5,8	7,9	9,8	11,5	14,3	18,4

Вариант 12

1. Собрание, на котором присутствуют 25 человек, в том числе 15 женщин, выбирают делегацию из 5 человек. Найти вероятность того, что в делегацию войдут 3 женщины, считая, что каждый из присутствующих может быть избран с одинаковой вероятностью.

2. Вероятность одного попадания в цель при одном залпе из двух орудий равна 0,26. Найти вероятность поражения цели первым из орудий, если известно, что вероятность попадания в цель вторым орудием при одном выстреле равна 0,9.

3. В двух ящиках имеются радиолампы. В первом ящике содержится 12 ламп, из них 1 нестандартная; во втором 10 ламп, из них 1 нестандартная. Из первого ящика наудачу взята лампа и переложена во второй. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная лампа из второго ящика лампа будет нестандартной.

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) Каждое утро студент может опоздать на занятия с вероятностью 0,1. Сколько дней потребуется студенту, чтобы вероятность опоздания на занятия была равна 0,99.

б) Вероятность выхода из строя одного прибора равна 0,15. Найти вероятность того, что из 90 имеющихся приборов выйдет из строя: 1) ровно 10, 2) больше 15, но меньше 20.

5. Дан перечень возможных значений дискретной величины X: $x_1=1$, $x_2=2$, $x_3=3$, а также даны математическое ожидание этой величины $M[X]=2,3$ и ее квадрата $M[X^2]=5,9$. Найти закон распределения случайной величины X.

6. *Непрерывная случайная величина X* задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 2,\\ k\left(\dfrac{x}{2}-1\right), & 2<x\le 4,\\ 1, & x>4.\end{cases}$$

Найти: а) параметр k; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание $a=3$ и среднее квадратичное отклонение $\sigma=2$ *нормально распределенной* случайной величины X. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (2, 5); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на □ □ □.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а)

Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью □=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости □=0,05.

x	20-28	28-36	36-44	44-52	52-60	60-68	68-76
n	12	21	29	37	27	17	11

9. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y = a + b\frac{1}{x}$, по табличным данным и сделать чертеж.

x	1	2	3	4	5	10	20	30
y	15,5	9,2	5,1	3,8	2,1	1,6	1,2	0,7

Вариант 13

1. В замке на общей оси пять дисков, каждый из которых разделен на шесть секторов с различными написанными на них буквами. Замок открывается только в том случае, если каждый диск занимает одно определенное положение относительно корпуса замка. Найти вероятность того, что при произвольной установке дисков замок можно будет открыть.

2. Студент разыскивает нужную ему формулу в трех справочниках. Вероятности того, что формула содержится в первом, втором и третьем справочнике соответственно равны 0,6, 0,8 и 0,9. Найти вероятность того, что формула содержится только в двух справочниках.

3. Имеются две урны: в первой находится 3 белых и 2 черных шара, во второй – 4 белых и 4 черных шара. Из первой урны во вторую случайным образом перекладывают два шара. После этого из второй урны берут три шара. Найти вероятность того, что эти шары будут одного цвета.

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) Известно, что при взвешивании равновозможно как положительная, так и отрицательная ошибка. Какова вероятность того, что при 5 взвешиваниях получатся 3 положительные ошибки.

б) Посажено 1200 семян фасоли с вероятностью прорастания 0,95. Найти вероятность того, что прорастет: 1) ровно 1150 семян, 2) не менее 1130, но не более 1160.

5. *Дискретная случайная величина X* имеет только два возможных значения: x_1 и x_2, причем $x_1 < x_2$. Вероятность того. что X примет значение x_1 равно 0,3. Найти закон распределения X, зная математическое ожидание M[X] = 1,5 и дисперсию D[X] = 5,25.

6. *Непрерывная случайная величина X* задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1/2,\\ k\left(\dfrac{1}{x^3}-8\right), & 1/2<x\le 1,\\ 1, & x>1.\end{cases}$$

Найти: а) параметр k; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание a=4 и среднее квадратичное отклонение σ=3 *нормально распределенной* случайной величины X. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (2, 8); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на □ □ □.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а) Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью □=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости □=0,05.

x	3,0-3,6	3,6-4,2	4,2-4,8	4,8-5,4	5,4-6,0	6,0-6,6	6,6-7,2
n	6	10	35	43	22	15	7

9. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y=a+b\dfrac{1}{x}$, по табличным данным и сделать чертеж.

x	80	90	100	110	120	130	140	150
y	4,44	3,58	3,16	2,39	2,21	1,38	1,07	0,90

Вариант 14

1. Случайным образом выписаны 3 цифры. Найти вероятность того, что: а) все выписанные цифры одинаковые; б) все цифры различные; в) среди выписанных цифр ровно две совпадают.

2. Разрыв электрической цепи может произойти вследствие выхода из строя элемента A или двух элементов B и C, которые выходят из строя независимо друг от друга соответственно с вероятностями 0,3, 0,2 и 0,1. Определить вероятность разрыва цепи.

3. В группе спортсменов 7 лыжников, 5 велосипедистов и 2 бегуна. Вероятность выполнить квалифицированную норму такова: для лыжника 0,9, для велосипедиста 0,8 и для бегуна 0,75. Найти вероятность того, что спортсмен, выбранный наудачу, выполнит норму.

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) Студентам на контрольной работе предложено 10 вопросов, но каждый из которых дается правильный и неправильный ответ. Для получения хорошей оценки нужно указать не менее 80% правильных ответов. Какова вероятность получения хорошей оценки при простом отгадывании?

б) Посажено 500 семян гороха с вероятность прорастания 0,9. Найти вероятность того, что прорастет: 1) ровно 450 семян, 2) не менее 440, но не более 460 семян.

5. *Дискретная случайная величина X* имеет только два возможных значения: x_1 и x_2, причем $x_1 < x_2$. Вероятность того, что X примет значение x_1 равно 0,1. Найти закон распределения X, зная математическое ожидание $M[X] = 3$ и дисперсию $D[X] = 9$.

6. *Непрерывная случайная величина X* задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1,\\ k(\sqrt{x}-1), & 1<x\le 4,\\ 1, & x>4.\end{cases}$$

Найти: а) параметр k; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание a=1 и среднее квадратичное отклонение σ=6 *нормально распределенной* случайной величины X. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (3; 9); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на □ □ □.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а)

Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью □=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости □=0,05.

x	190-200	200-210	210-220	220-230	230-240	240-250
n	10	26	56	64	30	14

9. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y = a\,e^{bx}$, по табличным данным и сделать чертеж.

x	7	8	9	10	11	12	13
y	7,4	8,4	9,1	9,4	9,5	9,5	9,4

Вариант 15

1. На полке в случайном порядке расставлено 10 книг, среди которых находится двухтомник Дж. Лондона. Найти вероятность того, что оба тома двухтомника расположены рядом.

2. Вероятность для данного спортсмена улучшить свой предыдущий результат с одной попытки равна 0,6. Определить вероятность того, что на соревнованиях спортсмен улучшит свой результат, если разрешается делать две попытки.

3. Три группы студентов одновременно сдают письменно зачет, причем в первой группе находится 27 человек, во второй – 18 человек, в третьей – 12. Известно, что в среднем с первой попытки сдают зачет в первой группе 75% студентов, во второй и третьей – 55% и 40%, соответственно. Наудачу взятая работа оказалась незачтенной. Какова вероятность того, что эта работа из первой группы?

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) Вероятность получения удачного результата при производстве сложного химического опыта равна 2/3. Общее число опытов равно 5. Найти вероятность того, что не менее чем в 3-х опытах получится удачный результат.

б) Вероятность поражения мишени стрелком при одном выстреле равна 0,85. Найти вероятность того, что при 90 выстрелах мишень будет поражена: 1) 75 раз; 2) не менее 73, но не более 83 раз.

5. Дан перечень возможных значений *дискретной случайной величины* X: $x_1=-3$, $x_2=2$, $x_3=3$, а также даны математическое ожидание этой величины $M[X]=1{,}8$ и ее квадрата $M[X^2]=6$. Найти закон распределения случайной величины X.

6. *Непрерывная случайная величина* X задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1/3,\\ k\left(\dfrac{1}{x^2}-9\right), & 1/3<x\le 1,\\ 1, & x>1.\end{cases}$$

Найти: а) параметр k; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание $a=2$ и среднее квадратичное отклонение $\sigma=5$ *нормально распределенной* случайной величины X. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (6, 11); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на □ □ □.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а) Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью □=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости □=0,05.

x	29-32	32-35	35-38	38-41	41-44	44-47	47-50
n	18	23	22	29	29	16	13

9. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y=ax^2+bx$, по табличным данным и сделать чертеж.

x	2	5	8	11	14	17	20
y	3,4	7,1	8,8	9,3	9,1	8,9	8,1

Вариант 16

1. В одной урне 3 белых и 5 черных шаров, в другой – 5 белых и 2 черных. Из каждой урны взяли по шару. Какова вероятность того, что шары будут одного цвета?

2. Вероятность поражения мишени, если по ней делают по одному выстрелу два стрелка, равна 0,82. Определить вероятность попадания в

цель при одном выстреле для первого стрелка, если вероятность попадания для второго стрелка равна 0,7.

3. В специализированную больницу поступают в среднем 15% больных с заболеванием А, 27% с заболеванием В, 58% с заболеванием С. Вероятность полного излечения болезни А равна 0,7, для болезней В и С эти вероятности равны соответственно равны 0,8 и 0,9. Больной, поступивший в больницу, был выписан здоровым. Найти вероятность того, что больной страдал заболеванием С.

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) В магазин вошли 8 покупателей. Найти вероятность того, что трое из них совершат покупки, если вероятность совершить покупку для каждого покупателя одна и та же и равна 0,3.

б) Вероятность появления события в серии испытаний постоянна и равна 0,3. Найти вероятность того, что при 250 испытаниях событие появится: 1) ровно 80 раза; 2) больше 65, но меньше 85 раз.

5. *Дискретная случайная величина X* имеет только два возможных значения: x_1 и x_2, причем $x_1 < x_2$. Вероятность того, что X примет значение x_1 равно 0,4. Найти закон распределения X, зная математическое ожидание $M[X] = 3{,}4$ и дисперсию $D[X] = 3{,}84$.

6. *Непрерывная случайная величина X* задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1, \\ k(\sqrt[3]{x} - 1), & 1 < x \le 8, \\ 1, & x > 8. \end{cases}$$

Найти: а) параметр k; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание a=8 и среднее квадратичное отклонение σ=5 *нормально распределенной* случайной величины X. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (3, 10); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на □ □ □.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а) Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью □=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о

нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости □=0,05.

x	5,0-5,4	5,4-5,8	5,8-6,2	6,2-6,6	6,6-7,0	7,0-7,4	7,4-7,8
n	8	12	31	39	28	14	9

9. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y = a\,x^b$, по табличным данным и сделать чертеж.

x	1	2	3	4	5	6
y	3,1	11,2	27,8	87,3	123	344

Вариант 17

1. Зенитная батарея, состоящая из 3 орудий, производит залп по группе, состоящей из 5 самолетов. Каждое из орудий выбирает себе цель наудачу независимо от остальных. Найти вероятность того, что все орудия выстрелят по различным самолетам.

2. Для проверки собранной схемы последовательно послано три одиночных импульса. Вероятности прохождения каждого из них не зависят от того, прошли остальные или нет, и соответственно равны 0,7, 0,5 и 0,9. Определить вероятность того, что пройдут не более двух посланных импульсов.

3. Число грузовых машин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых машин как 2:3. Вероятность того, что будет заправляться грузовая машина, равна 0,2, для легковой машины эта вероятность равна 0,05. К бензоколонке подъехала для заправки машина. Найти вероятность того, что эта машина грузовая.

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) Монету бросают 8 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет не более трех раз.

б) В установленном технологическом процессе фабрика выпускает в среднем 80% продукции марки А. Найти вероятность того, что в партии из 900 изделий окажется изделий марки А: а) ровно 700, б) больше 710, но меньше 740.

5. *Дискретная случайная величина X* имеет только два возможных значения: x_1 и x_2, причем $x_1 < x_2$. Вероятность того, что X примет значение x_1 равно 0,2. Найти закон распределения X, зная математическое ожидание $M[X] = 0,2$ и дисперсию $D[X] = 2,56$.

6. *Непрерывная случайная величина X* задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ k(3x^2-x^4), & 0<x\le 1,\\ 1, & x>1.\end{cases}$$

Найти: а) параметр *k*; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание *a*=7 и среднее квадратичное отклонение σ=4 *нормально распределенной* случайной величины *X*. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (2, 13); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на □ □ □.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а) Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью □=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости □=0,05.

x	90-110	110-130	130-150	150-170	170-190	190-210
n	12	24	48	56	34	16
n	10	26	56	64	30	14

9. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y=ae^{bx}$, по табличным данным и сделать чертеж.

x	0	3	6	9	12	15	18
y	2,5	5,7	8,2	10,6	13,1	18,5	27,3

Вариант 18

1. Для уменьшения общего количества игр 10 команд случайным образом разбиты на две равные подгруппы. Определить вероятность того. Что две наиболее сильные команды окажутся в разных подгруппах.

2. Вероятность попадания в цель первым стрелком равна 0,8, а вторым – 0,6. Стрелки выстрели одновременно. Какова вероятность того, что один из них попадет в цель, а другой не попадет?

3. В первой бригаде токарей 2 рабочих имеют первый разряд, 2 рабочих – второй и 5 – четвертый. Во второй бригаде 1 токарь имеет

первый разряд, 4 токаря – третий и 2 – четвертый. Из первой бригады во вторую переведен один токарь. Найти вероятность того, что рабочий, наудачу выбранный из нового состава второй бригады, имеет разряд не ниже третьего.

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) Вероятность попадания в цель при одном выстреле из орудия p=0,75. Найти вероятность того, что в цель попадет не менее трех снарядов, если будет сделано 4 выстрела.

б) Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,75. Найти вероятность того, что при 80 выстрелах мишень будет поражена: 1) ровно 65 раз; 2) не менее 55 и не более 70 раз.

5. Дан перечень возможных значений дискретной величины X: x_1=–2, x_2=–1, x_3=3, а также даны математическое ожидание этой величины M[X]=–0,5 и ее квадрата M[X^2]=3,5. Найти закон распределения случайной величины X.

6. *Непрерывная случайная величина X* задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ k(x^4-5x^2), & 0<x\le 1,\\ 1, & x>1.\end{cases}$$

Найти: а) параметр k; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание a=6 и среднее квадратичное отклонение σ=3 *нормально распределенной* случайной величины X. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (1, 8); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на □ □ □.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а) Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью □=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости □=0,05.

x	20-32	32-44	44-56	56-68	68-80	80-92	92-104
n	16	22	28	34	26	18	10

9. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y = a x^2 + b$, по табличным данным и сделать чертеж.

x	0	3	6	9	12	15	18
y	2,2	4,1	7,5	8,9	11,2	13,6	18,1

Вариант 19

1. Бросаются две игральные кости. Какова вероятность того, что сумма очков окажется больше 6?

2. Бизнесмен забыл последнюю цифру номера телефона своего компаньона и набрал ее наугад. Определить вероятность того, что ему придется набирать номер не более трех раз, если известно, что последняя цифра была четной.

3. Три стрелка производят по одному выстрелу по одной и той же мишени. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,6, для второго – 0,5, для третьего – 0,4. В результате произведенных выстрелов в мишени оказалось две пробоины. Найти вероятность того, что в мишень попали второй и третий стрелки.

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) Найти вероятность того, что при 5 испытаниях событие наступит ровно 3 раза, если вероятность его появления в каждом испытании равна 0,3.

б) Монету бросают 450 раз. Найти вероятность того, что герб появится: 1) ровно 200 раз; 2) от 220 до 250 раз.

5. *Дискретная случайная величина X* имеет только два возможных значения: x_1 и x_2, причем $x_1 < x_2$. Вероятность того, что X примет значение x_1 равно 0,6. Найти закон распределения X, зная математическое ожидание $M[X] = 0,6$ и дисперсию $D[X] = 3,84$.

6. *Непрерывная случайная величина X* задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ k\left(\dfrac{x^4}{4} + \dfrac{x^2}{2}\right), & 0 < x \le 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

Найти: а) параметр k; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание a=5 и среднее квадратичное отклонение σ=2 *нормально распределенной* случайной величины X. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал

(2, 6); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на □ □ □.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а) Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью □=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости □=0,05.

x	7,0-7,6	7,6-8,2	8,2-8,8	8,8-9,4	9,4-10,0	10,0-10,6	10,6-11,2
n	6	10	35	43	22	15	7

9. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y = a + b\frac{1}{x}$, по табличным данным и сделать чертеж.

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	12,3	7,4	5,7	3,9	3,1	2,2	1,5	1,1

Вариант 20

1. В первой урне находятся 1 белый и 4 черных шара, во второй урне – 2 белых и 3 черных шара, в третьей – 3 белых и 2 черных шара. Из каждой урны случайным образом вынули по одному шару. Найти вероятность того, что среди вынутых шаров будет один белый и два черных шара.

2. Система, состоящая из двух элементов типа А и трех элементов типа В, выходит из строя в случае, если отказывает хотя один элемент типа А или более одного элемента типа В. Найти надежность (вероятность безотказной работы) системы, если элементы независимы и вероятность безотказной работы элемента А равна 0,9, а элемента В равна 0,7.

3. В цехе три типа автоматов, которые производят одни и те же детали. Производительность их одинакова, но качество работы различно. Автоматы первого типа производят 90% деталей отличного качества, второго – 85%, третьего – 80%. Все детали в несортированном виде сложены на складе. Определить вероятность того, что взятая наудачу деталь отличного качества, если автоматов первого типа – 10 штук, второго – 8 штук, третьего – 2 штуки.

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) Вероятность поражения мишени стрелком при одном выстреле равна 0,6. Найти вероятность того, что при 12 выстрелах мишень будет поражена 7 раз.

б) Вероятность того, что деталь не прошла проверку ОТК, равна p=0,15. Найти вероятность того, что среди 400 случайно отобранных деталей окажется непроверенных: 1) ровно80; 2) от 50 до 75.

5. *Дискретная случайная величина X* имеет только два возможных значения: x_1 и x_2, причем $x_1 < x_2$. Вероятность того, что X примет значение x_1 равно 0,9. Найти закон распределения X, зная математическое ожидание M[X] = 2,3 и дисперсию D[X] = 0,81.

6. *Непрерывная случайная величина X* задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ k(x^2+x), & 0<x\le 1,\\ 1, & x>1.\end{cases}$$

Найти: а) параметр k; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание a=4 и среднее квадратичное отклонение σ=2 *нормально распределенной* случайной величины X. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (3, 7); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на □ □ □.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а) Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью □=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости □=0,05.

x	500-550	550-600	600-650	650-700	700-750	750-800
n	12	24	51	61	33	14

9. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y = a e^{bx}$, по табличным данным и сделать чертеж.

x	0	3	6	9	12	15

y	115	91	72	43	27	14

Вариант 21

1. Студент знает 10 из 30 вопросов программы. считается сданным, если студент ответит не менее, чем на два из трех имеющихся в билете вопросов. Какова вероятность того, что студент сдаст зачет?

2. Вероятность наступления события в каждом опыте одинакова равна 0,7. Опыты производятся последовательно до наступления события. Определить вероятность того, что понадобится 3 опыта.

3. В первой урне содержатся 5 голубых и 3 зеленых шара; во второй – 4 голубых и 7 зеленых шара. Из первой урны во вторую случайным образом перекладывают два шара. После этого из второй урны наудачу извлекаются три шара. Найти вероятность того, что будет извлечено 2 голубых и 1 зеленый шар.

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) Стрелок производит три выстрела. Вероятность того, что он попадет в цель по крайней мере один раз, равна 0,973. Какова вероятность попадания в цель при одном выстреле?

б) Всхожесть семян определенного сорта растений равна 0,85. Найти вероятность того, что из 300 посаженных семян число проросших будет: 1) ровно 250; 2) не менее 250, но не более 270.

5. Дан перечень возможных значений дискретной величины X: $x_1=-3$, $x_2=2$, $x_3=4$, а также даны математическое ожидание этой величины $M[X]=0,3$ и ее квадрата $M[X^2]=11,3$. Найти закон распределения случайной величины X.

6. *Непрерывная случайная величина X* задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ k(9x^2+3x), & 0<x\le 1/3,\\ 1, & x>1/3.\end{cases}$$

Найти: а) параметр k; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание $a=3$ и среднее квадратичное отклонение $\sigma=3$ *нормально распределенной* случайной величины X. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (4, 8); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на □ □ □.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а) Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для

математического ожидания с доверительной вероятностью □=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости □=0,05.

x	18-32	32-46	46-58	58-70	70-82	82-94	94-106
n	14	21	26	32	29	16	10

9. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y = a x^2 + b x$, по табличным данным и сделать чертеж.

x	1	5	9	13	17	21	25
y	1,3	3,2	4,8	5,4	5,1	4,4	4,1

Вариант 22

1. Брошены две игральные кости. Найти вероятности того, что: а) на первой кости выпала 1, б) выпала хотя бы одна 6.

2. Вероятность сдать экзамен студентом равна 0,9. Какова вероятность того, что студент сдаст экзамен со второй попытки?

3. Три группы студентов одновременно сдают письменно зачет, причем в первой группе находится 15 человек, во второй – 19 человек, в третьей – 25. Известно, что в среднем с первой попытки сдают зачет в первой группе 70% студентов, во второй и третьей – 60% и 40%, соответственно. Наудачу взятая работа оказалась зачтенной. Какова вероятность того, что эта работа из третьей группы?

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) Всхожесть семян составляет 80%. Определить вероятность того, что из 7 посеянных семян взойдет не менее 5.

б) Вероятность попадания стрелком в цель равно 0,95. Найти вероятность того, что при 90 выстрелах он попадет в цель: 1) ровно 85 раз; 2) не менее 83, но не более 88 раз.

5. *Дискретная случайная величина X* имеет только два возможных значения: x_1 и x_2, причем $x_1 < x_2$. Вероятность того, что X примет значение x_1 равно 0,7. Найти закон распределения X, зная математическое ожидание $M[X] = -1{,}1$ и дисперсию $D[X] = 1{,}89$.

6. *Непрерывная случайная величина X* задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ kx^3, & 0<x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$$

Найти: а) параметр k; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание a=2 и среднее квадратичное отклонение σ=4 *нормально распределенной* случайной величины X. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (1, 8); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на □ □ □.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а) Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью □=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости □=0,05.

x	4,1-4,5	4,5-4,9	4,9-5,3	5,3-5,7	5,7-6,1	6,1-6,5	6,5-6,9
n	9	14	28	34	29	18	10

9. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y=a\,x^b$, по табличным данным и сделать чертеж.

x	1	2	3	4	5	6
y	4,3	12	25	41	87	122

Вариант 23

1. Четырем полевым радиостанциям разрешено во время учений работать на 5 радиоволнах. Выбор волны на каждой станции производится наудачу. Найти вероятность того, что будут использованы различные радиоволны.

2. На начальном участке для мотоциклиста-гонщика имеются 4 препятствия, вероятность остановки на каждом из которых равна 0,1. Вероятность остановки на заключительном участке равна 0,6. Какова вероятность того, что мотоциклист доедет до финиша без единой остановки?

3. На склад поступает продукция трех фабрик. Продукция первой составляет 20%, второй – 46% и третьей – 34%. Процент брака для первой фабрики равен 3%, для второй – 1%, для третьей – 2%.

Наудачу взятое изделие оказалось бракованным. Найти вероятность того, что оно произведено на первой фабрике.

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 0,15. Какова вероятность того. что сообщение из 8 знаков содержит менее 4 искажений?

б) Было посажено 250 деревьев. Вероятность того, что отдельное дерево приживется равно 0,7. Найти вероятность того. что число прижившихся деревьев: 1) равно 190, 2) больше 165, но меньше 185.

5. *Дискретная случайная величина X* имеет только два возможных значения: x_1 и x_2, причем $x_1 < x_2$. Вероятность того, что X примет значение x_1 равно 0,2. Найти закон распределения X, зная математическое ожидание $M[X] = 2,6$ и дисперсию $D[X] = 7,84$.

6. *Непрерывная случайная величина X* задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1, \\ k(\sqrt[4]{x} - 1), & 1 < x \le 16, \\ 1, & x > 16. \end{cases}$$

Найти: а) параметр k; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание a=2 и среднее квадратичное отклонение σ=4 *нормально распределенной* случайной величины X. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (1, 6); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на □ □ □.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а) Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью □=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости □=0,05.

x	20-28	28-36	36-44	44-52	52-60	60-68	68-76
n	12	21	29	37	27	17	11

9. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y = a e^{bx}$, по табличным данным и сделать чертеж.

x	0	3	6	9	12	15	18
y	8	28	54	112	281	522	845

Вариант 24

1. Собрание, на котором присутствуют 20 человек, в том числе 8 женщин, выбирают делегацию из 5 человек. Найти вероятность того, что в делегацию войдут 3 женщины, считая, что каждый из присутствующих может быть избран с одинаковой вероятностью.

2. Студент разыскивает нужную ему формулу в трех справочниках. Вероятности того, что формула содержится в первом, втором и третьем справочнике соответственно равны 0,5, 0,7 и 0,9. Найти вероятность того, что хотя бы в одном справочнике этой формулы нет.

3. Имеются две урны: в первой находится 4 красных и 3 синих шара, во второй – 5 красных и 2 синих шара. Из первой урны во вторую случайным образом перекладывают два шара. После этого из второй урны берут четыре шара. Найти вероятность того, что синих и красных шаров будет одинаковое число.

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) Вероятность появления некоторого события в каждом из 5 независимых опытов равна 0,25. Определить вероятность появления этого события по крайней мере 2 раза.

б) Всхожесть семян данного сорта растений составляет 80%. Найти вероятность того, что из 700 посаженых семян число проросших будет: 1) равно 550, 2) заключено между 545 и 585.

5. Дан перечень возможных значений дискретной величины X: $x_1=-1$, $x_2=3$, $x_3=5$, а также даны математическое ожидание этой величины $M[X]=0{,}8$ и ее квадрата $M[X^2]=5{,}8$. Найти закон распределения случайной величины X.

6. *Непрерывная случайная величина X* задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ k\left(\dfrac{x^2}{32}+2x\right), & 0<x\le 4,\\ 1, & x>4.\end{cases}$$

Найти: а) параметр k; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание $a=10$ и среднее квадратичное отклонение $\sigma=3$ *нормально распределенной* случайной величины X. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (5, 9); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на □ □ □.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а) Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью □=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости □=0,05.

x	20-28	28-36	36-44	44-52	52-60	60-68	68-76
n	12	21	29	37	27	17	11

9. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y = a x^2 + b$, по табличным данным и сделать чертеж.

x	0	3	6	9	12	15	18
y	3,3	5,2	6,9	9,5	12,7	15,1	21,6

Вариант 25

1. Для уменьшения общего количества игр 10 команд случайным образом разбиты на две равные подгруппы. Определить вероятность того. Что две наиболее сильные команды окажутся в одной подгруппе.

2. Два охотника одновременно и независимо друг от друга делают два выстрела по зайцу. Какова вероятность попадания в зайца (хотя бы при одном выстреле), если вероятность попадания для первого охотника равна 0,7, а для второго – 0,8.

3. Батарея из трех орудий произвела залп, причем два снаряда попали в цель. Найти вероятность того, что первое орудие дало попадание, если вероятности попадания в цель первым, вторым и третьим орудиями соответственно равны 0,4, 0,3, 0,5.

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) Вероятность хотя бы одного попадания стрелком в цель при 4 выстрелах равна 0,9984. Найти вероятность попадания в цель при одном выстреле, если вероятность попадания в цель при одном выстреле.

б) Было посажено 500 деревьев. Вероятность того, что отдельное дерево приживется равно 0,75. Найти вероятность того, что число прижившихся деревьев: 1) равно 350, 2) больше 360, но меньше 390.

5. Дискретная случайная величина X имеет только два возможных значения: x_1 и x_2, причем $x_1 < x_2$. Вероятность того, что X примет

значение x_1 равно 0,3. Найти закон распределения X, зная математическое ожидание M[X] = 1,1 и дисперсию D[X] = 1,89.

6. *Непрерывная случайная величина X* задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1/3,\\ k\left(\dfrac{1}{x^3}-27\right), & 1/3<x\le 1,\\ 1, & x>1.\end{cases}$$

Найти: а) параметр k; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание a=9 и среднее квадратичное отклонение σ=5 *нормально распределенной* случайной величины X. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (4, 12); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на □ □ □.

8. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а) Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью □=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости □=0,05.

x	7,0-7,6	7,6-8,2	8,2-8,8	8,8-9,4	9,4-10,0	10,0-10,6	10,6-11,2
n	6	10	35	43	22	15	7

9. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y=a+b\dfrac{1}{x}$, по табличным данным и сделать чертеж.

x	1	2	3	4	5	10	20	30
y	20,5	12,3	7,1	5,8	3,4	2,6	1,3	0,9

Образец заданий аудиторной контрольной работы №1

1. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что выпадет хотя бы одно четное число.

2. Два охотника стреляют одновременно и независимо друг от друга по зайцу. Заяц будет подстрелен, если в него попадет хотя бы один из охотников. Найти вероятность того, что заяц будет подстрелен, если вероятность попадания для первого охотника равна 0,8, а для второго – 0,75.

3. Один из трех стрелков вызывается на линию огня и производит два выстрела. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,3, для второго – 0,5, для третьего – 0,8. Мишень не поражена. Найти вероятность того, что выстрелы произведены первым стрелком.

4. Решить задачи, используя *формулу Бернулли* и *теоремы Муавра-Лапласа*.

а) Произведено 8 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события *A* равна 0,1. Найти вероятность того, что событие *A* появится хотя бы 2 раза. **б)** Вероятность поражения мишени стрелком при одном выстреле равна 0,95. Найти вероятность того, что при 50 выстрелах мишень будет поражена: 1) 45 раз; 2) более 45 раз.

Образец заданий аудиторной контрольной работы №2

1.Дискретная случайная величина X имеет только два возможных значения: x_1 и x_2, причем $x_1 < x_2$. Вероятность того. что *X* примет значение x_1 равно 0,7. Найти закон распределения *X*, зная математическое ожидание $\mathsf{M}[X] = -0{,}5$ и дисперсию $\mathsf{D}[X] = 5{,}25$.

2. *Непрерывная случайная величина X* задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ k\dfrac{x^2 + x}{4}, & 0 < x \le 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Найти: а) параметр *k*; б) математическое ожидание; в) дисперсию.

7. Известны математическое ожидание a=8 и среднее квадратичное отклонение σ=2 *нормально распределенной* случайной величины *X*. Найти вероятность: а) попадания этой величины в заданный интервал (3, 10); б) отклонения этой величины от математического ожидания не более, чем на δ=1.

Образец заданий аудиторной контрольной работы №3

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка, которая представлена в виде интервального вариационного ряда. а) Предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение, построить доверительный интервал для математического ожидания с доверительной вероятностью γ=0,95. б) Вычислить коэффициенты асимметрии и эксцесса, используя упрощенный метод вычислений, и сделать соответствующие предположения о виде функции распределения генеральной совокупности. в) Используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о нормальности распределения генеральной совокупности при уровне значимости α=0,05.

x	3,0-3,6	3,6-4,2	4,2-4,8	4,8-5,4	5,4-6,0	6,0-6,6	6,6-7,2
n	6	10	35	43	22	15	7

2. Методом наименьших квадратов подобрать функцию $y = a e^{bx}$ по табличным данным и сделать чертеж.

x	0	2	4	6	8	10	12
y	1280	635	324	162	76	43	19

Раздел III КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПО КУРСУ «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

Тема 1. Основные понятия теории вероятностей

Контрольные вопросы

1. Предмет теории вероятностей и ее значение для экономической науки.
2. Пространство элементарных событий.
3. Алгебра событий.
4. Понятие случайного события. Комбинаторика.

Тема 2. Основы комбинаторики

Контрольные вопросы

1. Множества.
2. Виды множеств.
3. Комбинаторные задачи.
4. Сочетания, размещения, перестановки

Тема 3. Виды вероятностей. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Вероятность наступления событий в повторных независимых испытаниях.

Контрольные вопросы

1. Классическое и геометрическое определения вероятности.
2. Частота события, ее свойства, статистическая устойчивость частоты.
3. Аксиомы теории вероятностей.
4. Простейшие следствия из аксиом.
5. Теорема сложения вероятностей.
6. Условная частота, ее устойчивость.
7. Условная вероятность события.
8. Формула умножения вероятностей.
9. Независимые события.
10. Формула полной вероятности и формула Байеса.
11. Схема Бернулли. Формула Бернулли.
12. Теоремы Муавра–Лапласа.

Тема 4. Случайные величины. Виды случайных величин и их числовые характеристики

Контрольные вопросы

1. Понятие случайной величины.

2. Дискретные случайные величины (ДСВ).
3. Ряд распределения.
4. Независимые случайные величины.
5. Системы случайных величин.
6. Функции от случайных величин.
7. Непрерывные случайные величины (НСВ).
8. Математическое ожидание ДСВ, его вероятностный смысл.
9. Свойства математического ожидания случайной величины.
10. Дисперсия дискретной случайной величины, ее свойства.
11. Среднее квадратическое отклонение ДСВ.
12. Моменты дискретных случайных величин.
13. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение НСВ. Моменты НСВ.

Тема 5. Функции распределения случайных величин. Законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин. Системы двух случайных величин

Контрольные вопросы

1. Функция распределения случайной величины, ее свойства.
2. Плотность распределения вероятностей случайной величины, ее свойства.
3. Мода, медиана, асимметрия, эксцесс.
4. Правило трех стандартов.
5. Функциональная зависимость и корреляция.
6. Функция регрессии.
7. Корреляционный момент и коэффициент корреляции.
8. Биномиальное распределение.
9. Распределение Пуассона.
10. Равномерное распределение.
11. Нормальное распределение.

Тема 6. Закон больших чисел. Цепи Маркова

Контрольные вопросы

1. Понятие о законе больших чисел.
2. Неравенство Чебышева.
3. Теорема Чебышева.
4. Теорема Бернулли.
5. Понятие о теореме Ляпунове.

Тема 7. Основы выборочного метода и элементы статистической теории оценивания. Статистическое исследование зависимостей.

Контрольные вопросы

1. Генеральная и выборочная совокупности.
2. Вариационный ряд, интервальный вариационный ряд.
3. Полигон, гистограмма.
4. Выборочная функция распределения.
5. Числовые характеристики выборки.
6. Точечное оценивание параметров распределения.
7. Несмещенность, состоятельность и эффективность оценки.
8. Выборочная средняя как оценка генеральной средней.
9. Оценка генеральной дисперсии.
10. Интервальное оценивание параметров распределения.
11. Доверительный интервал и доверительная вероятность.
12. Интервальное оценивание генеральной средней и генеральной дисперсии.

Тема 8. Методы статистической проверки гипотез

Контрольные вопросы

1. Статистическая гипотеза.
2. Нулевая и конкурирующая гипотезы.
3. Критерий проверки статистической гипотезы, критическая область.
4. Ошибки первого и второго рода, уровень значимости, мощность критерия.
5. Проверка гипотезы о среднем значении при известной и неизвестной дисперсии.
6. Гипотеза о равенстве генеральных средних.
7. Гипотеза о равенстве генеральных дисперсий.
8. Понятие о критерии согласия. Критерий согласия Пирсона.
9. Критерий согласия Колмогорова.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебное пособие. – М.: Юрайт–издат, Высшее образование, 2009.–479 с.
2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. Учебное пособие. –М.: Юрайт–издат, Высшее образование, 2009.–405 с.
3. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебник – М.: Юнити, , 2012.–543 с.
4. Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М. Теория вероятности и математическая статистика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики./ Под ред. Н.Ш. Кремера. Учебно–справочное пособие – М.: Юрайт–издат, , 2012.
5. Данко П.Е, Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах, часть 2, – М.: Высшая школа, 2009. — 416 с.

Дополнительная литература:

1. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов .В. Теория вероятности и математическая статистика в экономике. Учебник. Часть 3. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Финансы и статистика, 2008.
2. Фадеева Л.Н. Теория вероятности и математическая статистика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Курс лекций. Учебное пособие. – М.: Эксмо, 2006.

Фадеева Л.Н. Теория вероятности и математическая статистика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика: Задачи и упражнения. Учебное пособие. – М.: Эксмо, 2006.

Учебное издание

Коренюгина Людмила Михайловна

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Методические указания по подготовке к практическим занятиям, в том числе в интерактивной форме, и самостоятельному изучению дисциплины для студентов очно-заочной формы обучения по направлению 40.03.01 Юриспруденция

Составитель: Л.М.Коренюгина
Редактор: *Н.В.Лалетин*
Оригинал-макет и верстка: Л.М.Коренюгина

Подписано в печать — Сдано в производство

Формат 14,85х21,0 — Бумага потребительская.
Печать трафаретная. — Усл. печ. л. 5,88
Изд. № — Заказ №
Тираж экз. — завод - экз.

Редакционно-издательский центр АНО ВО СИБУП.
660037, Красноярск, ул. Московская, 7 «А», т. 223-33-13