Содержание

Задание №1.....2
Задание №2.....3
Задание №3.....4
Задание №4.....5
Задание №5.....6
Задание №6.....7

Задание №1.

10.В урне 4 белых и 5 черных шаров. Наудачу по одному извлекается 2 шара. Какова вероятность того, что оба шара оказались черными, если первый шар: а) был возвращен в урну; б) не был возвращен в урну.

Решение:

Формула умножения вероятностей

$n = 4 + 5 = 9$ всего шаров в урне

m_1=4 белых шаров в урне

m_2=5 черных шаров в урне

$A-$ оба шара оказались черными, если первый шар был возвращен в урну;

$$p(A) = \frac{5}{4+5} \cdot \frac{5}{4+5} = \frac{25}{81}$$

$B-$ оба шара оказались черными, если первый шар не был возвращен в урну;

$$p(B) = \frac{C_4^0 \cdot C_5^2}{C_9^2} = \frac{\frac{4!}{0!(4-0)!} \cdot \frac{5!}{2!(5-2)!}}{\frac{9!}{2!(9-2)!}} = \frac{\frac{4!}{0!4!} \cdot \frac{5!}{2!3!}}{\frac{9!}{2!7!}} = \frac{1 \cdot \frac{4*5}{1*2}}{\frac{8*9}{1*2}} = \frac{10}{72} = \frac{5}{36}$$

Ответ: $\frac{25}{81}; \frac{5}{36}$

Задание №2.

10.Какова вероятность того, что при многократном бросании игральной кости шестерка впервые выпадет на четвертом броске?

Решение:

$$p(F) = \frac{5}{6} * \frac{5}{6} * \frac{5}{6} * \frac{1}{6} = \frac{125}{1296}$$

Ответ: $\frac{125}{1296}$

Задание №3

10.В ящике содержится 12 деталей, изготовленных на заводе №1, 20 деталей на заводе №2 и 18 деталей - на заводе №3. Вероятность того, что деталь, изготовленная на заводе №1 отличного качества, равна 0,9; для деталей, изготовленных на заводе №2 и №3 эти вероятности равны соответственно 0,6 и 0,9. Найти вероятность того, что извлеченная наудачу деталь окажется отличного качества.

Решение:

Решение задачи выполняем по формуле полной вероятности

12+20+18=50 деталей всего

1) Гипотезы: H1 - деталь первого завода; H2 - деталь второго завода; H3 - деталь третьего завода. Вероятности P(H1)=12/50, P(H2)=20/50, P(H3)=18/50.

2) Событие A - деталь отличного качества. Условные вероятности P(A/H1)=P(A/H3)=0,9, P(A/H2)=0,6.

3)Искомая вероятность

P(A)=P(H1)P(A/H1)+P(H2)P(A/H2)+P(H3)P(A/H3)=

=12/50·0,9+20/50·0,6+18/50·0,9=.0,78

Задание №4.

10.Изделие проверяется на стандартность одним из двух товароведов. Вероятность того, что изделие попадет к первому товароведу, равна 0,55, а ко второму - 0,45. Вероятность того, что стандартное изделие будет признано стандартным первым товароведом равна 0,9, а вторым товароведом - 0,98. Стандартное изделие при проверке было признано стандартным. Найти вероятность, что это изделие проверил первый товаровед.

Решение:

Формула полной вероятности и Байеса

A_1 - изделие попадет к первому товароведу

$p(A_1) = 0{,}55$

A_2 – изделие попадет к второму товароведу

$p(A_2) = 0{,}45$

Н – стандартное изделие будет признано стандартным

Н/ A_1 - стандартное изделие будет признано стандартным первым товароведом

Н/ A_2 - стандартное изделие будет признано стандартным вторым товароведом

Р (Н/ A_1) =0,9

Р (Н/ A_2) =0,98

Р(Н)= Р(A_1)*Р (Н/ A_1)+ Р(A_2)*Р (Н/ A_2)= $0.55 * 0.9 + 0.45 * 0.98 = 0{,}936$

Вероятность того, что изделие проверил первый товаровед

$$p(A_2 / H) = \frac{p(A_2) \cdot p(H / A_2)}{p(H)} = \frac{0{,}55 \cdot 0{,}9}{0{,}936} = 0{,}5288$$

Ответ: 0,5288

Задание №5.

10.Два баскетболиста делают по три броска в корзину. Вероятность попадания мяча при каждом броске 0.6 и 0.7, соответственно. Найти вероятность того, что у обоих будет равное количество попаданий.

М-у обоих будет равное количество попаданий

$P_n(m) = C_n^m p^n q^{n-m}$.-формула Бернулли.

A_1 – первый баскетболист попал в мишень.

A_2 –второй баскетболист попал в мишень.

P(A_1)=0,6

P(A_2)=0,7

$\overline{A_1}$ первый баскетболист промахнулся.

P($\overline{A_1}$)=1-0,6=0,4

$\overline{A_2}$ второй баскетболист промахнулся.

P($\overline{A_2}$)=1-0,7=0,3

$$P(M) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) = P_4(0) = C_4^0 p^0 q^{4-0} = \frac{4!}{0!(4-0)!} 0.4^0 \cdot 0.6^4 = 0.1296$$

$$P(M) = C_3^0 {p_1}^0 {q_1}^{3-0} * {p_2}^0 {q_2}^{3-0} + C_3^1 {p_1}^1 {q_1}^{3-1} * p_2 1 {q_2}^{3-1} + C_3^2 {p_1}^2 {q_1}^{3-2} * {p_2}^2 {q_2}^{3-2} + C_3^{03} {p_1}^3 {q_1}^{3-3} * {p_2}^3 {q_2}^{3-3}$$

$$P(M) = \frac{3!}{0!(3-0)!} 0.6^0 \cdot 0.4^3 * 0.7^0 \cdot 0.3^3 + \frac{3!}{1!(3-1)!} 0.6^1 \cdot 0.4^2 * 0.7^1 \cdot 0.3^2 +$$

$$+ \frac{3!}{2!(3-2)!} 0.6^2 \cdot 0.4^1 * 0.7^2 \cdot 0.3^1 + \frac{3!}{3!(3-3)!} 0.6^3 \cdot 0.4^0 * 0.7^3 \cdot 0.3^0$$

$$P(M) = 1*1 \cdot 0.064 * 1 \cdot 0.027 + 3*0.6 \cdot 0.16 * 0.7 \cdot 0.09 +$$

$$+ 3*0.36 \cdot 0.4 * 0.49 \cdot 0.3 + 1*0.216 \cdot 1 * 0.343 \cdot 1$$

$$P(M) = 1*1 \cdot 0.064 * 1 \cdot 0.027 + 3*0.6 \cdot 0.16 * 0.7 \cdot 0.09 +$$

$$+ 3*0.36 \cdot 0.4 * 0.49 \cdot 0.3 + 1*0.216 \cdot 1 * 0.343 \cdot 1 = 0,157464$$

Ответ: 0,157464

Задание №6.

Дискретная случайная величина X задана рядом распределения. Найти вероятность p_3, математическое ожидание M(X) и дисперсию D(X).

10.

x_i	1	2	3	4
p_i	3/9	1/9	p_3	2/9

Найти математическое ожидание и дисперсию.

Решение

Сумма всех вероятностей равна 1

$p_1=\frac{3}{9}$; $p_2=\frac{1}{9}$;; $p_4=\frac{2}{9}$; $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$

$$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = \frac{3}{9} + \frac{1}{9} + p_3 + \frac{2}{9} = 1$$

$$\frac{6}{9} + p_3 = 1$$

$$p_3 = 1 - \frac{6}{9}$$

$$p_3 = \frac{3}{9}$$

x_i	1	2	3	4
p_i	3/9	1/9	3/9	2/9

Математическим ожиданием дискретной случайной величины X называется сумма произведений всех ее значений на соответствующие вероятности:

$$M(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + ... + x_n p_n = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

$$M(X) = 1 \cdot \frac{3}{9} + 2 \cdot \frac{1}{9} + 3 \cdot \frac{3}{9} + 4 \cdot \frac{2}{9} = \frac{22}{9} = 2\frac{4}{9}$$

Дисперсией дискретной случайной величины X называется математическое ожидание квадрата отклонения ее от математического ожидания самой величины: $Д(x) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - M(x))^2 \cdot p_i$

$$Д(x) = \left(1 - \frac{22}{9}\right)^2 \cdot \frac{3}{9} + \left(2 - \frac{22}{9}\right)^2 \cdot \frac{1}{9} + \left(3 - \frac{22}{9}\right)^2 \cdot \frac{3}{9} + \left(4 - \frac{22}{9}\right)^2 \cdot \frac{2}{9} = 1{,}6143$$

Ответ: $M(X) = 22/9$ $Д(x) = 1.6143$